

# КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ ЦИФРОВОЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЫ БЛОЧНЫХ ФМ СИГНАЛОВ, ПЕРЕДАВАЕМЫХ ПО РАДИОКАНАЛАМ ВЧ ДИАПАЗОНА

Новиков Ю.А.

E-mail: [k722@post.fssr.ru](mailto:k722@post.fssr.ru)

Синтезирован цифровой квазиоптимальный алгоритм оценки сдвига несущей частоты (СНЧ) фазоманипулированных (ФМ) передач ВЧ-диапазона, позволивший, при невысокой вычислительной сложности, минимизировать погрешность оценки СНЧ до величины 1,06 погрешности, определяемой нижней границей Крамера-Рао.

Одной из задач, которую необходимо решать при разработке цифровых когерентных блочных демодулирующих устройств (ДМУ) ФМ передач, является задача обеспечения быстрой настройки цепей синхронизации ДМУ на несущую частоту входного сигнала.

Если несущая частота модемных сеансов, передаваемых по каналам спутниковой связи, известна, как правило, достаточно точно ( $\pm 1$ Гц), то несущая частота ФМ сигналов, передаваемых по радиоканалам ВЧ-диапазона, может изменяться в гораздо более широких пределах. Это обусловлено следующими факторами:

1. Погрешностью и температурной нестабильностью опорных частот радиопередающего и радиоприемного устройств. Как показали экспериментальные исследования, суммарная погрешность в данном случае может составлять  $\pm(20-50)$ Гц;
2. Доплеровским сдвигом частоты. В этом случае, погрешность составляет единицы Гц.

В условиях априорной неопределенности несущей частоты блочного ФМ сигнала, передаваемого по радиоканалам ВЧ диапазона, точное знание СНЧ входного ФМ сигнала, относительно опорной частоты ДМУ, является одним из основных факторов, способствующих повышению качества демодуляции сигнала.

Различные алгоритмы оценки СНЧ для сигналов содержащих настроенную последовательность рассмотрены в [1,2] (для канала с частотно-селективными замираниями) и, например, в [3-5] (для канала с аддитивным гауссовским шумом (АГШ)). Использование алгоритма [1] требует знания статистических характеристик канала, которые априорно неизвестны. К недостаткам алгоритма [2] следует отнести наличие порогового эффекта (при отношении сигнал – шум (ОСШ) 5-10 дБ), а также громоздкость алгоритма (двухступенчатая процедура требующая значительных вычислительных затрат), что существенно затрудняет его практическую реализацию. Алгоритмы [4,5] обеспечивают, для канала с АГШ, точность оценки СНЧ, практически совпадающую с точностью, определяемой нижней границей Крамера-Рао, однако требуют высоких вычислительных затрат, имеющих квадратичную зависимость от длины последовательности. Алгоритм [3] несложен в реализации, но точность его невелика и ухудшается при увеличении длины последовательности. Кроме этого, алгоритмы [3-5] в условиях многолучевости неработоспособны.

Предлагается алгоритм, который при невысокой вычислительной сложности (линейная зависимость количества операций умножения от длины последовательности), обеспечивает высокую точность оценки СНЧ для канала с АГШ (среднеквадратичная ошибка оценки СНЧ всего лишь на 6% превышает СКО оценки, определяемой нижней границей Крамера-Рао). В то же время, для канала с многолучевостью, СКО оценки СНЧ предлагаемого алгоритма существенно ниже СКО алгоритмов [3-5].

Рассмотрим основные результаты. Определим сигнал на входе устройства оценки СНЧ. Полагая, что МСИ отсутствует и момент дискретизации выбран правильно, входной сигнал можно записать в виде:

$$z(nT) = x(nT) \exp(j\omega_c nT + \varphi_0) + n(nT),$$

где  $x(nT)$  - комплексная последовательность передаваемых символов,  $\omega_c$  - СНЧ,  $n(nT)$

- независимые отсчеты комплексного АГШ,  $T$  - период следования символов,  $\varphi_0$  - начальная фаза.

