

РАДИС Лтд
Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20
Тел./факс. (095) 535-02-70, 532-06-63, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Рассмотрены многоступенчатые системы прореживания с цифровыми КИХ- и БИХ-фильтрами. Проведен анализ вариантов построения таких систем для конкретных требований с учетом конечной длины слова коэффициентов и внутренних переменных в фильтрах.

1. Введение. Для понижения (прореживания) или повышения (интерполяции) частоты дискретизации в цифровой обработке сигналов широко используются многоступенчатые системы, основными элементами которых являются КИХ- или БИХ-фильтры нижних частот. Сложность фильтров и требование к быстродействию элементной базы для их реализации зависит от варианта построения такой системы, а именно от количества ступеней и значений промежуточных коэффициентов прореживания (интерполяции). Четкие рекомендации по выбору лучшего варианта дать затруднительно [1]. Однако, когда число возможных вариантов не очень велико можно выполнить анализ сложности всех вариантов. В данном сообщении такой анализ проведен для систем прореживания с КИХ- и БИХ-фильтрами для конкретных требований к АЧХ с учетом конечной длины слова коэффициентов и внутренних переменных.

2. Требования к системе прореживания. Коэффициент прореживания $K=16$. АЧХ фильтра нижних частот должна удовлетворять следующим требованиям:

максимальная неравномерность в полосе пропускания $\Delta a_{\max} = 0.1 \text{ дБ}$,

минимальное ослабление в полосе задерживания $a_{\min} = 80 \text{ дБ}$,

граничная частота полосы пропускания $f_1 = 0.004$,

граничная частота полосы задерживания $f_2 = 0.0585$.

Указанные частоты нормированы относительно максимальной частоты дискретизации в системе прореживания. Как видим требуется достаточно узкополосный фильтр с коэффициентом прямоугольности ≈ 15 .

Для данного $K=16$ наряду с одноступенчатой структурой можно получить 7 вариантов многоступенчатых структур с $K=4 \times 4$, 8×2 , 2×8 , $2 \times 4 \times 2$, $4 \times 2 \times 2$, $2 \times 2 \times 4$, и $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Например, вариант с $K=8 \times 2$ означает двухступенчатую структуру с промежуточными коэффициентами прореживания 8 и 2 и частотами дискретизации 1, 1/8 и 1/16. Требования к АЧХ фильтров на каждой ступени определяются согласно методике [1].

3. Программы для расчета фильтров. Для расчета КИХ-фильтров прямой формы применим программу из [2], включив в нее процедуру округления коэффициентов. Минимальная длина слова коэффициентов устанавливается путем итераций, начиная с некоторого заведомо малого значения длины.

Для расчета каскадных БИХ-фильтров используем программу DIFID [3] в режиме минимизации длины слова коэффициентов и отношения (шум округления)/сигнал при следующих установках: аналоговый прототип – фильтр Золотарева-Кауэра, форма звеньев – прямая, норма для масштабирования $-L_{\infty}$, масштабные множители вводятся путем изменения коэффициентов числителей передаточных функции звеньев.

Для промежуточных коэффициентов прореживания равных 2 с помощью этих программ можно рассчитать полуполосные КИХ- и БИХ-фильтры, часть коэффициентов которых равна нулю. Воспользуемся этой возможностью для варианта $2 \times 2 \times 2 \times 2$.

4. Результаты. В таблице представлены требования к АЧХ для всех вариантов многоступенчатых систем прореживания и полученные значения параметров фильтров.

Таблица

Вариант	Ступень	Δa_{\max} , дБ	f_1	f_2	КИХ-фильтры		БИХ-фильтры		
						М	N	М	Δ
16	1	0.1	0.004	0.0585		19	4	10	7
					9				
4×4	1	0.05	0.004	0.246		15	3	7	5
	2	0.05	0.016	0.234	2 17	16	4	6	4
8×2	1	0.05	0.004	0.121		18	3	10	6
	2	0.05	0.032	0.468	6 6	9	3	4	1
2×8	1	0.05	0.004	0.496		3	2	3	1
	2	0.05	0.008	0.117	35	19	4	9	5
4×2×2	1	0.0167	0.004	0.246	12	15	3	7	5
	2	0.0167	0.016	0.484	5	13	2	7	2
	3	0.0167	0.032	0.468	6	9	3	5	1
2×4×2	1	0.0167	0.004	0.496		3	2	3	1
	2	0.0167	0.008	0.242	16	16	3	7	5
	3	0.0167	0.032	0.468	6	9	3	5	1
2×2×4	1	0.0167	0.004	0.496	3	3	2	3	1
	2	0.0167	0.008	0.492	3	3	2	4	1
	3	0.0167	0.016	0.234	17	17	4	7	4
2×2×2×2	1	0.0125	0.004	0.496	3(6)	3(5)	2(3)	3(2)	1(1)
	2	0.0125	0.008	0.492	3(6)	3(5)	2(3)	4(2)	1(1)
	3	0.0125	0.016	0.484	5(6)	11(5)	2(3)	7(8)	2(1)
	4	0.0125	0.032	0.468	6(6)	9(10)	3(4)	5(5)	1(1)

