

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТЕЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ В ДВУМЕРНОМ РЕКУРСИВНОМ ЦИФРОВОМ ФИЛЬТРЕ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЧИСЛЕ УРОВНЕЙ КВАНТОВАНИЯ*

Рудых Д.В., Приоров А.Л., Лебедев М.В.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Реферат. Исследован двумерный рекурсивный цифровой фильтр первого порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение и произвольным уровнем квантования. Получены аналитические выражения для областей существования различных типов движений предельных циклов с амплитудами -1 и 1 .

Постановка задачи

Задачи, связанные с изучением условий зарождения предельных циклов разных периодов в результате нелинейной характеристики сумматора и с оценкой их амплитуды, могут быть решены в рамках детерминированного подхода. Для этого необходимо рассматривать функции нелинейности квантования и сумматора в явном виде. Особенно усложняет исследования тот факт, что все нелинейности являются кусочно-линейными функциями, а, следовательно, не дифференцируемыми.

Любое граничное условие для двумерной системы первого порядка представляет собой две бесконечные последовательности, тогда как для одномерной системы первого порядка начальным условием служит всего один отсчет. Так что перебрать всевозможные начальные условия для двумерной системы при применении метода символьной динамики становится нереальным. Поэтому основное внимание уделяется условиям зарождения предельных циклов при отсутствии входного воздействия и начальных условиях таких, что отличным от нуля является только отсчет $X(-1, -1)$, а все остальные равны нулю.

В работе рассматриваются двумерные рекурсивные цифровые фильтры первого порядка, описываемые нелинейным разностным уравнением вида:

$$X(m, n) = f\{a \cdot X(m-1, n) + b \cdot X(m, n-1) + c \cdot X(m-1, n-1)\},$$

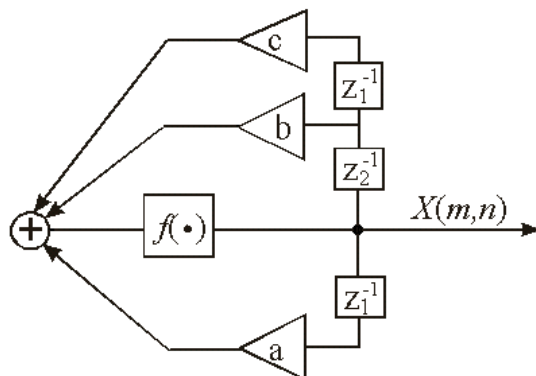


Рис.1. Двумерный рекурсивный цифровой фильтр первого порядка с нулевым внешним воздействием

где a , b и c – независимые коэффициенты фильтра, а функция $f(x)$ учитывает его нелинейные свойства. Её вид зависит от выбора характеристики сумматора, способа квантования и количества уровней квантования. Структурная схема двумерных цифровых рекурсивных фильтров первого порядка представлена на рис.1.

Начальными условиями для фильтра является совокупность двух бесконечных последовательностей $\{X(m, -1)\}$ и $\{X(-1, n)\}$.

Если при выполнении арифметической операции получают результат, который выходит за пределы диапазона представляемых чисел, то говорят, что имеет место переполнение. В этом случае проявляются нелинейные свойства сумматора – элемента, присутствующего в любом цифровом фильтре.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования России

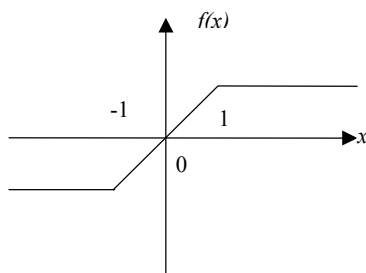


Рис.2. Вид функции нелинейности с насыщением без квантования

Аналитически функция нелинейности задается следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ x, & -1 < x < 1 \\ -1, & x \leq -1 \end{cases}$$

При наложении условий квантования, область линейного режима функции нелинейности разбивается на зоны с различными значениями.

Одним из проявлений нелинейных свойств в двумерных цифровых рекурсивных фильтрах является получение выходного сигнала в виде предельного цикла. Это свойство можно использовать как для разработки генераторов двумерных цифровых сигналов, так и для того, чтобы избежать связанных с этим нежелательных эффектов.

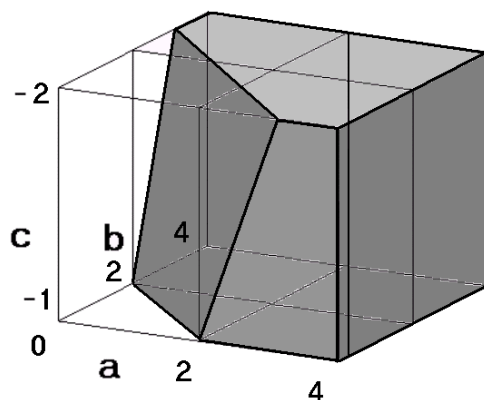
Результаты исследования

Найдены области существования предельных циклов с амплитудами -1 и 1 для двумерных рекурсивных фильтров первого порядка с произвольным числом уровней квантования. Определены границы областей существования предельных циклов для двумерного рекурсивного цифрового фильтра первого порядка с произвольным числом уровней квантования и заданным видом начальных условий. Например, область существования единичного импульса с амплитудой равной -1 задается системой неравенств:

$$\begin{cases} c \leq -1, \\ b \geq 1, \\ a \geq 1, \\ a+b+c \geq 1 \end{cases}$$

и имеет вид представленный на рис.3.