Так как последовательность  $x(nT)$  известна, то фазовую манипуляцию можно исключить:

$$y(nT) = \exp(j\omega_c nT + \varphi_0) + v(nT).$$

Оптимальная оценка СНЧ сводится к нахождению максимума функции правдоподобия  $F(\omega_c)$ .

$$F(\hat{\omega}_c) = \left| \sum_{k=1}^N y(kT) \exp(-j\hat{\omega}_c kT) \right|^2 \quad (1)$$

Взяв производную в (1) относительно  $\hat{\omega}_c$  и приравняв ее к нулю, найдем максимум функции правдоподобия:

$$\operatorname{Im} \left\{ \sum_{k=1}^{N-1} k(N-k) R(k) \exp(-j \hat{\omega}_c kT) \right\} = 0,$$

где  $R(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=k+1}^N y_n(iT) y_n^*((i-k)T)$  - оценка дискретной автокорреляционной функции (ДАКФ) модифицированного входного сигнала.

Весовая функция  $k(N-k)$  достигает максимума при  $k = N/2$ , т.е. оценка ДАКФ  $R(N/2)$  содержит наибольшее количество информации об отклонении несущей частоты. С другой стороны, точность оценки ДАКФ  $R(k)$  зависит от величины  $k$ . Определим квазиоптимальный алгоритм как решение уравнения (2)

$$\operatorname{Im} \left\{ R(k)(1 - j \hat{\omega}_c kT) \right\} = 0, \quad (2)$$

где величина  $k$  подлежит определению.

Решая уравнение (2) относительно  $\hat{\omega}_c$ , получим

$$\hat{f}_p \approx \frac{1}{2\pi T k} \arg\{R(k)\}. \quad (3)$$

Для определения оптимального значения  $k$ , найдем дисперсию ошибки оценки СНЧ алгоритма (3):

$$D(q) = \frac{1}{4\pi^2 T^2 q^2 (N-k)^2 k}. \quad (4)$$

Дисперсия  $D(q)$  минимальна тогда, когда выражение  $(N-k)^2 k$  максимально. Для нахождения максимума выражения  $(N-k)^2 k$  относительно  $k$ , возьмем производную по  $k$  и приравняем ее к нулю:  $3k^2 - 4Nk + N^2 = 0$ .

Полученное квадратное уравнение, с учетом ограничения  $k < N$ , имеет единственное решение при  $k = N/3$ .

Найдем коэффициент превышения СКО оценки СНЧ  $\chi_k$ , рассчитываемой по алгоритму (3), СКО, определяемой нижней границей Крамера-Рао:

$$\chi_k = \sqrt{\frac{D(q)}{D_{CR}}} = \sqrt{\frac{N(N^2-1)}{6(N-k)^2 k}}.$$

где  $D_{CR} = \frac{3}{2\pi^2 T^2 q^2 N(N^2-1)}$  - нижняя граница Крамера-Рао [5].

Рассчитаем коэффициент  $\chi_k$  для оптимального значения  $k = N/3$  и для алгоритма [3] ( $k=1$ ):

$$\chi_{N/3} = \sqrt{\frac{9(N^2-1)}{8N^2}} \approx \sqrt{\frac{9}{8}} \approx 1,06, \quad \chi_1 = \sqrt{\frac{N(N^2-1)}{6(N-1)^2}} \approx \sqrt{\frac{N}{6}}.$$

Для проверки правильности полученной формулы (4), было проведено моделирование, результаты которого представлены на рис.1.

