БЫСТРЫЙ МНОГОКАНАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ АФФИННЫХ ПРОЕКЦИЙ С КОМПЛЕКСНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Джиган В.И.

ООО “Радис Лтд”, п/я 20, Зеленоград, Москва, Россия 124460
Тел: +7-095-534-8884. Эл. почта: djigan@aha.ru

Аннотация: В статье рассматривается быстрый алгоритм аффинных проекций (fast affine projection, FAP) для адаптивной фильтрации, разработанный для многоканального случая и комплексных коэффициентов. Вычислительная сложность алгоритма равна *2MN+11MP+9P* комплексных арифметических операций (сложений и умножений) на одну итерацию алгоритма, где *M* – число каналов фильтра, *N* – число коэффициентов в одном канале фильтра и *P* – размер проекции. Эффективность алгоритма в многоканальном случае сравнима с эффективностью быстрых алгоритмов по критерию наименьших квадратов (fast recursive least squares, FRLS), а вычислительная сложность - с вычислительной сложностью нормализованного алгоритма по критерию наименьшего среднеквадратичного отклонения (normalized least mean square, NLMS).

1. Введение.

FAP алгоритм адаптивной фильтрации [1] был разработан для приложений, где требуются фильтры с большим числом коэффициентов: подавление акустического и электрического эхо, адаптивное подавление шума и т. п. FAP алгоритм по скорости сходимости сравним с FRLS алгоритмами, а по вычислительной сложности – с простейшим NLMS алгоритмом. FAP алгоритм нашел свое дальнейшее развитие за счет использования процедуры изменения шага сходимости по градиентному закону, практически без увеличения вычислительной сложности [2]. Однако современные достижения в области FAP алгоритмов относятся к случаю одноканальных алгоритмов с действительными коэффициентами. В то же время, существует ряд приложений, где требуются многоканальные фильтры, или фильтры с комплексными коэффициентами. Настоящая статья представляет многоканальный FAP алгоритм с комплексными коэффициентами.

2. Получение многоканального FAP алгоритма с комплексными коэффициентами.

Последовательность приемов получения многоканального FAP алгоритма с комплексными коэффициентами является во многом схожей с [1, 2], где рассматривается одноканальный алгоритм FAP с действительными коэффициентами. Распространение этого алгоритма на многоканальный случай и комплексные коэффициенты определяется следующим образом:

$$\mathbf{h}(k)=\mathbf{h}(k-1)+\mu(k)\mathbf{X}(k)\boldsymbol{\varepsilon}(k), \qquad \boldsymbol{\varepsilon}(k)=\left[\mathbf{X}^H(k)\mathbf{X}(k)+\delta\mathbf{I}\right]^{-1}\mathbf{e}^*(k),$$

$$\mathbf{e}(k)=\mathbf{s}(k)-\mathbf{h}(k-1)^H\mathbf{X}(k),$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k)=\left[\varepsilon(k),\varepsilon(k-1),\cdots,\varepsilon(k-P+1)\right]^T,\ \mathbf{e}(k)=\left[e(k),e(k-1),\cdots,e(k-P+1)\right]^T,$$

$$\mathbf{s}(k)=\left[s(k),s(k-1),\cdots,s(k-P+1)\right]^T,\ \mathbf{X}(k)=\left[\mathbf{x}(k),\mathbf{x}(k-1),\cdots,\mathbf{x}(k-P+1)\right],$$

$$\mathbf{x}(k)=[[x_0(k),x_0(k-1),\cdots,x_0(k-N+1)],\cdots,[x_{M-1}(k),x_{M-1}(k-1),\cdots,x_{M-1}(k-N+1)]]^T=$$

$$=\left[\mathbf{x}_0^T(k),\cdots,\mathbf{x}_{M-1}^T(k)\right]^T,\ \mathbf{h}(k)=[[h_0(k),h_0(k-1),\cdots,h_0(k-N+1)],\cdots,[h_{M-1}(k),h_{M-1}(k-1),\cdots,$$

$$\cdots,h_{M-1}(k-N+1)]]^T=\left[\mathbf{h}_0^T(k),\cdots,\mathbf{h}_{M-1}^T(k)\right]^T,$$

где k - дискретное время, M - число каналов адаптивного фильтра, N - число коэффициентов фильтра (одинаковое в каждом канале), P - размер проекции, $\mathbf{e}(k)$ и $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$ - вектора ошибок и нормализованных ошибок адаптивного фильтра, $\mathbf{s}(k)$ - вектор отсчётов сигналов на основном входе адаптивного фильтра, $\mathbf{h}(k)$ - вектор коэффициентов M -канального фильтра, $\mathbf{X}(k)$ и $\mathbf{x}(k)$ матрица и вектор входных сигналов фильтра, δ - параметр регуляризации, $\mu(k)$ - шаг сходимости.

