СИНТЕЗ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ БАНКОВ ФИЛЬТРОВ С ПОМОЩЬЮ ПОЛИНОМОВ БЕРНШТЕЙНА

Большакова О.В.

Московский энергетический институт (технический университет)
105835, ГСП, Москва Е-250, ул. Красноказарменная, д.17
Тел.: (095)-362 7463
E-mail: OlgaBolshakova@mail.ru

Предложен метод проектирования многомерных банков фильтров для многоскоростных систем обработки многомерных сигналов. Метод основан на применении полиномов Бернштейна. Метод обеспечивает выполнение необходимых свойств фильтров. Приводится пример синтеза четырехмерных банков фильтров.

Введение

В настоящее время важное место занимает область науки, которая специализируется на обработке изображений и видео сигналов. Это и обработка медицинских изображений, телевидение высокой четкости, обработка сейсмических сигналов, Интернет, защита информации и др. Именно поэтому проектирование многоскоростных систем (МСС) [1] для обработки многомерных (M-D) сигналов является очень важной задачей в области цифровой обработки сигналов.

При формировании многоскоростных систем используют методы главным образом направленные на достижение следующих свойств: точного восстановления сигнала (ТВС), линейности фазы, гладкости, неразделимости [2].

Банки фильтров (БФ) представляют собой совокупность фильтров банка анализа и банка синтеза. Банк анализа раскладывает сигнал на различные пространственно-частотные поддиапазоны, а банк синтеза восстанавливает исходный сигнал из сигналов поддиапазонов.

Методика синтеза фильтров для двухканальной МСС

В данной работе рассматривается проектирование четырехмерных (4-D) БФ для двухканальной и шестнадцатиканальной МСС. Полиномиальный подход предполагает децимацию на неразделимой решетке. Для 4-D случая была выбрана следующая матрица децимации:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (1.1)$$

Собственные значения данной матрицы равны $\left|\lambda_{1,2,3,4}\right| = \sqrt[4]{2}$, что важно для выполнения операций децимации и интерполяции в МСС. Определитель матрицы децимации задает число каналов МСС и равен $\left|\det \mathbf{D}\right| = 2$. Поэтому с помощью данной матрицы децимации проектируются фильтры для двухканальной МСС. Важно отметить, что эта матрица обладает свойством, которое необходимо для дальнейшего построения шестнадцатиканальной МСС на основе БФ, полученных для двухканальной системы, а именно $\mathbf{D}^4 = 2\mathbf{I}_4$, где $\mathbf{I}_4$ - единичная матрица размером 4×4.

На выходе двухканальной МСС будет сигнал вида [3]:

$$\tilde{X}(\mathbf{z}) = \frac{1}{2}\left(X(\mathbf{z})\cdot T_0(\mathbf{z}) + X(-\mathbf{z})\cdot T_1(\mathbf{z})\right), \qquad (1.2)$$

где

$$T_0(\mathbf{z}) = H_0(\mathbf{z})\cdot G_0(\mathbf{z}) + H_1(\mathbf{z})\cdot G_1(\mathbf{z}), \qquad (1.2.1)$$

$$T_1(\mathbf{z}) = H_0(-\mathbf{z})\cdot G_0(\mathbf{z}) + H_1(-\mathbf{z})\cdot G_1(\mathbf{z}), \qquad (1.2.2)$$

$H_0(\mathbf{z})$ и $H_1(\mathbf{z})$ - низкочастотная и высокочастотная передаточные характеристики 4-D фильтров БА соответственно;

$G_0(\mathbf{z})$ и $G_1(\mathbf{z})$ - низкочастотная и высокочастотная передаточные характеристики 4-D фильтров БС соответственно;

$X(\mathbf{z})$ и $X(\mathbf{z})$ - 4-D **z**-преобразования входного и выходного сигналов МСС соответственно;

$\mathbf{z} = (z_1, z_2, z_3, z_4)$.

Полином Бернштейна позволяет найти передаточные характеристики фильтров, которые имеют

- конечную импульсную характеристику;
- линейную фазу;
- гладкость степени N для $H_0(\mathbf{z})$;
- гладкость степени $(N+M)$ для $H_1(\mathbf{z})$.