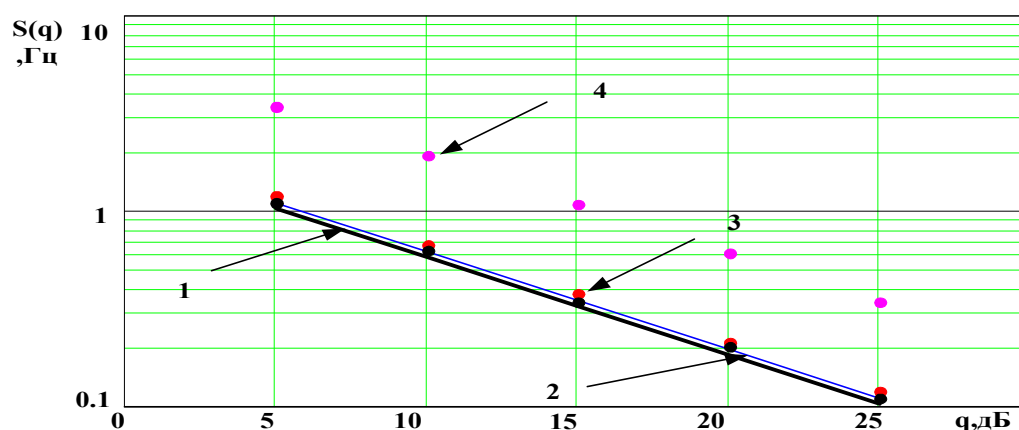


Рис.1. Зависимость СКО оценки СНЧ от ОСШ для последовательностей длиной  $N=64$ .

1 - СКО определяемая нижней границей Крамера-Рао;

2 - СКО предлагаемого алгоритма  $k = N/3$  ( $V = 8N/3 \approx 168(N = 64)$ );

3 - СКО алгоритма [5] при  $M = 18$  ( $V = 2N(M + 2) = 2560(N = 64)$ );

4 - СКО алгоритма [3] ( $V = 4N - 2 = 254(N = 32)$ ),

где  $V$  – количество требуемых операций умножения.

Таким образом, синтезированный алгоритм оценки СНЧ позволяет минимизировать погрешность оценки СНЧ до величины 1,06 от погрешности, определяемой границей Крамера-Рао.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Hebley M.G., Taylor D.P. The Effect of Diversity on a Burst-Mode Carrier-Frequency Estimator in the Frequency-Selective Multipath Chanel. // IEEE Trans. Commun., vol. 46, pp.553-560, April 1998.
2. Morelli M., Mengali U. Carrier-Frequency Estimation for Transmissions over Selective Channels. // IEEE Trans. Commun., vol. 48, pp.1580-1589, №9, September 2000.
3. Kay S.A., A Fast and Accurate Single Frequency Estimator. // IEEE Trans. Acoust. Speech Sig. Proc., vol. ASSP-37, pp. 1987-1990, Dec. 1989.
4. Fitz M.P. Planar Filtered Techniques for Burst Mode Carrier Synchronization. //IEEE GLOBECOM 91, Phoenix, AZ, Dec. 1991, paper 12.1.
5. Luise M., Reggiannini R. Carrier Frequency Recovery in All-Digital Modems for Bust-Mode Transmissions. //IEEE Trans. Commun., vol. 43, pp.1169-1178, Feb/March/April 1995.



## QUASIOPTIMAL DIGITAL ALGORITHM FOR CARRIER ESTIMATION OF BLOCK PM SIGNALS TRANSMITTED VIA HF RADIO CHANNELS

Novikov Y.

E-mail: [k722@post.fssr.ru](mailto:k722@post.fssr.ru)

**Abstract:** Quasioptimal algorithm for carrier frequency shift (CFS) estimation for PSK transmission was synthesized enabling, at low computing complexity, to minimize CFS estimation error up to 1,06 of the error, defined by the lower bound of Cramer-Rao.

One of the problems to be resolved while developing digital coherent block demodulating devices (DMD) for PSK transmissions is ensuring a fast tuning of DMD's synchronization circuits in an input signal carrier.

Carrier of modem sessions transmitted via satellite channels, as a rule is known precisely enough ( $\pm 1$ Hz), yet carrier of PSK signals transmitted via HF radio channels may vary within much wider limits. It is stipulated by the factors as follows:

1. Fallibility and temperature instability of reference frequencies for radio-transmitting and radio-receiving devices. As an experimental investigation has shown the aggregate error in this case may make  $\pm 20$ -50Hz;

2. Doppler frequency shift. In this case the error makes units of Hz

Carrier of a block PSK signal transmitted via HF radio channels being a priori ambiguous, possession of exact information on input signal CFS relative to DMD's reference frequency is one of the pacing factors promoting the increase in quality of signal demodulation.

