СВОЙСТВА ПРЕОБРАЗОВАНИЙ НА ОСНОВЕ ОПЕРАТОРОВ С УНИТАРНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ В ЗАДАЧАХ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Широков С.М., Петров А.В.

Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики
443010, Самара, ул. Л.Толстого, 23; т. (8462)33-55-58, e-mail: smshirokov@mail.ru, antonpf@hippo.ru

1. Введение

Быстрый прогресс в области теории и техники цифровой обработки сигналов (ЦОС) дает основу для разработки таких новых алгоритмов, которые на базе аналоговой техники были в принципе нереализуемы и потому не рассматривались. В частности, при аналоговой фильтрации сигналов их спектральное представление является лишь формой математического описания и анализа, а физически не реализуется. В отличие от этого при ЦОС можно сформировать спектр сигнала в любом базисе и осуществлять над ним любые преобразования, как линейные, так и нелинейные, причем не обязательно представленные в аналитическом виде. Одним из практических применений такого подхода является метод подавления сосредоточенных помех (СП) в каналах связи, основанный на избирательном сжатии спектра помехи без изменения спектра сигнала за счет использования нелинейной обработки сигналов в частотной области с применением нелинейных ортогональных преобразований. Впервые идея такого метода была предложена в [1], а в [2] рассмотрены практические результаты, доказывающие его эффективность. В данном докладе представлены результаты дальнейшего исследования этого метода, дающие основу для оптимального выбора параметров указанной нелинейной обработки сигналов.

2. Взаимосвязь исходного и преобразованного спектров

Хотя в данной работе речь идет о ЦОС, для теоретического анализа вначале целесообразно рассматривать сигналы и спектры как функции непрерывных аргументов.

Рассматриваемое нелинейное преобразование спектра, как это подробно обосновано в [2], целесообразно выбирать в классе операторов с унитарной нелинейностью [3], описываемых нелинейным уравнением Шредингера (НУШ)

$$i\frac{\partial\psi}{\partial\eta}+\alpha\frac{\partial^2\psi}{\partial\omega^2}+f(\psi)\psi=0\cdot \qquad (1)$$

где $\psi(\eta,\omega)$ - нормированная спектральная функция, зависящая от частоты ω и вспомогательной переменной η. Такое представление позволяет рассматривать спектр как функцию частоты со значениями в гильбертовом пространстве [4].

Уравнение вида (1) является одним из основных в задачах нелинейной квантовой механики и оптики [4,5], а поэтому хорошо изучено. Реализация описываемого им нелинейного ортогонального преобразования (НОП) в цифровой форме после соответствующей дискретизации по переменным η и ω осуществляется с помощью цепочки линейных и нелинейных дискретных преобразований [2]. Одним из важных свойств НОП является то, что с увеличением числа звеньев в указанной цепочке результат НОП становится мало критичным к начальным условиям, т.е. к форме спектра СП. Это очень важное с практической точки зрения свойство, так как оно позволяет подавлять достаточно широкий класс реальных СП без перестройки алгоритма обработки.

Теоретически стационарную форму преобразованного, т.е. сжатого спектра можно найти, используя метод, рассмотренный в [5]. Для этого представим $\psi(\eta,\omega)$ в виде

$$\psi(\eta,\omega)=\rho_c(\omega)\exp(-i\gamma\eta) \qquad (2)$$

После подстановки (2) в (1) и ряда преобразований получается уравнение

$$\gamma\rho_c^2+\alpha(\rho_c')^2+\kappa\rho_c^4=0\cdot \qquad (3)$$

которое при определенных значениях □, γ и □ имеет решение вида:

$$\rho_c(\omega)=\rho_{c0}\,\mathrm{sech}(\omega/\omega_{cn}), \qquad (4)$$

где □$_{c0}$ — амплитуда преобразованного спектра, ω_{cn} – ширина спектра СП.

Таким образом, при достаточно большом числе звеньев НОП оно обеспечивает преобразование спектра СП к такому виду, который соответствует солитонному решению НУШ в форме гиперболического секанса. Это подтверждается результатами компьютерного моделирования преобразований СП с различной шириной спектра, приведенными на рис 1, 2 (для СП показаны их огибающие).

