

Аннотация: В статье рассматривается вычислительно эффективный (без умножителей) алгоритм обучения эхоподавителя (echo canceller, EC) в системах цифровой передачи данных: Single-Pair High-Speed Digital Subscriber Line, SHDSL). Алгоритм базируется на использовании M-последовательностей, определенных стандартом G.991.2 для тестирования канала связи, в качестве сигналов для обучения EC. Использование M-последовательностей позволяет получить решение по критерию наименьших квадратов (Least Squares, LS) в задаче идентификации эхо-отклика с вычислительной сложностью, сравнимой со сложностью простейшего алгоритма адаптивной фильтрации по критерию наименьшего среднеквадратичного отклонения (Least Mean Square, LMS).

1. Введение.

Высокоскоростная передача данных по проводным каналам связи является непростой задачей, особенно в части проектирования EC. Обычно длина "значительной" части отклика эхо в SHDSL системах может достигать $300 \mu s$. Поэтому для самой высокой скорости передачи данных 2304 kbit/s [1], требуется EC с приблизительно 500 коэффициентами. Вычислительная сложность простейшего EC на основе LMS алгоритма равна $2N$ умножений и сложений за одну итерацию, где N - число коэффициентов адаптивного фильтра. Это требует значительных ресурсов в случае реализации EC на жесткой логике. Как следствие, использование более сложных алгоритмов адаптивной фильтрации становится проблематичным.

В настоящей статье рассматривается иной метод обучения EC. В его основе лежит использование широкополосных сигналов (M-последовательностей), рекомендованных SHDSL стандартом. Принимая во внимание автокорреляционные свойства таких сигналов, можно получить решение задачи подавления эхо с эффективностью решения по критерию LS. Обучение EC с таким алгоритмом требует только N арифметических операций (в части оценки эхо отклика) на одну выборку сигналов, что сравнимо с LMS EC.

2. Получение LS решения.

Система, подлежащая идентификации в процессе обучения EC, описывается вектором коэффициентов линейного импульсного отклика (эхо-отклика) $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T$. Входным сигналом этой системы является M-последовательность $\tilde{x}(n) = Xx(n)$ с периодом N выборок, где $x(n) \in \{1, -1\}$, X - амплитуда последовательности, n - дискретное время. Выходной сигнал линейной системы (эхо) определяется как $y(n) = \mathbf{h}^T \tilde{\mathbf{x}}(n) = X\mathbf{h}^T \mathbf{x}(n)$, где $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]$. Функция взаимной корреляции сигнала $y(n)$ и элементов задержанного на j выборок вектора $\tilde{\mathbf{x}}(n-j)$ определяется как

$$r_{y\tilde{x}}(j) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n)\tilde{x}(n-j) = NX^2 h_i \Big|_{i=j} - X^2 \sum_{i=0}^{N-1} h_i \Big|_{i \neq j}, \text{ для всех } i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}. \quad (1)$$

Это выражение позволяет оценить элементы вектора \mathbf{h} как

$$\tilde{h}_i = r_{y\tilde{x}}(j)/(NX^2) = h_i \Big|_{i=j} - N^{-1} \sum_{i=0}^{N-1} h_i \Big|_{i \neq j}, \text{ для всех } i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}. \quad (2)$$

Из (2) следует, что если используется M-последовательность, то коэффициенты импульсного отклика определяются с систематическими ошибками.

В данной статье предлагается метод коррекции таких ошибок. Для этого, запишем уравнения для всех h_i в матричной форме как $\mathbf{R}\mathbf{h} = \tilde{\mathbf{h}}$, где \mathbf{R} - матрица коэффициентов в правой части уравнения (2), а $\tilde{\mathbf{h}} = [\tilde{h}_0, \tilde{h}_1, \dots, \tilde{h}_{N-1}]^T$. Это уравнение позволяет определить вектор \mathbf{h} , т. е. коэффициенты эхо-отклика без ошибок как

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{h}}. \quad (3)$$

Решение уравнения (3) всегда существует, поскольку, матрица \mathbf{R} (определенная на интервале N выборок сигнала) всегда инвертируемая.

