АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЕКОРРЕЛЯЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ НА ОСНОВЕ РЕКУРРЕНТНЫХ МАТРИЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Агеев С.А., Васильев К.К.

ФГУП НПО “Марс”, Ульяновский государственный технический университет
432027, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, кафедра “Телекоммуникации”

Одним из известных методов обработки сигналов на фоне пространственно-временных коррелированных помех является метод обеляющего фильтра (ОБФ)[1-3]. Его суть заключается в приведении исходной задачи к относительно простому случаю обработки сигналов на фоне белого шума. Однако практическое применение такого подхода для обработки многомерных массивов данных сопряжено с трудностями, связанными с неопределённостью корреляционных функций помех и необходимостью обращения плохо обусловленных матриц больших размеров. Вместе с тем именно такие проблемы возникают при обработке последовательностей реальных изображений в системах глобального мониторинга, радио- и гидролокации, управления сложными объектами и медицинской диагностике.

В работах [4-7] предложены и исследованы адаптивные алгоритмы декорреляции случайных последовательностей и полей. В то же время при построении подобных алгоритмов недостаточное внимание уделяется использованию свойств тёплицевых форм, которые позволяют синтезировать достаточно эффективные в вычислительном плане процедуры обработки многомерных массивов данных.

В настоящей работе предлагаются относительно простые в вычислительном плане, но эффективные с точки зрения потерь по отношению к оптимальным процедурам решения задачи декорреляции неоднородных случайных полей (СП) с использованием свойств тёплицевых форм. Учёт неоднородностей СП осуществляется с помощью перестройки параметров алгоритма декорреляции псевдоградиентными процедурами.

Рассмотрим гауссовское марковское случайное поле (СП) $x_{\bar{j}}=\{x_{\bar{j}};\ \bar{j}=(\bar{j}_1,\ \bar{j}_2,\ldots,\ \bar{j}_n)\in\Omega\}$, заданное на n-мерной прямоугольной сетке $\Omega=\{\bar{j}, \bar{j}_k=\overline{1,M_k}$ k=1,2,…,n}. Корреляционная функция (КФ) $R_{x_{\bar{j}}}\{\bar{r}_1,\bar{r}_2\}=M\{x_{\bar{j}+\bar{r}_1}\cdot x_{\bar{j}+\bar{r}_2}\}$ априори неизвестна и может изменяться в процессе наблюдения. Положим $M\{x_{\bar{j}}\}=0,\ \forall\ \bar{j}\in\Omega$. Необходимо построить адаптивное линейное преобразование

$$z_{\bar{j}}=L\{x_{\bar{j}}\}, \tag{1}$$

обеспечивающее выполнение условия

$$B_{z_{\bar{j}}}\{\bar{r}_1,\ \bar{r}_2\}=M\{z_{\bar{j}+\bar{r}_1},z_{\bar{j}+\bar{r}_2}\}\to 0, \tag{2}$$

где $B_{z_{\bar{j}}}$ - ковариационная функция (КФ) наблюдений после преобразования (1).

Положим, что на сетке Ω определено правило линейного упорядочивания точек, на основе которого можно определить, что элемент $\bar{j}$ предшествует элементу $\bar{l}$ ($\bar{j}<\bar{l}$). Такое упорядочивание можно осуществить, например, по правилам, приведённым в [8].

Рассмотрим матричный оператор A такой, что

$$\bar{z}=A\bar{x}\ , \tag{3}$$

где $\bar{x}$ - вектор входных наблюдений. Условие (2) означает выполнение условия

$$M\{\bar{z},\bar{z}^T\}\to\sigma^2 I, \tag{4}$$

где I – единичная матрица, σ^2 - дисперсия наблюдений после преобразования (3). Очевидно, $M\{\bar{x},\bar{x}^T\}=B_{\bar{x}}$, где $B_{\bar{x}}$ - КФ входных наблюдений, размера M×M. Откуда нетрудно получить условие, которому должен удовлетворять оператор A:

$$AA^T=B^{-1}_{\bar{x}} \tag{5}$$

Таким образом, А – нижнетреугольная матрица с ненулевыми действительными элементами на главной диагонали. Факторизация (5) называется разложением Холецкого [9]. Отметим, что $B_{\overline{X}}$ по своей структуре является тёплицевой матрицей.

Для того чтобы получить полную обратную матрицу $B^{-1}{}_{\overline{X}}$ необходимо решить уравнение

$$B_{\overline{X}} \cdot \overline{b}_1^{-1} = \overline{e}^0 \qquad (6)$$

относительно первого столбца $\overline{b}_1^{-1}$ этой обратной матрицы, где

$$B_{\overline{X}} = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 \,.......\, b_M \\ b_{-1} & b_0 \quad\;\; b_{M-1} \\ .... & \\ b_M & b_{-M+1} \quad b_0 \end{bmatrix},\quad \overline{b}_1^{-1} = \begin{bmatrix} b_1^{-1}(0,0) \\ b_1^{-1}(1,0) \\ .... \\ b_1^{-1}(M,0) \end{bmatrix},\quad \overline{e}^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix},$$

и уравнение

$$B_{\overline{X}} \cdot \overline{b}_M^{-1} = \overline{e}^1 \qquad (7)$$

относительно последнего её столбца $\overline{b}_M^{-1}$, где

$$\overline{b}_M^{-1} = \begin{bmatrix} b_M^{-1}(0,M) \\ b_M^{-1}(1,M) \\ .... \\ b_M^{-1}(M,M) \end{bmatrix},\quad \overline{e}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Остальные элементы матрицы $B^{-1}{}_{\overline{X}}$ определяются из свойства симметрии.

