

О МЕТОДЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ДИСКРЕТНЫХ 2-D СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Дымков М.П.

Институт математики НАН Беларуси
220072, Минск, ул. Сурганова 11, dymkov@im.bas-net.by

Внимание многих специалистов привлекают многопараметрические системы управления (в зарубежных публикациях их называют n -D системами). Возросший интерес к n -D (чаще всего $n=2$) системам объясняется прежде всего интенсивными исследованиями проблем фильтрации цифровых массивов данных, обработки и визуализации изображений различной природы и другими приложениями. Изучение многопараметрических систем управления может осуществляться с использованием разных их формальных представлений. Современная теория управления опирается главным образом на методы представления в пространстве состояний. В первых работах и более поздних, посвященных дискретным 2-D системам, предпринимались попытки исследовать ряд характерных для математической теории управления проблем с помощью методов, основанных на изучении передаточных функций в частотной области, и которые базируются фактически на классических разделах алгебры. Это обстоятельство является, по существу, серьезным препятствием и не позволяет осуществить достаточно полное и глубокое исследование ряда проблем, в частности, возникающих в задачах оптимизации.

В данной работе методами, близкими к методу динамического программирования, исследуется вопрос об необходимых условиях оптимальности в нелинейных дискретных 2-D системах, изучению которых до сих пор уделялось значительно меньшее внимание. В обыкновенных системах управления метод динамического программирования успешно применялся при решении ряда оптимизационных задач. В большинстве случаев этот метод используется в качестве достаточного условия оптимальности. Как необходимое условие оптимальности он применяется редко, так как имеются менее трудоемкие условия --- принцип максимума, необходимые условия, базирующиеся на построении функции Кротова и др. Для нелинейной дискретной двухпараметрической системы управления вводятся основные соотношения, приводящие к аналогу функции Беллмана и которые для обыкновенных (1-D) систем составляют суть метода динамического программирования. Для поиска путей преодоления известных трудностей, связанных с вычислительной сложностью методов, предлагаются различные подходы, которые в некотором смысле близки в идейном плане методу динамического программирования. В настоящей работе один из этих подходов обобщается на многопараметрические (2-D) дискретные системы. Полученные необходимые условия оптимальности формулируются в терминах функции, которая находится значительно проще, чем функция Беллмана в динамическом программировании, введенная для 2-D систем. Даны примеры нахождения этих функций в линейных системах управления с квадратичным функционалом качества. На основании полученных условий оптимальности построены процедуры улучшения допустимых управлений.



DYNAMIC PROGRAMMING METHOD FOR DISCRETE 2-D CONTROL SYSTEMS

Dymkov M.

Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Belarus,
Surganov 11, 220072, Minsk, Belarus, dymkov@im.bas-net.by

In the recent years a great deal attention has been concentrated on the so-called multidimensional (nD , $n > 1$) systems, which were initially motivated by the need of mathematical description of the problems that had been arisen in the area of circuits and multidimensional signal, image and video processing. The next studies have shown that also many information processes in various fields possess such a unique mathematical nature and they can be fully faithfully described in the form of multidimensional dynamical systems. The key unique feature of the nD systems is that the process dynamics depend on n indeterminates and hence information is propagated in many independent directions. A natural way to approach is the representation of nD systems by polynomial based description of the process dynamic although very promising are related to serious numerical problems. One of the principal advantages of a dynamic system setting is that it provides a framework in which it is possible to examine the traditional optimal control concepts. In the case of nD systems the propagation of dynamics in the independent directions can be realized by either (i) functions of discrete variables, (ii) continuous variables, or (iii) a continuous variables in one direction and a discrete variables in the other. In the most papers the main efforts have been focused to the linear case. On other hand, a few scientific works are devoted to nonlinear nD systems.

This paper reports an application of the dynamic programming method to the optimization problem for nonlinear discrete 2-D models. This approach has been used, in particular, to state the necessary and sufficient optimality conditions. The proposed axiomatic setting of the basic equations for 2-D systems coincides with the known Bellman equations introduced in the 1-D case. To simplify the numerical difficulties generated by the dynamic programming approach we introduce some relaxed equations on the base of which the necessary optimality conditions are obtained. These conditions can be used for the development of the numerous procedures to improve the current control law. We discuss, also, the method to find the analogous of Bellman functions in the linear system case with quadratic cost functionals. The obtained results produce a theoretical background to design the proper optimal controllers for the relevant imaging processes.