Выражение (3) можно получить также и другим способом. Матрица \mathbf{X} передаваемых сигналов $\tilde{\mathbf{x}}(n)$ является циркулянтной. Вектор взаимной корреляции между \mathbf{X} и вектором эхо-сигналов $\mathbf{y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$ определяется как

$$\mathbf{r}_{y\tilde{x}} = \mathbf{X}\mathbf{y} = N\mathbf{X}^2\tilde{\mathbf{h}}, \quad (4)$$

а корреляционная матрица сигналов в линейной системе - как

$$\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0) = \mathbf{X}\mathbf{X}^T = N\mathbf{X}^2\mathbf{R}. \quad (5)$$

Из (3), (4) и (5) следует, что

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}^{-1}(0)\mathbf{r}_{y\tilde{x}}. \quad (6)$$

Уравнение (6) это оптимальное решение по критерию LS задачи идентификации [2]. Таким образом, (6) может быть использовано для оценки коэффициентов эхо-отклика, так как матрица \mathbf{R} однозначно определена.

Если эхо сигнал содержит шум $z(n)$ с дисперсией σ_z^2 , то коэффициенты импульсного отклика (3), (6) также определяются с ошибками. Дисперсия этих ошибок равна $\sigma_h^2 = \sigma_z^2 / (N\mathbf{X}^2)$. Поскольку шум искажает эхо-сигнал, то определение вектора $\mathbf{r}_{y\tilde{x}}$ на интервале N выборок может быть недостаточным. Можно достичь улучшения решения, если этот интервал расширить. Если этот интервал кратный N , то вычислять матрицу \mathbf{R} каждый раз заново нет необходимости. Это ведет к адаптивной форме алгоритма (6)

$$\mathbf{h}(m) = \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}^{-1}(m)\tilde{\mathbf{r}}_{y\tilde{x}}(m), \quad (7)$$

где $\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(m) = \sum_{l=1}^m \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0) = m\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0)$, $\tilde{\mathbf{r}}_{y\tilde{x}}(m) = \sum_{l=1}^m \mathbf{r}_{y\tilde{x}}(l)$, m - номер итерации блочного (с N выборками сигналов в блоке) алгоритма. Уравнение (7) может быть далее упрощено как

$$\mathbf{h}(m) = \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}^{-1}(m)\tilde{\mathbf{r}}_{y\tilde{x}}(m) = (\mathbf{X}\mathbf{X}^T)^{-1} \mathbf{X} \left[\sum_{l=1}^m \mathbf{y}(l) \right] / m = \tilde{\mathbf{A}} \left[\sum_{l=1}^m \mathbf{y}(l) \right] / m, \quad (8)$$

где $\mathbf{y}(l) = [y(l), y(l+1), \dots, y(l+N-1)]^T$. Для M -последовательностей \mathbf{A} имеет простой вид

$$\tilde{\mathbf{A}} = [2/\{X(N+1)\}]\mathbf{A}, \quad (9)$$

где строки и столбцы матрицы \mathbf{A} это сдвинутые копии немодулированной M -последовательности, т. е. нули и единицы. Уравнение (9) получено на основе использования свойств M -последовательностей и того факта, что матрица $\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0)$ является циркулянтной. Инвертирование таких матриц может быть осуществлено аналитически с помощью [3].

Вычисление (8) требует N^2 сложений и умножений на каждом блоке в N выборок, т. е. N таких операций на одну выборку. Таким образом, решение задачи подавления эхо по критерию LS получено с вычислительной сложностью решения по критерию LMS. Фактически, вычислительная сложность алгоритма обучения ЕС меньше. Действительно, (8) может быть вычислено один раз по окончании обучения ЕС. Кроме того, на каждом m -м блоке в N выборок требуется только N^2 сложений (поскольку матрица \mathbf{A} содержит только нули и единицы) для вычисления вектора $\mathbf{A}\mathbf{y}(m)$, т. е. алгоритм может быть выполнен без умножений, если m и X являются числами, представляющими степени числа 2. Если используется передискретизация сигналов, выражение (9) по-прежнему верно. В этом случае, N соответствует длине исходной M -последовательности, а матрица \mathbf{A} представляет собой сдвинутые копии немодулированной M -последовательности с дополнительными нулями.

3. Моделирование.