Следуя [2] (для зависящего от времени шага сходимости), можно выразить $\mathbf{e}(k)$ как

$$\mathbf{e}(k)=\begin{bmatrix} e(k) \\ [1-\mu(k-1)]\overline{\mathbf{e}}(k-1) \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где вектор $\overline{\mathbf{e}}(k-1)$ состоит из самых верхних $P-1$ элементов (с индексами $0,1,\cdots,P-2$) вектора $\mathbf{e}(k-1)$. Далее, вычисление вектора коэффициентов фильтра заменяется вычислением вектора $\hat{\mathbf{h}}(k)$, который для случая зависимого от времени шага сходимости выражается как

$$\hat{\mathbf{h}}(k)=\hat{\mathbf{h}}(k-1)+\mathbf{x}(k-P+1)E_{P-1}(k), \qquad (2)$$

где $E_{P-1}(k)$ - последний элемент вектора

$$\mathbf{E}(k)=\mu(k)\boldsymbol{\varepsilon}^{*}(k)+\begin{bmatrix} 0 \\ \overline{\mathbf{E}}(k-1) \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Вектор $\overline{\mathbf{E}}(k-1)$ состоит из самых верхних $P-1$ элементов вектора $\mathbf{E}(k-1)$. Соотношения (2) и (3) позволяют вычислить

$$e(k)=\hat{e}(k)-\overline{\mathbf{E}}^{H}(k-1)\mathbf{r}(k), \qquad (4)$$

где

$$\hat{e}(k)=s(k)-\hat{\mathbf{h}}^{H}(k-1)\mathbf{x}(k). \qquad (5)$$

В (4) вектор $\mathbf{r}(k)$ определяется как

$$\mathbf{r}(k)=\overline{\mathbf{X}}^{H}(k-1)\mathbf{x}(k)=\mathbf{r}(k-1)+\sum_{m=0}^{M-1}\left[x_{m}(k)\overline{\mathbf{x}}_{m}^{*}(k-1)-x_{m}(k-P)\overline{\mathbf{x}}_{m}^{*}(k-P)\right], \qquad (6)$$

где матрица $\overline{\mathbf{X}}(k-1)$ состоит из самых левых $P-1$ столбцов (с индексами $0,1,\cdots,P-2$) матрицы $\mathbf{X}(k-1)$, а вектор $\overline{\mathbf{x}}_{m}^{*}(k-i)$ - из самых верхних $P-1$ элементов вектора $\mathbf{x}_{m}^{*}(k-i)$. Уравнение (6) является первым основным отличием многоканального FAP алгоритма от одноканального. После некоторых преобразований можно показать, что

$$\mathbf{X}^{H}(k)\mathbf{X}(k)=\sum_{m=0}^{M-1}\mathbf{X}_{m}^{H}(k)\mathbf{X}_{m}(k), \qquad (7)$$

где $\mathbf{X}_{m}(k)=\left[\mathbf{x}_{m}(k),\mathbf{x}_{m}(k-1),\cdots,\mathbf{x}_{m}(k-P+1)\right]$. Уравнение (7) является вторым основным отличием многоканального FAP алгоритма от одноканального.