В основе полиномиального метода лежит применение 4-D полинома Бернштейна:

$$B(x,y,v,s)=\sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=0}^{N}\sum_{p=0}^{N}f(i,j,k,p)\,C_N^i\,C_N^j\,C_N^k\,C_N^p\,\cdot \tag{1.3}$$

$$\cdot\, x^i(1-x)^{N-i}y^j(1-y)^{N-j}v^k(1-v)^{N-k}s^p(1-s)^{N-p}.$$

Осуществив необходимую замену переменных, полином Бернштейна позволяет получить передаточную характеристику фильтра нижних частот $H_0(\mathbf{z})$:

$$H_0(z_1,z_2,z_3,z_4)=\frac{1}{2^{8N}}\sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=0}^{N}\sum_{p=0}^{N}g_{i,j}C_N^iC_N^jC_N^kC_N^p(-1)^{i+j+k+p}\cdot(1-z_1^{-1})^{2i}(1+z_1^{-1})^{2(N-i)}\times \tag{1.4}$$

$$\times(1-z_2^{-1})^{2j}(1+z_2^{-1})^{2(N-j)}(1-z_3^{-1})^{2k}(1+z_3^{-1})^{2(N-k)}(1-z_4^{-1})^{2p}(1+z_4^{-1})^{2(N-p)}$$

Фильтр верхних частот может быть получен на основе полифазных составляющих ФНЧ и любого четного полинома [3].

Данная методика проектирования 4-D БФ была реализована с помощью Maple. В качестве примера ниже приведены коэффициенты полученной передаточной функции ФНЧ для N=1.

0	-1/128	0
-1/128	0	-1/128
0	-1/128	0

-1/128	0	-1/128
0	3/32	0
-1/128	0	-1/128

0	-1/128	0
-1/128	0	-1/128
0	-1/128	0

-1/128	0	-1/128
0	3/32	0
-1/128	0	-1/128

0	3/32	0
3/32	1/2	3/32
0	3/32	0

-1/128	0	-1/128
0	3/32	0
-1/128	0	-1/128

0	-1/128	0
-1/128	0	-1/128
0	-1/128	0

-1/128	0	-1/128
0	3/32	0
-1/128	0	-1/128

0	-1/128	0
-1/128	0	-1/128
0	-1/128	0

Четырехуровневая МСС

Идея построения четырехуровневой МСС приводит к созданию шестнадцатиканальной системы с разделимой децимацией. Каждый уровень представляет собой двухканальную МСС с неразделимой децимацией. Сложность использования неразделимой матрицы децимации представляет то, что после децимации сигнал поворачивается на некоторый угол и занимает большую площадь. Так как $\mathbf{D}^4=2\mathbf{I}_4$, то можно создать четырехуровневую МСС с полной децимацией. В такой МСС происходит деление и низкочастотной, и высокочастотной ветвей. В результате создаются максимально децимированные БФ. Также интерес к построению четырехуровневой МСС представляет то, что в настоящее время созданы методы кодирования только для разделимого случая.

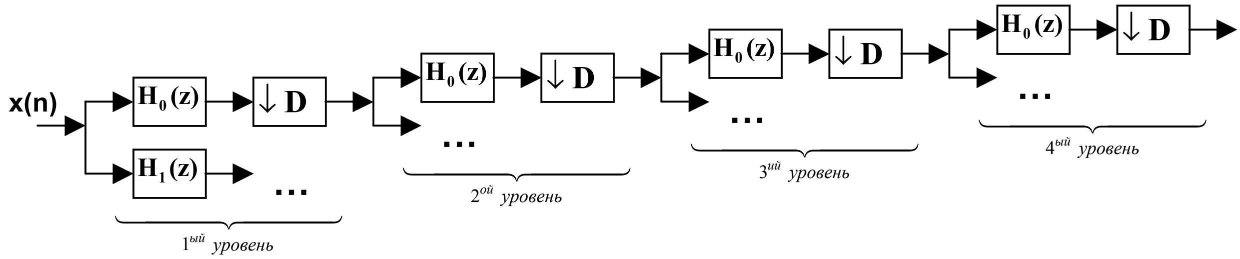

Рис. 1. Первый канал банка анализа (БА) шестнадцатиканальной МСС

После применения Нобль-тождества получается эффективная шестнадцатиканальная МСС.