Следующий пример демонстрирует работоспособность предложенного алгоритма. Рассматривается эхо, полученное с помощью фильтра с 2048 коэффициентами. Для моделирования импульсного отклика эхо были использованы Тестовая Линия #6 и Модель А шума ($\sigma_z^2 \approx -30$ dBm) из Приложения В [1]. Поскольку значительная часть эхо-отклика находится в пределах нескольких сотен первых коэффициентов, были выбраны М-последовательность с $N = 255$ [1] и коэффициент передискретизации 2. В этом случае было достигнуто примерно 70 dB Echo Return Loss Enhancement (ERLE). Средний уровень подавленного эхо был -63 dBm. Это примерно 33 dB ниже уровня шума. В других условиях функционирования [1] эффективность ЕС является схожей. Получение такого же подавления эхо с помощью LMS алгоритма является сложной задачей. LMS алгоритм имеет плохую сходимости при использовании для ЕС коррелированных сигналов. М-последовательность с длиной, соизмеримой с длиной фильтра, является примером таких сигналов. Примерно такие же свойства (как в LS ЕС) для LMS ЕС были получены лишь при использовании процедуры с уменьшаемым шагом сходимости и М-последовательности с периодом $N = 2^{23} - 1$. $X = 0.5625$ V соответствует амплитуде передаваемого для тестирования канала связи PAM2 сигнала [1]. Определение уменьшаемого шага сходимости в LMS алгоритме, оптимального для всех ситуаций, является задачей, не имеющей однозначного решения. В результате, рассматриваемый LMS алгоритм обеспечивает примерно 5 dB меньше ERLE после обучения, чем алгоритм на основе LS критерия. Если использовать одинаковый сигнал для LS и LMS алгоритмов (М-последовательность с $N = 255$), то LMS алгоритм обеспечивает примерно 30 dB меньшее подавление эхо, чем LS алгоритм. Таким образом, предложенный алгоритм может рассматриваться как альтернативный в решении задачи подавления эхо в SHDSL модемах и других приложениях, где М-последовательности могут быть использованы в качестве входных сигналов адаптивных фильтров.

4. Заключение.

В данной статье рассмотрен метод обучения ЕС, в котором используются М-последовательности, рекомендованные ITU-T SHDSL стандартом. Благодаря малой вычислительной сложности и качеству, алгоритм может рассматриваться как альтернативный широко используемому адаптивному LMS алгоритму. Предлагаемый алгоритм может быть применён в приложениях, где М-последовательности могут быть использованы в качестве обучающих сигналов, и где требуется высокое качество работы при конструктивных ограничениях на используемые алгоритмы адаптивной фильтрации.

Литература

1. ITU-T Draft G.991.2. Transmission systems and media. Single-pair high-speed digital subscriber line (SHDSL) transceivers. – 2000. – 147 p.
2. Zelniker G., Taylor F. D. Advanced digital signal processing: theory and application. New York, NY: Marcel Dekker Inc. - 1994. - 666 p.
3. Gray R. M. Toeplitz and circulant matrices: a review. Stanford University, USA. <http://ee.stanford.edu/~gray/toeplitz.pdf>. - 2002. - 68 p.



COMPUTATIONALLY EFFICIENT ECHO CANCELLER TRAINING FOR SINGLE-PAIR HIGH-SPEED DIGITAL SUBSCRIBER LINE (SHDSL) TRANSCEIVERS

Djigan V.

Radis Ltd., POB-20, Zelenograd, Moscow, Russia 124460
Tel: +7-095-534-8884. E-mail: djigan@aha.ru

Abstract: This paper describes an algorithm for computationally-efficient (multiplierless) echo canceller (EC) training, with particular emphasis on its application in Single-Pair High-Speed Digital Subscriber Line (SHDSL) systems. The algorithm makes use of the M-sequences, defined by G.991.2 standard for line probing, as the EC training signals. Using these M-sequences allows the use of the Least Squares (LS) criterion for the echo path identification problem with a reduction in the computational cost, which is comparable with the simplest Least Mean Square (LMS) criterion adaptive filtering algorithm.

1. Introduction.

High-speed data transmission via copper wire lines is a challenging problem, particularly in the EC part of the modem design. Typically, the length of the “significant” portion of the echo path in SHDSL systems may be up to $300 \mu s$. For the highest payload rate of 2304 kbit/s [1], the EC requires an adaptive filter with approximately 500 coefficients. The simplest form of adaptive EC is based on the LMS adaptive filtering algorithm, and requires about $2N$ multiplications and additions per algorithm iteration, where N is the number of coefficients of adaptive filter. Hence, this computationally simplest form of adaptive filtering algorithm requires significant resources in the case the implementation of EC in hardware. As a result, the use of more complex adaptive filtering algorithms with better performance is even more difficult due to implementation restrictions.

In this paper, another method for training the EC is considered. This method makes use of one of a number of wide-spectrum signals (M-sequences) described in the SHDSL standard. The exploiting the auto-correlation properties of these signals allows to get the solution of the echo cancellation problem with the efficiency of the LS criterion solution. Such EC training algorithm requires only N arithmetic operations (in echo path estimation part) per sample, which is the same as that of the LMS EC.