Здесь N – порядок фильтра, M – длина слова дробной части двоичных коэффициентов с фиксированной точкой, Δ – дополнительная длина слова необходимая для компенсации усиления шума округления в БИХ-структуре. Частоты f_1 и f_2 нормированы относительно частоты дискретизации на данной ступени прореживания. Для всех фильтров на любой ступени $a_{\min} = 80$ дБ. В скобках указаны значения N, M и Δ для полуполосных фильтров.

5. Выводы. Анализ данных в таблице позволяет сделать следующие выводы. Минимальный суммарный порядок фильтров для КИХ-структур соответствует варианту 2×2×2×2, а для БИХ-структур – варианту 16. Значения длины слова коэффициентов для КИХ- больше, чем для БИХ-структур. Наименьшие значения дают трех- и четырехступенчатые БИХ-структуры. Вариант 2×2×2×2 (полуполосный случай) обладает лучшими шумовыми свойствами (малые Δ), чем другие. Однако ему соответствует максимальный суммарный порядок из всех вариантов с БИХ-структурами. Дальнейший анализ построения системы прореживания необходимо проводить с учетом дополнительных требований к проекту, особенностей реализации и используемой элементной базы. Для исполнения на основе заказных или полужаказных СБИС по-видимому более пригодны варианты 2×2×4 и 2×2×2×2 с БИХ-фильтрами и 2×2×2×2 с КИХ-фильтрами.

Литература

1. Крошьер Р.Е., Рабинер Л.Р. Интерполяция и децимация цифровых сигналов: Методический обзор. // ТИИЭР. 1981. Т.69. –С. 14-49.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. // М.: Мир. 1978.- 848 с.
3. Мингазин А.Т. Программа DIFID: эффективный синтез каскадных цифровых БИХ-фильтров. //4-я международная конференция 'Цифровая обработка сигналов и ее применение'. 2002. Т.1. -С. 90-93.

ANALYSIS OF CONFIGURATIONS FOR MULTISTAGE DIGITAL DECIMATING SYSTEMS

Mingazin A.

RADIS Ltd
a/я 20, 124460, Moscow, Zelenograd, Russia,
Tel/Fax (095)535-02-70, 532-06-63 e-mail: alexmin@orc.ru

Abstract. Multistage decimating systems with FIR and IIR digital filters are considered. The analysis of configurations in such systems for given requirements is executed with the finite wordlength of filter coefficients and internal filter variables.

1. Introduction. Methods of decrease (decimation) and increase (interpolation) of the sampling frequency are widely applied in digital signal processing. For this aim multistage systems are used. The basic elements of these systems are FIR or IIR low-pass digital filters. Complexity of the filters and the requirement to speed of element base for their realization depends on the variant of structure of such system, namely on quantity of stages and values of intermediate decimation (interpolation) factors. It is difficult to give precise recommendations for the choice of the best variant [1]. However the analysis of complexity for all possible variants can be made when their number is not large. In this paper such analysis is executed for decimating systems using FIR and IIR filters with the finite wordlength of coefficients and internal variables.

2. Requirements to decimating system. Decimating factor is $K=16$. The magnitude response of the low-pass filter should meet the following requirements:

the maximal passband ripple $\Delta a_{\max} = 0.1\text{dB}$,

the minimal stopband attenuation $a_{\min} = 80\text{dB}$,

the passband edge $f_1 = 0.004$,

the stopband edge $f_2 = 0.0585$.

The specified frequencies are normalized in relation to the maximal sampling frequency in the decimating system. As we see the narrow-band filter with $f_2 / f_1 \cong 15$ is required.