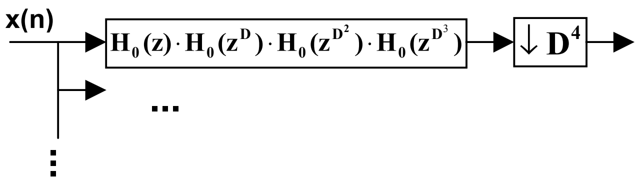

Рис. 2. Эффективная реализация первого канала БА шестнадцатиканальной МСС

Многомерный полином Бернштейна обеспечивает эффективный путь проектирования четырехмерных банков фильтров. В результате была создана программа, позволяющая синтезировать симметричные фильтры для двухканальной и шестнадцатиканальной многоскоростных систем. Полученные фильтры обладают свойствами гладкости, точного восстановления сигнала, линейности фазы и являются неразделимыми.

Литература

1. В.И. Воробьев, В.Г. Грибунин, “Теория и практика вейвлет-преобразования”, Глава 1, Военный университет связи, Санкт-Петербург, 1999
2. M. Tchobanou and V. Mironov. Design of multi-dimensional filter banks. In Proc. The 2nd International Workshop on Multi-dimensional (nD) Systems NDS-2000, pages 183-188, Zielona Gora, Poland, 2000.
3. T. Cooklev, A. Nishihara, T. Yoshida, M. Sablatash, “Multidimensional Two-channel Linear Phase FIR Filter Banks and Wavelet Bases with Vanishing Moments”, Multidimensional Systems and Signal Processing, 9, 39-76 (1998)

DESIGN OF FOUR-DIMENSIONAL FILTER BANKS USING BERNSTEIN POLYNOMIALS

Bol'shakova O.

Moscow Power Engineering Institute (Technical University)
105835, GSP, Moscow E-250, 17 Krasnokazarmennaya st.
Tel: +7 (095) 362 7463
E-mail: OlgaBolshakova@mail.ru

The method of design of four-dimensional (4-D) filter banks based on Bernstein polynomials is considered. The method ensured a meeting of necessary properties. The examples of design of four-dimensional filters are given.

Introduction

The design of multirate systems is based on meeting following properties: perfect reconstruction, linear phase, maximum vanishing moments and nonseparability. Filter bank consists of banks of synthesis and analysis. The bank of the analysis decomposes a signal into spatial-frequency sub-bands, and the bank of synthesis restores an original signal from signals of sub-bands. This paper describes design of 4-D filter banks for two-channel and sixteen-channel multirate systems.

Design of filters for two-channel multirate system

The polynomial approach assumed decimation on nonseparable lattice. The nonseparable lattice is generated by

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Eigenvalues of this matrix is $\left|\lambda_{1,2,3,4}\right| = \sqrt[4]{2}$. Determinant defined a number of channels for multirate system and equal to $\left|\det \mathbf{D}\right| = 2$. It is important to note that $\mathbf{D}^4 = 2\mathbf{I}_4$.

4-D Bernstein polynomial is

$$B(x,y,v,s) = \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=0}^{N}\sum_{p=0}^{N} f(i,j,k,p)\, C_N^i C_N^j C_N^k C_N^p x^i (1-x)^{N-i} y^j (1-y)^{N-j} v^k (1-v)^{N-k} s^p (1-s)^{N-p}. \tag{1.2}$$

After a necessary transformation (1.2) gives the half-band filter with the transfer function

$$H_0(z_1,z_2,z_3,z_4) = \frac{1}{2^{8N}} \sum_{i=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=0}^{N}\sum_{p=0}^{N} g_{i,j} C_N^i C_N^j C_N^k C_N^p (-1)^{i+j+k+p} \cdot (1-z_1^{-1})^{2i} (1+z_1^{-1})^{2(N-i)} \times \\ \times (1-z_2^{-1})^{2j} (1+z_2^{-1})^{2(N-j)} (1-z_3^{-1})^{2k} (1+z_3^{-1})^{2(N-k)} (1-z_4^{-1})^{2p} (1+z_4^{-1})^{2(N-p)} \tag{1.3}$$

Four-level multirate system

The idea of design the four-level multirate system leads by sixteen-channel system with separable decimation. This approach is important for current methods of coding for multi-dimensional signals.

REFERENCES

1. M. Tchobanou. Design of multi-dimensional filter banks by using of Bernstein polynomials. In Proc. of 3rd International Conference DSPA'2000, Moscow, 2000.
2. T. Cooklev, A. Nishihara, T. Yoshida, M. Sablatash, "Multidimensional Two-channel Linear Phase FIR Filter Banks and Wavelet Bases with Vanishing Moments", Multidimensional Systems and Signal Processing, 9, 39-76 (1998)