Далее, в соответствии с [1, 2], вычисляется $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$ как

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k)=\begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{c}(k-1) \end{bmatrix}+\frac{1}{E_{P-1,N}^{f}(k)}\mathbf{a}_{P,N}(k)\mathbf{a}_{P,N}^{H}(k)\mathbf{e}(k), \qquad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}(k) \\ 0 \end{bmatrix}=\boldsymbol{\varepsilon}(k)-\frac{1}{E_{P-1,N}^{b}(k)}\mathbf{b}_{P,N}(k)\mathbf{b}_{P,N}^{H}(k)\mathbf{e}(k), \qquad (9)$$

где вектор $\mathbf{c}$ в случае зависящего от времени шага сходимости определяется как

$$\mathbf{c}(k)=\left[1-\mu(k-1)\right]\mathbf{d}(k). \qquad (10)$$

В (8) и (9), $E_{P-1,N}^{f}(k)$ и $E_{P-1,N}^{b}(k)$ - энергии ошибок FRLS линейного предсказания (ЛП) при использовании скользящего окна (sliding window, SW, длиной в N выборок сигналов), $\mathbf{a}_{P,N}(k)$ и $\mathbf{b}_{P,N}(k)$ - вектора коэффициентов forward и backward фильтров ЛП. SW FRLS ЛП рассматривается в [3], а его применение для вычисления $E_{P-1,N}^{f}(k)$, $E_{P-1,N}^{b}(k)$, $\mathbf{a}_{P,N}(k)$ и $\mathbf{b}_{P,N}(k)$ - в [2] для одноканального FAP алгоритма. Уравнение (7) показывает, что SW FRLS ЛП должно быть применено M раз (один раз для каждого $\mathbf{X}_{m}(k)$) в многоканальном FAP алгоритме.

Различие между FAP алгоритмами с действительными и комплексными коэффициентами заключается в операциях комплексного сопряжения и эрмитово сопряжения, применяемого к переменным алгоритма. Первая операция отсутствует, а вторая представляет собой операцию транспонирования в FAP алгоритме с действительными коэффициентами.

3. Вычислительная сложность многоканального FAP алгоритма с комплексными коэффициентами.

Многоканальный FAP алгоритм может быть представлен последовательностью рассмотренных уравнений. Для каждого k: вычисляются (6); (5); (4); (1); M раз применяется SW FRLS ЛП [3] для получения $E^{f}_{P-1,N}(k)$, $E^{b}_{P-1,N}(k)$, $\mathbf{a}_{P,N}(k)$ и $\mathbf{b}_{P,N}(k)$; вычисляются (8); (9); (10); (3) и (2). Вычислительная сложность алгоритма оценивается числом комплексных арифметических операций для векторных переменных, выполняемых за одну итерацию, как

$$C \approx MP\,|_{(6)} + MN\,|_{(5)} + P\,|_{(4)} + P\,|_{(1)} + 10MP\,|_{prediction} + 2P\,|_{(8)} + 2P\,|_{(9)} + P\,|_{(10)} + P\,|_{(3)} + MN\,|_{(2)} =$$
$$= 2MP + 11MP + 9P. \qquad (11)$$

Рассмотренный алгоритм был протестирован для ряда приложений многоканальной адаптивной фильтрации. Он обеспечивает примерно в 10 раз большую скорость сходимости (при $P > 30$) по сравнению с NLMS алгоритмом, который является частным случаем алгоритма аффинных проекций при $P = 1$. Соотношение скоростей сходимости FAP и FRLS алгоритмов зависит от значения выбранного шага сходимости.

4. Заключение.

В данной статье расмотрено распространение FAP алгоритма адаптивной фильтрации на многоканальный случай и комплексные вессовые коэффициенты. Скорость сходимости такого алгоритма болеее высокая по сравнению с NLMS алгоритмом при одинаковым шаге сходимости для любого значения $P > 1$, но заметно больше при $P > 30$, внезависимости от N. Вычислительные преимущества FAP алгорима становятся заметными только в фильтрах с большим числом коэффициентов т. е. когда $N >> P$, см. (11). Известно, что FRLS ЛП может быть нестабильным. Простой метод стабилизации этой части FAP алгоритма - использовать переключаемый FRLS алгоритм ЛП. Это ведет к значению $20MP\,|_{prediction}$ в (11). Такая процедура всегда работоспособна, если период переключения равен $n_{switch} \approx 2N$ выборок или больше, в пределах стабильной работы ЛП. Так как обычно $P << N$, то общая вычислительная сложность алгоритма возрастает при этом незначительно. Многоканальный FAP алгоритм может быть использован для адаптивного подавления шума, многоканального подавления акустического эхо, или подавления множественных эхо в модемах.

