МАРКИРОВАННЫЕ ХАОТИЧЕСКИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ФЕРХЮЛЬСТА

Беспалов Е.С., Мусянков М.И., Родичев П.В.

Московский государственный институт радиотехники,
электроники и автоматики (технический университет)
Кафедра космических информационных технологий
117454, Москва, проспект Вернадского, 78, тел. 434-93-83

Реферат. Рассматриваются полученные на основе алгоритма Ферхюльста новые алгоритмы формирования маркированных хаотических числовых последовательностей. Приведены результаты анализа гистограмм и корреляционных характеристик таких последовательностей. Показана возможность использования полученных алгоритмов при передаче информации.

За последнее десятилетие заметно возрос интерес к применению хаотических числовых последовательностей (ХП) в информационных системах. Для генерации таких последовательностей широко используется логистическое конечно-разностное уравнение – алгоритм Ферхюльста (АФ) [1, 2]. Информация в ХП, полученную с помощью АФ, может быть введена рядом способов:

– изменением управляющего параметра или значения начального элемента ХП;

– модуляцией временным сдвигом.

Для каждого из перечисленных способов существуют определённые ограничения, поэтому возникает потребность в разработке новых алгоритмов, расширяющих возможности применения ХП.

В данной работе представлены результаты исследований двух алгоритмов формирования числовых маркированных хаотических последовательностей (МХП) – ХП, каждый элемент которых X_n явно зависит от порядкового номера элемента n.

Первый алгоритм связан с АФ и имеет следующий вид [3]:

$$X_n = f(n) \cdot F(X_{n-1}) = f(n) \cdot X_{n-1} \cdot (1 - X_{n-1}), n = 1,2,\ldots \ , \qquad (1)$$

где $f(n)$ – функция дискретного времени n, при которой управляющий параметр АФ не выходит из интервала [3.57, 4]. Если в качестве $f(n)$ использовать, например, функцию

$$f(n) = 4k \cdot n / (k \cdot n + 1), \qquad (2)$$

где постоянная k определяется из условия сохранения хаотического режима, то из (1) и (2) можно получить формулу для определения порядкового номера элемента МХП:

$$n = b / \{k \cdot [4 \cdot a \cdot (1 - a) - b]\}, \qquad (3)$$

где $a = X_{n-1}$; $b = X_n$.

В качестве второго алгоритма рассматривается конечно-разностное уравнение, в правой части которого используется некоторая функция от $F(X_{n-1})$, например:

$$X_n = \exp\left\{\sin^2\left[(n+1) \cdot \arcsin\left(\sqrt{X_{n-1}}\right)\right] - 1\right\}, n = 1,2\ldots \qquad (4)$$

В (4) использована тригонометрическая форма записи АФ и введено маркирование.

Результаты исследования МХП, сформированных с помощью алгоритма (1), приведены на рис. 1.