Various algorithms of CFS estimation for signals containing training sequence are given in [1,2] (for a channel with frequency selective fadings) and, for example, in [3-5] (for a channel with additive Gaussian noise (AGN)). Algorithm [1] requires the knowledge of statistical characteristics of the channel, which a priori are indeterminate. Among the shortages of algorithm [2] are the presence of a threshold effect (at a signal-to-noise merit (STNM) of 5-10 dB) as well as the bulkiness of the algorithm (a two-phase procedure demanding a significant computer power) that essentially hamper its practical realization. Algorithms [4,5] ensure, for a channel with AGN, an accuracy of CFS estimation practically conterminous to the accuracy defined by the low bound of Cramer-Rao, demanding, however, a high computer power having squared relationship to the sequence length. Algorithm [3] is simple in realization but its accuracy is insignificant and worsens with augmentation of the sequence length. Moreover, algorithms [3-5] in multipath conditions are inoperative.

Here an algorithm is offered which at low computing complexity (a linear dependence between the quantity of multiplication operations and the sequence length), ensures high accuracy of CFS estimation for a channel with AGN (root-mean-square error of CFS estimation only by 6% exceeds RMS error of the estimation defined by the low bound of Cramer-Rao). At the same time, for a channel with multipath effect, RMS error of CFS estimation made according to the algorithm offered is much lower than RMS error of algorithms [3-5].

Let's examine the fundamental results. First we define an input signal of the device whose CFS is to be estimated. Supposing intersymbol interference to be absent and the moment of discretization is chosen correctly, the input signal can be recorded as:

$$z(nT) = x(nT) \exp(j\omega_c nT + \varphi_0) + n(nT)$$

Where  $x(nT)$  - complex sequence of transmitted digits,  $\omega_c$  - CFS,  $n(nT)$  - independent samples of complex AGN,  $T$  - digit following period,  $\varphi_0$  - initial phase.

The sequence  $x(nT)$  being known phase-shift keying can be excluded:

$$y(nT) = \exp(j\omega_c nT + \varphi_0) + v(nT)$$

Optimum CFS estimation is reduced to finding the maximum of likelihood function  $F(\omega_c)$ .

$$F(\hat{\omega}_c) = \left| \sum_{k=1}^N y(kT) \exp(-j\hat{\omega}_c kT) \right|^2 \quad (1)$$

Taking the derivative in (1) relatively to  $\hat{\omega}_c$  and equating it to zero we discover the maximum of likelihood function:

$$\operatorname{Im} \left\{ \sum_{k=1}^{N-1} k(N-k) R(k) \exp(-j \hat{\omega}_c kT) \right\} = 0$$

$$R(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=k+1}^N y_n(iT) y_n^*((i-k)T)$$

Where  $R(k)$  - estimation of discrete autocorrelation function (DACF) of a modified input signal.

Weight function  $k(N-k)$  reaches the maximum at  $k = N/2$ , i.e. the DACF estimation  $R(N/2)$  contains the greatest amount of information on a carrier frequency error. On the other hand, accuracy of DACF estimation  $R(k)$  depends on the value  $k$ . Let's define quasioptimal algorithm as a solution of the equation (2)

$$\operatorname{Im} \left\{ R(k)(1 - j \hat{\omega}_c kT) \right\} = 0 \quad (2)$$

Where value  $k$  is subject to determination.

Solving the equation (2) relative to  $\hat{\omega}_c$ , we'll have

$$\hat{f}_p \approx \frac{1}{2\pi Tk} \arg\{R(k)\} \quad (3)$$

To determine the best value  $k$ , we discover a variance of error for CFS estimation of the algorithm (3):

$$D(q) = \frac{1}{4\pi^2 T^2 q^2 (N-k)^2 k} \quad (4)$$

The variance  $D(q)$  is minimum when the expression  $(N-k)^2 k$  is maximum. To discover the maximum of the expression  $(N-k)^2 k$  relative to  $k$ , we take a derivative on  $k$  and equate it to zero:  $3k^2 - 4Nk + N^2 = 0$ .

The obtained quadratic equation, taking into account the limiting  $k < N$ , has the unique decision at  $k = N/3$ .

Let's discover factor of excess of RMS error for CFS estimation  $\chi_k$ , considered according to the algorithm (3), RMS error defined by the low bound of Cramer-Rao:

$$\chi_k = \sqrt{\frac{D(q)}{D_{CR}}} = \sqrt{\frac{N(N^2-1)}{6(N-k)^2 k}}$$

Where  $D_{CR} = \frac{3}{2\pi^2 T^2 q^2 N(N^2-1)}$  - the low bound of Cramer-Rao [5].