2. Development of Least Squares Solution.

The system to be identified during EC training is described by a vector of linear system impulse response (echo path) coefficients $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T$. The input signal of the linear system is a periodic (with N sample period) M-sequence $\tilde{\mathbf{x}}(n) = Xx(n)$, where $x(n) \in \{1, -1\}$, X is the sequence amplitude, n is discrete time. The linear system output (echo) signal is $y(n) = \mathbf{h}^T \tilde{\mathbf{x}}(n) = X\mathbf{h}^T \mathbf{x}(n)$, where $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]$. In the case, the cross-correlation function of the signal $y(n)$ and the elements of j samples delayed $\tilde{\mathbf{x}}(n-j)$ signal vector is expressed as

$$r_{y\tilde{\mathbf{x}}}(j) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n)\tilde{\mathbf{x}}(n-j) = NX^2 h_i \Big|_{i=j} - X^2 \sum_{i=0}^{N-1} h_i \Big|_{i \neq j}, \text{ for all } i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}. \quad (1)$$

The expression allows the estimation of the \mathbf{h} vector elements as

$$\tilde{h}_i = r_{y\tilde{\mathbf{x}}}(j)/(NX^2) = h_i \Big|_{i=j} - N^{-1} \sum_{i=0}^{N-1} h_i \Big|_{i \neq j}, \text{ for all } i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}. \quad (2)$$

It follows from (2), that the impulse response coefficients are determined with some errors if M-sequence is used.

In the paper, a method for the correction of these errors is proposed. For that, the equations for all h_i are written in matrix form as $\mathbf{R}\mathbf{h} = \tilde{\mathbf{h}}$, where \mathbf{R} is the matrix of coefficients in right side of (2) and $\tilde{\mathbf{h}} = [\tilde{h}_0, \tilde{h}_1, \dots, \tilde{h}_{N-1}]^T$. The matrix equation allows the determination of the vector \mathbf{h} , i.e. the error-free echo path coefficients as

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{h}}. \quad (3)$$

The equation solution always exists as matrix \mathbf{R} (estimated over N samples) always has its inverse.

The expression (3) can be also obtained in another way. For that, let us consider the matrix \mathbf{X} (which is circulant one) of transmitted signals $\tilde{\mathbf{x}}(n)$ on N sample time interval. The cross-correlation

vector between \mathbf{X} and a vector of echo signals $\mathbf{y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T$, determined during N samples, is

$$\mathbf{r}_{y\tilde{x}} = \mathbf{X}\mathbf{y} = NX^2\tilde{\mathbf{h}}, \quad (4)$$

and correlation matrix for the signals in the linear system is

$$\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0) = \mathbf{X}\mathbf{X}^T = NX^2\mathbf{R}. \quad (5)$$

It follows from (3), (4) and (5), that

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}^{-1}(0)\mathbf{r}_{y\tilde{x}}. \quad (6)$$

Equation (6) is also known as the optimal LS criterion solution of an identification problem [2]. So, (6) can be used for echo path coefficient estimation at N samples of an M-sequence, as the matrix \mathbf{R} is uniquely determined at the N sample interval.

If echo signal has noise (usually line and measurement noise $z(n)$ with variance σ_z^2), the coefficients (3), (6) will be also determined with errors. The coefficient variance will be $\sigma_h^2 = \sigma_z^2 / (NX^2)$. Hence, noise in the echo signal also leads to errors in the vector \mathbf{h} . As the noise disturbs the echo signal, the determination of the vector $\mathbf{r}_{y\tilde{x}}$ at the N sample interval may be insufficient. An improvement of the solution can be achieved if the interval is extended. If the interval is extended as a multiple of N , there is no need to re-calculate the matrix \mathbf{R} . This leads to an adaptive form of the algorithm (6)

$$\mathbf{h}(m) = \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}^{-1}(m)\tilde{\mathbf{r}}_{y\tilde{x}}(m), \quad (7)$$

where $\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(m) = \sum_{l=1}^m \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0) = m\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0)$, $\tilde{\mathbf{r}}_{y\tilde{x}}(m) = \sum_{l=1}^m \mathbf{r}_{y\tilde{x}}(l)$, m is the block (with N samples in each block) algorithm iteration number. Equation (7) may be further simplified as

$$\mathbf{h}(m) = \mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}^{-1}(m)\tilde{\mathbf{r}}_{y\tilde{x}}(m) = (\mathbf{X}\mathbf{X}^T)^{-1} \mathbf{X} \left[\sum_{l=1}^m \mathbf{y}(l) \right] / m = \tilde{\mathbf{A}} \left[\sum_{l=1}^m \mathbf{y}(l) \right] / m, \quad (8)$$