3. Устойчивость преобразования к изменениям формы огибающей СП

Поскольку реальные помехи в каналах связи –случайные, очень важен вопрос об устойчивости процесса сжатия спектра СП к случайным изменениям его формы. Используя подход [5], представим выражение огибающей исходного спектра СП в виде

$$\psi(\omega) = \rho_0(\omega) + \delta\psi(\omega), \qquad (5)$$

где $\rho_0(\omega)$ – детерминированная составляющая, $\delta\psi(\omega)$ — случайная составляющая, характеризующая флуктуации. После подстановки (5) в (1) и преобразований получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial\eta}\mathrm{Re}\,\delta\psi(\eta,\omega) = -j\alpha\dfrac{\partial^2}{\partial\omega^2}\mathrm{Im}\,\delta\psi(\eta,\omega) \\ \dfrac{\partial}{\partial\eta}\mathrm{Im}\,\delta\psi(\eta,\omega) = j\alpha\,\mathrm{Re}\psi(\eta,\omega) - \gamma\,\mathrm{Re}\psi(\eta,\psi) \end{cases}. \qquad (6)$$

Решение этой системы позволяет получить дисперсионное соотношение, причем для режима сжатия спектра соответствующий дисперсионный параметр оказывается мнимым, что указывает на возможную неустойчивость преобразования. Тем не менее, теоретически и экспериментально доказано, что при определенном выборе параметров обеспечивается достаточно устойчивый режим формирования солитоноподобного импульса [5]. В данном случае оптимизация выбора параметров по такому критерию затруднена, так как аналитическое решение (6) возможно в небольшом числе частных случаев и при условии $|\delta\psi| << \rho_0$. Здесь анализ возможен только при применении численных методов. Некоторые общие оценки можно получить для частного случая, когда нелинейная функция в (1) имеет вид $f(\psi) = \kappa|\psi|^2$. Решение такого уравнения представляется в континуально-интегральной форме, с помощью метода Фейнмана (интегрирования по траекториям), в виде [3,5]

$$\psi(\eta,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty}\psi_0(\theta)G(\theta,\omega,\eta)d\theta, \qquad (7)$$

где $\psi(\theta) = \psi(\theta,\eta = 0)$, G(·) имеет смысл функции Грина, которая может быть выражена через следующий континуальный интеграл:

$$G(\theta,\omega,\eta) = \int\exp\left[-\int_0^{\eta} L\,(\omega(x),\dot\omega(x))dx,\right]\mathbf{D}\omega(x), \qquad (8)$$

где $L\,(\omega(x),\dot\omega(x)) = \omega^2(x) + \kappa|\psi(\omega(x),x)|^2$, **D**ω(x) — оператор дифференцирования. Такое выражение, означает интегрирование по бесконечному количеству траекторий, связывающих точки огибающей с координатами θ, 0 и ω.

Но и для этих уравнений получить точное аналитическое решение в общем случае невозможно. Приближенные решения таких уравнений строятся с применением методов итераций и статистических испытаний [5]. В рассматриваемых здесь задачах наиболее простым и удобным является решение методом, который получил название "приближение заданного канала" (ПЗК). В данном случае это означает, что рассматривается НОП, состоящее только из двух звеньев - нелинейного и линейного. Рассмотрим в качестве примера СП с флуктуирующей составляющей спектра вида

$$\delta\psi(\eta,\omega) = \xi(\omega)\,\mathrm{sech}(\omega/\omega_{cn})), \qquad (9)$$

где ξ(ω) – случайная функция частоты с гауссовским распределением.

В этом случае устойчивость преобразования зависит от интервала корреляции случайного процесса $q(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\xi(\omega)\exp(j\omega t)d\omega$. (10)

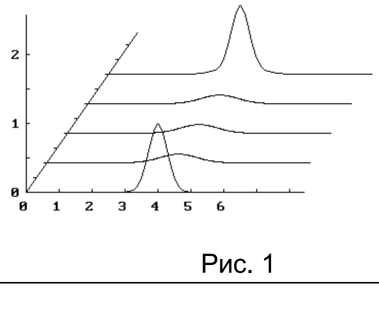

Рис. 1

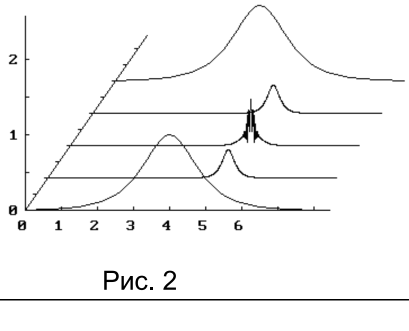

Рис. 2

Если он соизмерим с длительностью СП, преобразование устойчиво. Если же он намного меньше, то СП и ее спектр распадаются на последовательность случайно распределенных составляющих, «субимпульсов», количество которых зависит от интервала корреляции. На рис. 3 приведены результаты компьютерного моделирования подтверждающие это.