Let's calculate factor  $\chi_k$  for the best value  $k = N/3$  and for algorithm [3] ( $k = 1$ ):

$$\chi_{N/3} = \sqrt{\frac{9(N^2-1)}{8N^2}} \approx \sqrt{\frac{9}{8}} \approx 1,06 \quad \chi_1 = \sqrt{\frac{N(N^2-1)}{6(N-1)^2}} \approx \sqrt{\frac{N}{6}}$$

To check up the regularity of the obtained formula (4), a simulation analysis was carried out whose results are submitted in fig. 1.

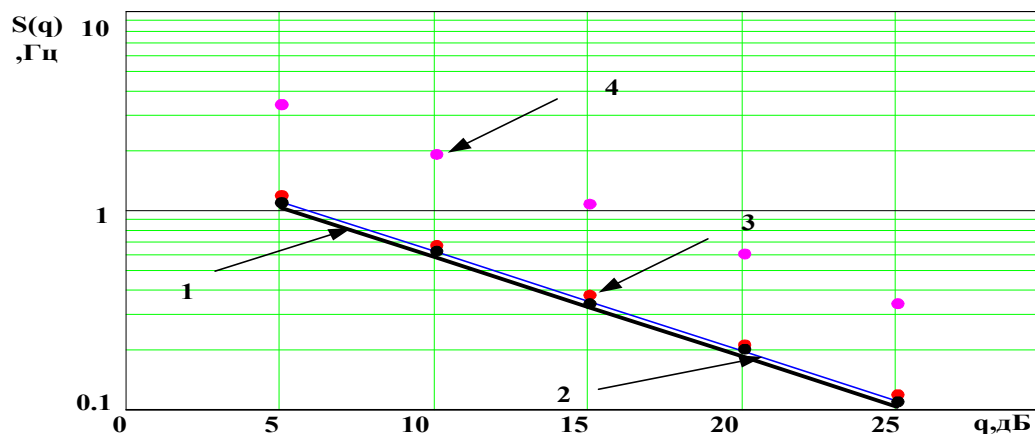


Fig. 1. Dependence of RMS error of CFS estimation on STNM for a sequences with length  $N=64$ .

1 – RMS error defined by the low bound of Cramer-Rao;

2 – RMS error of the algorithm offered  $k = N/3$  ( $V = 8N/3 \approx 168(N = 64)$ );

3 – RMS error of the algorithm [5] at  $M = 18$  ( $V = 2N(M + 2) = 2560(N = 64)$ );

4 – RMS error of the algorithm [3] ( $V = 4N - 2 = 254(N = 32)$ ),

Where  $V$  - quantity of required multiplication operations.

• Thus a quasioptimal algorithm for CFS estimation was synthesized enabling, at low computing complexity, to minimize CFS estimation error up to 1,06 of the error, defined by the lower bound of Cramer-Rao.

#### LITERATURE

1. Hebley M.G., Taylor D.P. The Effect of Diversity on a Burst-Mode Carrier-Frequency Estimator in the Frequency-Selective Multipath Chanel. // IEEE Trans. Commun., vol. 46, pp.553-560, April 1998.
2. Morelli M., Mengali U. Carrier-Frequency Estimation for Transmissions over Selective Channels. // IEEE Trans. Commun., vol. 48, pp.1580-1589, №9, September 2000.
3. Kay S.A., A Fast and Accurate Single Frequency Estimator. // IEEE Trans. Acoust. Speech Sig. Proc., vol. ASSP-37, pp. 1987-1990, Dec. 1989.
4. Fitz M.P. Planar Filtered Techniques for Burst Mode Carrier Synchronization. //IEEE GLOBECOM 91, Phoenix, AZ, Dec. 1991, paper 12.1.
5. Luise M., Reggiannini R. Carrier Frequency Recovery in All-Digital Modems for Bust-Mode Transmissions. //IEEE Trans. Commun., vol. 43, pp.1169-1178, Feb/March/April 1995.