Литература

1. Gay S. L. A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm. Third International Workshop on Acoustic Echo Control. Plestin les Greves, France,1993, p. 223-226.
2. Djigan V. I. Improved fast affine projection algorithm with gradient adaptive step-size. Proceedings of the Third International Conference on Antennas, Radiocommunication Systems & Means (ICARSM'97). Voronezh, Russia, 1997, vol. 3, pp. 23-32.
3. Djigan V. I. Unified approach to the fast time recursive least square adaptive filtering algorithms development. Proceedings of the Third International Conference on Antennas, Radiocommunication Systems & Means (ICARSM'97). Voronezh, Russia, 1997, vol. 3, pp. 33-42.

MULTICHANNEL COMPLEX COEFFICIENT FAST AFFINE PROJECTION (FAP) ALGORITHM FOR ADAPTIVE FILTERING

Djigan V.

Radis Ltd., POB-20, Zelenograd, Moscow, Russia 124460
Tel: +7-095-534-8884. E-mail: djigan@aha.ru

Abstract: This paper describes fast affine projection (FAP) algorithm of adaptive filtering, developed for multichannel and complex coefficient cases. The algorithm complexity is *2MN+11MP+9P* complex arithmetical operations (additions and multiplications) per the algorithm iteration, where *M* is the number adaptive filter channels, *N* is the number of coefficients in a channel of the filter and *P* is projection order. The algorithm provides performance, comparable with that of fast recursive least squares (FRLS) algorithms, and complexity, comparable with that of normalized least mean square (NLMS) algorithm, in multichannel case under a proper selection of the algorithm parameters.

1. Introduction

FAP algorithm of adaptive filtering [1] was developed for the applications, where long filters (with large numbers of coefficients) are required. Such applications examples are acoustic and electrical echo cancellation, adaptive noise cancellation, etc. The algorithm became a very popular one, whose convergence properties are similar to FRLS algorithms, but computational complexity is still approximately as that of the simplest NLMS one. FAP algorithm is used in different fields, and was further improved by means of the integration with the additional computational load costless gradient adaptive step-size procedure [2]. However, current achievements in FAP algorithms are related to the single channel and real coefficient algorithms. At the same time, there is a number of fields, where multichannel and complex coefficient algorithms are required. The paper presents the developed computational procedure for the generalized FAP algorithm: multichannel one with complex coefficients.

2. Development of Multichannel Complex Coefficient FAP Algorithm

The multichannel complex FAP algorithm development is much similar to [1, 2], where single channel real coefficient FAP algorithm is presented. The algorithm extension to multichannel and complex coefficient case is defined as bellow:

$$\mathbf{h}(k) = \mathbf{h}(k-1) + \mu(k)\mathbf{X}(k)\boldsymbol{\varepsilon}(k),\ \boldsymbol{\varepsilon}(k) = \left[\mathbf{X}^H(k)\mathbf{X}(k) + \delta\mathbf{I}\right]^{-1}\mathbf{e}^*(k),$$

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{s}(k) - \mathbf{h}(k-1)^H\mathbf{X}(k),$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \left[\varepsilon(k), \varepsilon(k-1), \cdots, \varepsilon(k-P+1)\right]^T,\ \mathbf{e}(k) = \left[e(k), e(k-1), \cdots, e(k-P+1)\right]^T,$$

$$\mathbf{s}(k) = \left[s(k), s(k-1), \cdots, s(k-P+1)\right]^T, \mathbf{X}(k) = \left[\mathbf{x}(k), \mathbf{x}(k-1), \cdots, \mathbf{x}(k-P+1)\right],$$

$$\mathbf{x}(k) = [[x_0(k), x_0(k-1), \cdots, x_0(k-N+1)], \cdots, [x_{M-1}(k), x_{M-1}(k-1), \cdots, x_{M-1}(k-N+1)]]^T = \\ = \left[\mathbf{x}_0^T(k), \cdots, \mathbf{x}_{M-1}^T(k)\right]^T,$$

$$\mathbf{h}(k) = [[h_0(k), h_0(k-1), \cdots, h_0(k-N+1)], \cdots, [h_{M-1}(k), h_{M-1}(k-1), \cdots, \\ \cdots, h_{M-1}(k-N+1)]]^T = \left[\mathbf{h}_0^T(k), \cdots, \mathbf{h}_{M-1}^T(k)\right]^T,$$

where k is discrete time, M is the number of filter channels, N is the number of the filter coefficients (the same in each channel), P is the projection order, $\mathbf{e}(k)$ and $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$ are the vectors of the adaptive filter errors and normalized errors, $\mathbf{s}(k)$ is the vector of the filter primary input signals, $\mathbf{h}(k)$ is the vector of filter coefficients, $\mathbf{X}(k)$ and $\mathbf{x}(k)$ are the filter signal matrix and vector, δ is the regularization parameter, $\mu(k)$ is the step-size.