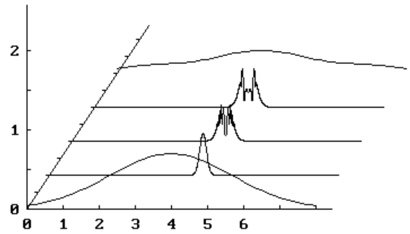

Рис. 3

В целом изложенные результаты показывают, что необходимы дальнейшие исследования по выбору оптимальных параметров рассмотренного алгоритма подавления СП.

Литература

1. Широков С. М. Нелинейные спектральные представления в теории и технике обработки сигналов // Тезисы РНТК ПГАТИ, 2001, с.6–7.
2. Shirokov S.M., Petrov A.V. Digital signal processing using nonlinear orthogonal transforms in frequency domain // Proc. of SCI2002/ISAS2002, vol.14, Orlando, 2002, pp.267–270.
3. Маслов В.П. Комплексные марковские цепи и континуальный интеграл Фейнмана. - М.: Наука, 1976.
4. Широков С.М. Представления и обработка сигналов со значениями в гильбертовом пространстве.// Тезисы докладов 57-ой научной сессии РНТОРЭС им.А.С.Попова.- М.: 2002.
5. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. - М.: Наука, 1988.

CHARACTERISTICS OF TRANSFORMS WITH NONLINEAR UNITARY OPERATORS IN DIGITAL SIGNAL PROCESSING TASKS

Shirokov S., Petrov A.

Povolzhskatya State Academy of Telecommunications and Informatics.
443010, Samara, ul. L. Tolstogo, 23, tel, email: : smshirokov@mail.ru, apetrov@smrtlc.ru

1. Introduction

Using DSP, it's possible to build spectrum in any basis and to implement any kind of spectrum transform including nonlinear ones. One of practical applications of this point of view is narrowband interference (NI) suppression method using nonlinear orthogonal transforms. It was proposed first in [1], its efficiency was proved in [2]. This paper shows results of further research for its parameters optimization.

2. Interdependence of initial and compressed spectrums

As it was previously shown in [2], nonlinear spectrum transform is based on nonlinear unitarity operators. Their representations are defined by nonlinear Schroedinger equation. Using method described in [5], it's possible to find stationary form of transformed (compressed) spectrum. It has hyperbolic secant envelope corresponds to soliton decision of nonlinear Schroedinger equation. The diagrams on figures below confirm this.

3. Transform stability against NI envelope changing

Transform stability is quite important question because interferences in telecommunications channels are random. Using the method described in [5], the dispersion ratio as a result is received, which must be imaginary to allow spectrum compression. It can lead to instability, but it is proved that soliton-like impulse forming is quite stable with [5]. Some more common estimations can be received for specific form of *f*() using Feinman's trajectory integration method. These estimations also can define the stability of transform and also can figure out the nature of transformed spectrum distortion.

References

1. Shirokov S. M. Nonlinear spectrum representations in signal processing theory and technique // Proc. of RNTK PGATI, - Samara, 2001, pp. 6-7 (in Russian)

2. Shirokov S.M., Petrov A.V. Digital signal processing using nonlinear orthogonal transforms in frequency domain // Proc. of SCI2002/ISAS2002, vol.14, Orlando, 2002, pp.267–270.

3. Maslov V.P. Complex Markov Chains and Continual Feinman Integral. Nauka, Moscow, 1976 (in Russian).

4. Shirokov S. M. representations and processing of signals with values in Hilbert space. // Proc. of 57th session of A. S. Popov RNTORES.- Moscow, 2002 (in Russian)

5. Akhmanov S. A., Vysloukh V. A., Chirkin A.S. Optics of phemtosecond laser pulses. – M.: Nauka, 1988.