Уравнения (6) и (7) можно представить в другом виде, если поделить векторы с обеих сторон от знака равенства в (6) на $b_1^{-1}(0,0)$, а в (7) - на $b_M^{-1}(M,M)$. Тогда:

$$\begin{bmatrix} b_0 & b_1 \,.......\, b_M \\ b_{-1} & b_0 \quad\;\; b_{M-1} \\ .... & \\ b_M & b_{-M+1} \quad b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ U_M(1) \\ .... \\ U_M(M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{bmatrix} b_0 & b_1 \,.......\, b_M \\ b_{-1} & b_0 \quad\;\; b_{M-1} \\ .... & \\ b_M & b_{-M+1} \quad b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_M(M) \\ t_M(M-1) \\ .... \\ t_M(1) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ \pi \end{bmatrix} \qquad (8)$$

Матричные уравнения (8) можно решить относительно $u_M(k)$ и $t_M(k)$ с помощью рекурсивной процедуры, последовательно определяя значения этих коэффициентов при каждом значении k, начиная с k=1 и до k=M [9]. Заметим, что число умножений при таком подходе пропорционально M^2.

Если значения элементов $B_{\overline{X}}$ неизвестны, и они изменяются случайным образом в процессе наблюдений, то для их оценивания можно применить безыдентификационные псевдоградиентные процедуры [10], общая структура которых имеет вид:

$$\overline{\beta}_{i+1} = \overline{\beta}_i - \Lambda\varphi(Q(\overline{\beta}_i)),$$

где $\overline{\beta}_{i+1}$ - оценка искомых параметров на i+1 шаге, $\overline{\beta}_i$ - оценка этих параметров на предыдущем шаге, Λ - диагональная матрица скалярных коэффициентов, φ - некоторая однозначная функция от наблюдаемой реализации выбранного функционала качества $Q(\overline{\beta}_i)$ на предыдущем шаге.

Для повышения устойчивости решения к ошибкам в оценивании элементов $B_{\overline{x}}$ · целесообразно применить метод регуляризации [11].

Численное моделирование предложенных алгоритмов проводилось как для имитированных, так и для реальных изображений. Анализ полученных результатов показал их высокую эффективность, сравнимую с потенциально достижимой. Объём требуемых вычислений позволяет реализовать предложенные алгоритмы в режиме близком к режиму реального времени. Применение тёплицевых форм позволяет организовать параллельные вычислительные процессы при реализации рассмотренных алгоритмов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 01-01-00531 А.

Литература

1. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М., Госэнергоиздат, 1956.

2. Тихонов В.И., Кульман Н.К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов, М.: Изд-во Сов. радио, 1975, 704с.

3. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М., “Сов. радио”, 1972, 448 с.

4. Агеев С.А., Васильев К.К. Адаптивная декорреляция случайных последовательностей // L|| Научная сессия, посвященная Дню радио, Тез. докл., М., 1997, с.58-59.

5. Агеев С.А., Васильев К.К. Алгоритм адаптивного выбеливания случайных последовательностей / Тез. докладов МНТК “ Спутниковые системы связи и навигации”, Красноярск ,1997, с.113-119.

6. С.А. Агеев, К.К. Васильев Алгоритмы адаптивного обеления случайных полей с использованием метода регуляризации некорректных задач/ Труды 4-ой Международной конференции “Цифровая обработка сигналов и её применение”, Москва, 2002, т.1, с.19-21.

7. Васильев К.К., Агеев С.А. Применение адаптивной декорреляции для обработки изображений // Наукоёмкие технологии, с.25- 31, №3, 2002, т. 3.

8. Прикладная теория случайных процессов и полей. / Под ред. К.К. Васильева, В.А. Омельченко, Ульяновск, 1995, 256 с.

9. С.П. Марпл-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: “Мир”, 1990, 584с.

10. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Псевдоградиентные алгоритмы адаптации и обучения, Автоматика и телемеханика, 1973, N 3, с.45-68.

11. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач.- М.: Наука, 1979, 288с.

THE ADAPTIVE ALGORITHMS OF RANDOM FIELDS DECORRELATION ON THE BASE OF RECURRENT MATRIX CALCULATIONS

Ageev S., Vasil'yev K.

FGUP NPO "Mars", Ulyanovsk Technical State University
432027, Ulyanovsk city, Severny Venets st., chair of Telecommunication

Adaptive pseudogradient algorithms of random fields decorrelation were proposed and investigated, the are based on the recurrent calculations of the inverse Tyoplitz matrix . The adaptation of these algorithms to the changes of probabilistic observation qualities makes with the help of the unidentification procedures. In this work was shown, that the effectiveness of decorrelation procedures matches to potentially accessible.

One of the well-known signal processing methods on the background of space-time correlated disturbances is the whitening filter method (WFM). It's essence is in reduction of the original task to the relatively common case of signal processing on the background of the white noise. However, the practical application of this method for multidimensional array data processing connected with uncertainty of disturbances correlation functions and with necessity of improperly stipulated high-size matrixes conversion. Though just these problems rise when we process the real images consistencies in the systems of global monitoring, of radio and hydrolocation and complex objects control.

Now for such tasks solutions the use of Tyoplitz matrix qualities receive low attention, these qualities allow to synthesize relatively effective for calculation procedures.

In this work we propose relatively common in calculation part, but effective with relation to the losses concerning the optimal procedures of heterogeneous random fields (RF) decorrelation task decision with the use of Tyoplitz matrix forms. The registration of RF heterogeneities makes with the help of reconstruction of decorrelation algorithm parameters using pseudogradient procedures.

It is appropriate to use a regularization method for the increase task stability to the irregularities in the estimation of the observation statistical parameters. The analysis of the received results shows their high effectiveness matched to potentially accessible. The range of the necessary calculations allows to realize the proposed algorithms in the regime close to the real time regime.