Обнаружено, что при изменении вида начальных условий, области существования предельных циклов с амплитудами -1 и 1 будут оставаться постоянными для произвольного числа уровней квантования.

Рис.3. Область существования единичного импульса с амплитудой равной -1

Это объясняется тем, что эффекты переполнения возникают при выходе за границы линейного режима функции нелинейности, а, следовательно, независимо от вида функции нелинейности двумерного рекурсивного цифрового фильтра на данном отрезке. Выяснено что

область отсутствия сигнала на выходе фильтра будет уменьшаться с ростом числа уровней квантования.

Заключение

Проанализированы области существования предельных циклов в двумерных рекурсивных цифровых фильтрах первого порядка с произвольным числом уровней квантования. Рассмотрен случай начальных условий произвольного вида. Результаты работы могут быть использованы для дальнейшего исследования и разработки цифровых телекоммуникационных систем, обработки и передачи двумерных цифровых сигналов и изображений.

Литература

1. G.A. Maria, M.M. Fahmy. Limit cycle oscillation in first-order two-dimensional digital filters // IEEE Trans. Circuits and Systems, V. CAS-22, Mar. 1975, P. 246-251.
2. T.L. Chang. Limit cycles in a two-dimensional first order digital filter // IEEE Trans. Circuits Syst., V. CAS-24, Jan. 1977, P. 15-20.
3. Rudyh D., Priorov A., Manko V. The influence of a fixed external action and initial conditions on two-dimensional recursive digital filters of the first order with the nonlinear adder // Proc. of 4th Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications" (DSPA'2002), Moscow, 2002. V.2, P. 412-413.
4. Balusov I., Rudyh D., Priorov A. The dynamics of a two-dimensional recursive digital filter of the second order at three-level quantization // Proc. of 4th Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications" (DSPA'2002), Moscow, 2002. V.2, P. 397-398.



RESEARCH OF AREAS OF EXISTENCE OF THE LIMIT CYCLES IN A TWO-DIMENSIONAL RECURSIVE DIGITAL FILTER OF THE FIRST ORDER AT ARBITRARY NUMBER OF LEVELS OF QUANTIZATION*

Rudyh D., Priorov A., Lebedev M.

Yaroslavl State University
150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaja st., 14.
Phone (0852) 79-77-75, E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

The tasks bound with learning of conditions of origin of different periods limit cycles as a result of the nonlinear characteristic of the adder and with an estimation of their amplitude, can be decided within the framework of the determined approach. For this purpose it is necessary to consider functions of nonlinearity of quantization and adder in obvious sort.

Any boundary conditions for a two-dimensional first order system represent two infinite sequences, whereas for an one-dimensional first order system the initial condition is only one sample. Thus, it begins unreal to sort out the all possible initial condition for the two-dimensional system on application of a character dynamics method. Therefore main attention is given to conditions of origin of limit cycles with absence of entry effect and initial conditions such, that distinct from zero is only sample $X(-1, -1)$, and all remaining are peer to zero.

In work the two-dimensional recursive digital filters of the first order are considered, described by a nonlinear difference equation of a view:

$$X(m, n) = f\{a * X(m-1, n) + b * X(m, n-1) + c * X(m-1, n-1)\},$$

where a , b and c - independent coefficients of the filter, and function $f(x)$ takes into account nonlinear properties of the filter. and its view depends on a choice of the characteristic of the adder and quantity of quantization levels. The initial condition for a filter is the collection of two infinite sequences $\{X(m, -1)\}$ and $\{X(-1, n)\}$. At overlying of conditions of quantization, the area of the linear mode of the function of nonlinearity is divided into zones with various values. One of manifestations of nonlinear properties in two-dimensional digital recursive filters is obtaining an output signal as a two-dimensional limit cycle. This property can be utilized as for development of generators of two-dimensional digital signals, and to avoid of undesirable effects bound with it.

The areas of existence of two-dimensional limit cycles with amplitudes -1 and 1 for two-dimensional recursive filters of the first order with arbitrary number of levels of quantization are retrieved. The boundaries of areas of existence of two-dimensional limit cycles for a two-dimensional recursive digital filter of the first order with arbitrary number of levels of quantization and given view of the initial conditions are defined.

It is revealed, that at change of view of the initial conditions, the areas of existence of two-dimensional limit cycles with amplitudes -1 and 1 will remain stationary values for arbitrary number of levels of quantization. It is explained, that the effects of overflow arise at overrunning boundaries of the linear mode of the function of nonlinearity, and, therefore, irrespective of sort of the function of nonlinearity of a two-dimensional recursive digital filter on the given segment. It is clarified that the area of absence of a signal on an output of a filter will be decreased with increasing of number of levels of quantization.

The areas of existence two-dimensional limit cycles in two-dimensional recursive digital filters of the first order with arbitrary number of levels of quantization, are parsed. The case of the initial conditions of arbitrary view is surveyed.

* Work is supported by Russian Foundation of Fundamental Research and Ministry of Education of Russian Federation