Following [2] (for time-dependent step-size), it is possible to express $\mathbf{e}(k)$ as

$$\mathbf{e}(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ [1-\mu(k-1)]\bar{\mathbf{e}}(k-1) \end{bmatrix}, \tag{1}$$

where vector $\bar{\mathbf{e}}(k-1)$ consists of the most upper $P-1$ elements (with indexes $0, 1, \cdots, P-2$) of the vector $\mathbf{e}(k-1)$. Now, fast calculation of the filter coefficient vector is substituted by the calculation of other vector $\hat{\mathbf{h}}(k)$, which for the time-depended step-size case is expressed as

$$\hat{\mathbf{h}}(k) = \hat{\mathbf{h}}(k-1) + \mathbf{x}(k-P+1)E_{P-1}(k)\,, \tag{2}$$

where $E_{P-1}(k)$ is last element of the vector

$$\mathbf{E}(k) = \mu(k)\boldsymbol{\varepsilon}^*(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{\mathbf{E}}(k-1) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Vector $\overline{\mathbf{E}}(k-1)$ consists of the most upper $P-1$ elements of the vector $\mathbf{E}(k-1)$. The relationships (2), (3) allow to calculate

$$e(k) = \hat{e}(k) - \overline{\mathbf{E}}^H(k-1)\mathbf{r}(k)\,, \tag{4}$$

where

$$\hat{e}(k) = s(k) - \hat{\mathbf{h}}^H(k-1)\mathbf{x}(k)\,. \tag{5}$$

In (4) vector $\mathbf{r}(k)$ is determined as

$$\mathbf{r}(k) = \overline{\mathbf{X}}^H(k-1)\mathbf{x}(k) = \mathbf{r}(k-1) + \sum_{m=0}^{M-1}\left[x_m(k)\overline{\mathbf{x}}_m^*(k-1) - x_m(k-P)\overline{\mathbf{x}}_m^*(k-P)\right], \tag{6}$$

where matrix $\overline{\mathbf{X}}(k-1)$ consists of the most left $P-1$ columns (with indexes $0,1,\cdots,P-2$) of the matrix $\mathbf{X}(k-1)$, and vector $\overline{\mathbf{x}}_m^*(k-i)$ consists of the most upper $P-1$ elements of the vector $\mathbf{x}_m^*(k-i)$. Equation (6) is the first principal difference in multichannel FAP algorithm from the single channel one.

After some manipulations, it is also possible to show, that

$$\mathbf{X}^H(k)\mathbf{X}(k) = \sum_{m=0}^{M-1}\mathbf{X}_m^H(k)\mathbf{X}_m(k)\,, \tag{7}$$

where $\mathbf{X}_m(k) = \left[\mathbf{x}_m(k), \mathbf{x}_m(k-1), \cdots, \mathbf{x}_m(k-P+1)\right]$. Equation (7) is the second principal difference in multichannel FAP algorithm from the single channel one.

The rest of the FAP algorithm follows in accordance with [1, 2], i. e. next sequence of the computations is used for $\boldsymbol{\varepsilon}(k)$ calculation in (3):

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{c}(k-1) \end{bmatrix} + \frac{1}{E_{P-1,N}^f(k)}\mathbf{a}_{P,N}(k)\mathbf{a}_{P,N}^H(k)\mathbf{e}(k)\,, \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}(k) \\ 0 \end{bmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}(k) - \frac{1}{E_{P-1,N}^b(k)}\mathbf{b}_{P,N}(k)\mathbf{b}_{P,N}^H(k)\mathbf{e}(k)\,, \tag{9}$$