For given $K=16$ we can receive besides one-stage still 7 variants of multistage structures with $K = 4 \times 4$, 8×2 , 2×8 , $2 \times 4 \times 2$, $4 \times 2 \times 2$, $2 \times 2 \times 4$ and $2 \times 2 \times 2 \times 2$. For example the variant with $K = 8 \times 2$ means two-stage structure with intermediate decimation factors 8 and 2 and the sampling frequencies 1, 1/8 and 1/16. The requirements to magnitude response filters at each stage are defined according to a technique [1].

3. Programs for calculation of filters. For the calculation of FIR direct form digital filters we apply the program from [2] adding the coefficient rounding procedure. The minimal coefficient wordlength is established by iterations.

For the calculation of cascade IIR digital filters we use program DIFID [3] in a mode of minimization of the coefficient wordlength and (roundoff noise)/signal at the following installations: the analog prototype is Zolotarev-Cauer filter, the structure of second order sections is the direct form, norm for scaling is L_∞ -norm, the scaling multipliers are entered by change of numerator coefficients of section transfer functions.

For intermediate decimation factors equal 2 by these programs it is possible to calculate half-band FIR and IIR digital filters. For these filters some coefficients are equal to zero. Let's use these filters in the structure with $2 \times 2 \times 2 \times 2$.

4. Results. The requirements to magnitude response for all variants of multistage decimating systems and received values of filter parameters are shown in the table. Here N is the filter order, M is the mantissa wordlength of binary fixed point coefficients, Δ is the additional wordlength for compensation of the roundoff noise gain in IIR digital filters. The frequencies f_1 and f_2 are normalized in relation to the sampling frequency at the given decimation stage. For all filters at any stage $a_{\min} = 80\text{dB}$. Values N , M and Δ in brackets are corresponds to the half-band filters.

5. Conclusions. The analysis of the data in the table allows to draw the following conclusions. The minimal total order filter corresponds to the variant $2 \times 2 \times 2 \times 2$ for FIR structures and variant 16 for IIR structures. The coefficient wordlengths for FIR are more than for IIR structures. Three and four-stage IIR

structures have the minimal wordlengths. The variant $2 \times 2 \times 2 \times 2$ with half-band IIR digital filters possess the best noise properties (small Δ) than others. However this variant has the maximal total order among all IIR structures. The further analysis of the decimating system should take into account additional requirements to project, features of realization and used element base. For hardware implementation on the basis of custom or semicustom VLSI the variants $2 \times 2 \times 4$ and $2 \times 2 \times 2 \times 2$ with IIR and variants $2 \times 2 \times 2 \times 2$ with FIR digital filters are apparently more suitable.

Table

Variant	Stage	Δa_{\max} , dB	f_1	f_2	FIR-filters		IIR-filters		
						M	N	M	Δ
16	1	0.1	0.004	0.0585		19	4	10	7
4×4	1	0.05	0.004	0.246	9	15	3	7	5
	2	0.05	0.016	0.234	2	16	4	6	4
8×2	1	0.05	0.004	0.121		18	3	10	6
	2	0.05	0.032	0.468	6	9	3	4	1
2×8	1	0.05	0.004	0.496		3	2	3	1
	2	0.05	0.008	0.117	35	19	4	9	5
4×2×2	1	0.0167	0.004	0.246	12	15	3	7	5
	2	0.0167	0.016	0.484	5	13	2	7	2
	3	0.0167	0.032	0.468	6	9	3	5	1
2×4×2	1	0.0167	0.004	0.496		3	2	3	1
	2	0.0167	0.008	0.242	16	16	3	7	5
	3	0.0167	0.032	0.468	6	9	3	5	1
2×2×4	1	0.0167	0.004	0.496	3	3	2	3	1
	2	0.0167	0.008	0.492	3	3	2	4	1
	3	0.0167	0.016	0.234	17	17	4	7	4
2×2×2×2	1	0.0125	0.004	0.496	3(6)	3(5)	2(3)	3(2)	1(1)
	2	0.0125	0.008	0.492	3(6)	3(5)	2(3)	4(2)	1(1)
	3	0.0125	0.016	0.484	5(6)	11(5)	2(3)	7(8)	2(1)
	4	0.0125	0.032	0.468	6(6)	9(10)	3(4)	5(5)	1(1)

References

1. Crochiere R.E., Rabiner L.R. Interpolation and decimation of digital signals –A tutorial review.//Proc. IEEE. 1981. V.69. №3. –P. 300-331.
2. Rabiner L.R., Gold B. Theory and application of digital signal processing.-Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
3. Mingazin A.T. DIFID: A computer program for efficient design of cascade IIR digital filters.// DSPA. 2002. V.1. –P. 90-93.