where $\mathbf{y}(l) = [y(l), y(l+1), \dots, y(l+N-1)]^T$. For M-sequences, the matrix \mathbf{A} has the very simple form

$$\tilde{\mathbf{A}} = [2/\{X(N+1)\}]\mathbf{A}, \quad (9)$$

where rows and columns of matrix \mathbf{A} are shifted copies of the un-modulated M-sequence, i. e. 0 and 1 values. Equation (9) is obtained on base of the M-sequences properties using and the recognition $\mathbf{R}_{\tilde{x}\tilde{x}}(0)$ as a circulant matrix, which inversion may be obtained in analytical form by means of [3].

The calculations in (8) require N^2 additions and multiplications per every block of N samples, i.e. N such operations per sample. So, LS solution of the echo cancellation problem is obtained with the computational cost of the LMS solution. In fact, the EC training algorithm complexity is even less than this. Really, if there is no need to produce the EC output signal during adaptation process, (8) can be calculated once after m periods of the M-sequence (after EC training interval). Besides, in fact, at each m -th frame of N samples, only N^2 additions are required (as the matrix \mathbf{A} consists of 0 and 1 values) for the calculations of the vector $\mathbf{A}\mathbf{y}(m)$, i. e. the algorithm may be implemented as multiplier less one if m and X have values which are powers of 2. If signal oversampling is used, (9) is still valid. In the case, N corresponds to unoversampled M-sequence length and \mathbf{A} are shifted copies of the un-modulated oversampled (zero inserted) M-sequence.

3. Simulations.

The performance of the algorithm is demonstrated by means of a below example. It was considered the cancellation of the echo, generated by a filter with 2048 coefficients. For echo path simulation, Test Loop #6 and Noise Model A (the worst noise scenario with $\sigma_z^2 \approx -30$ dBm line noise) were selected from Annex B [1]. As the significant portion of the echo path laid in the first few hundred coefficients, an M-sequence with $N = 255$ [1] and an oversampling rate of 2 were chosen. In this case, about 70 dB Echo Return Loss Enhancement (ERLE) was achieved. Average suppressed echo level was -63 dBm. It was about 33 dB less than noise level. In other test scenarios [1], the EC performance was about as this one. To get a similar echo suppression with LMS algorithm is a difficult problem. LMS algorithm has worse convergence in case of noisy echo and EC driving by a correlated signal (short M-sequence). An M-sequence with the length as that of adaptive filter length is a case of such signal. Approximately the same properties (as those of LS EC) for

LMS EC were achieved for the same length of adaptive filter only when decreased adaptation step-size and M-sequence with $N = 2^{23} - 1$ were used. $X = 0.5625 V$ corresponds the amplitude of the transmitted PAM2 line probing signal [1]. However, step-size decreasing in LMS algorithm, which is optimal for all scenarios, is a problem, which has not unambiguous solution. As a result, considered LMS algorithm provides about 5 dB less ERLE after training than considered LS criterion algorithm. If to use the same driving signal for LS and LMS algorithms (M-sequence with $N = 255$), then LMS algorithm provides about 30 dB less echo suppression than LS algorithm. At the same time, LS solution still exists as the signal has unilaterally defined inverse of its correlation matrix. So, proposed algorithm may be considered as an alternative one for for echo cancellation problem solution in SHDSL modems, and other applications, where M-sequences are available as adaptive filter input signals and the sequences length is comparable with echo path lengths.

4. Conclusions.

This paper has described an efficient method for EC training, using the M-sequences defined in the ITU-T SHDSL standard. Because of its computational advantages, the algorithm can be considered as an alternative one to the widely used LMS criterion adaptive filtering algorithm. Besides, as the algorithm provides LS solution of the echo path identification problem, achieved performance of LS criterion EC is better than that of LMS algorithm. The proposed algorithm can be used in applications, where M-sequences are available as training signals, and where there are high performance requirements and implementation restrictions to the used adaptive filtering algorithms.

References

1. ITU-T Draft G.991.2. Transmission systems and media. Single-pair high-speed digital subscriber line (SHDSL) transceivers. – 2000. – 147 p.
2. Zelniker G., Taylor F. D. Advanced digital signal processing: theory and application. New York, NY: Marcel Dekker Inc. - 1994. - 666 p.
3. Gray R. M. Toeplitz and circulant matrices: a review. Stanford University, USA. <http://ee.stanford.edu/~gray/toeplitz.pdf>. - 2002. - 68 p.