where vector $\mathbf{c}$ in the time-depended step-size case is calculated as

$$\mathbf{c}(k) = \left[1-\mu(k-1)\right]\mathbf{d}(k)\,. \tag{10}$$

In (8) and (9), $E_{P-1,N}^f(k)$ and $E_{P-1,N}^b(k)$ are energies of the N sample sliding window (SW) FRLS linear prediction errors, $\mathbf{a}_{P,N}(k)$ and $\mathbf{b}_{P,N}(k)$ are the vectors of the coefficients of the forward and backward linear prediction filters. The SW FRLS linear prediction is considered in [3], and its application to the $E_{P-1,N}^f(k)$, $E_{P-1,N}^b(k)$, $\mathbf{a}_{P,N}(k)$ and $\mathbf{b}_{P,N}(k)$ calculation is considered in [2] for single channel FAP algorithm case. Equation (7) shows that the SW FRLS linear prediction has to be applied M times (once for each $\mathbf{X}_m(k)$) in the multichannel FAP algorithm.

The difference between real and complex coefficient FAP algorithms is in conjugate and conjugate transposition operations, applied to scalars and vectors of the algorithms. First operation is absent, and second one is just the transposition operation in real coefficient FAP algorithm.

3. Multichannel Complex Coefficient FAP Algorithm Complexity.

The multichannel FAP algorithm may be written as a sequence on the above equations. For each k : calculate (6); (5); (4); (1); apply SW FRLS linear prediction [3] M times to calculate $E^{f}_{P-1,N}(k)$, $E^{b}_{P-1,N}(k)$, $\mathbf{a}_{P,N}(k)$ and $\mathbf{b}_{P,N}(k)$; calculate (8); (9); (10); (3) and (2). The algorithm complexity is evaluated as the number of complex arithmetical operations for vector variables per algorithm iteration, i. e. as a function of N , P , $P-1 \approx P$ and M . So, the complexity is

$$C \approx MP\,|_{(6)} + MN\,|_{(5)} + P\,|_{(4)} + P\,|_{(1)} + 10MP\,|_{prediction} + 2P\,|_{(8)} + 2P\,|_{(9)} + P\,|_{(10)} + P\,|_{(3)} + MN\,|_{(2)} =$$

$$= 2MP + 11MP + 9P\,. \qquad (11)$$

The algorithm was tested in a wide range of multichannel adaptive filtering applications and demonstrated approximately 10 times faster convergence (for $P > 30$) in comparing with traditional NLMS adaptive filtering algorithm (with the same step-size and N), which is the case of affine projection algorithm for $P = 1$. Convergence of multichannel FAP algorithm in comparing with multichannel FRLS algorithm (with the same M and N) depends on the selected value of the step-size.

4. Conclusions

This paper has described the extention of a porular FAP algorithm of adaptive filtering to the case of multichannel algorithm with complex coefficients. Single channel FAP algorithm and FAP algorithm with real coefficients are particular cases of the presented multichannel algorithm with complex coefficients. The algorithm convergence is faster than that of NLMS one with the same ste-size value for any $P > 1$, but becames significant if $P > 30$, independently on N . However, computational advantages of FAP algorithm appear only for filters with large number of coefficients, i. e. when $N >> P$, see (11). It is known, FRLS linear prediction may be unstable. The simplest method to stabilize the portion of FAP algorithm is to run a switched FRLS linear prediction, which leads to $20MP\,|_{prediction}$ complexity in (11), but always works for switching disctere time period $n_{switch} \approx 2N$ samples or more, while the prediction is stable. As P is ussualy a small value in comparring with N , total complexity of the algorithm increases insignificuntly. The algorithm is presented in so-caled time-dependent step-size form, that is important for start-stop or gradient-adaptive step-size operation of the algorithm. Multichannel FAP algorithm may find a number of applications, such as adaptive noise cancellation, multichannel acoustic echo cancellation, or multiple echo cancellation in modems.

References

1. Gay S. L. A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm. Third International Workshop on Acoustic Echo Control. Plestin les Greves, France,1993, p. 223-226.
2. Djigan V. I. Improved fast affine projection algorithm with gradient adaptive step-size. Proceedings of the Third International Conference on Antennas, Radiocommunication Systems & Means (ICARSM'97). Voronezh, Russia, 1997, vol. 3, pp. 23-32.
3. Djigan V. I. Unified approach to the fast time recursive least square adaptive filtering algorithms development. Proceedings of the Third International Conference on Antennas, Radiocommunication Systems & Means (ICARSM'97). Voronezh, Russia, 1997, vol. 3, pp. 33-42.