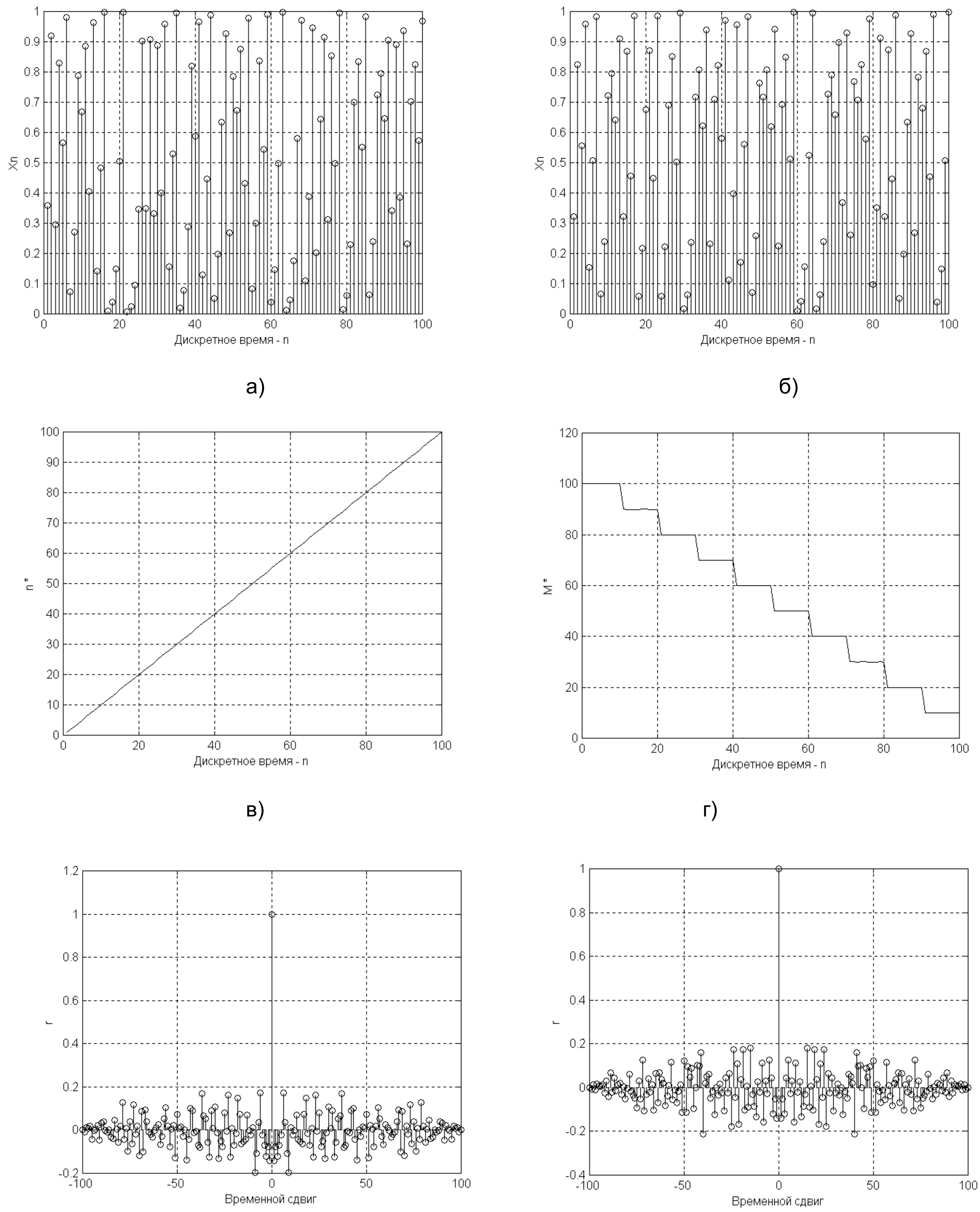
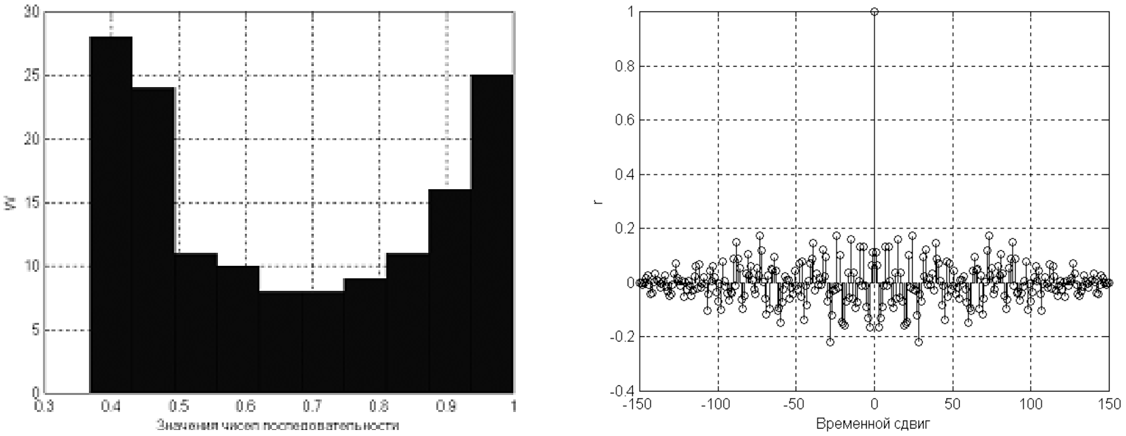


Рис. 1

. На рис. 1-б) изображена последовательность из 100 чисел, также полученная из (1) при тех же начальных условиях, но в случае, когда $f(n)$ зависит от информационной ступенчатой посылки $M(n)$. Результаты обработки этой последовательности по правилу (3) показаны на рис. 1-г). Нормированные автокорреляционные функции (коэффициенты корреляции – r) 100-элементных последовательностей, изображённых на рис. 1-а) и рис. 1-б), представлены соответственно на рис. 1-д) и рис. 1-е). На рис. 2-а) показана гистограмма, построенная для 150-элементной МХП, полученной по алгоритму (4) при условии $X_0 = 0.7$. График зависимости коэффициента корреляции от временного сдвига для этой последовательности приведён на рис. 2-б). По U-образному виду гистограммы и относительному уровню боковых лепестков в зависимости коэффициента r от временного сдвига можно сделать вывод о том, что в алгоритме (4) проявляются свойства АФ. Если для генерации последовательности использовать (4) при $(n+1) = const = C$, то можно указать C, в окрестности которых наблюдается режим регулярных колебаний (для $X_0 = 0.7$ это: 5 и меньше; 9; 14; 19; 24; 43; 54; 77).



а) б)

Рис. 2

По уровню боковых лепестков графиков $r(T_c)$, где T_c – временной сдвиг, алгоритмы (1) и (4) близки друг другу, но расчёт порядкового номера реализуется проще для алгоритма (1).

Полученные результаты подтверждают вывод о том, что маркирование позволяет реализовать контроль за номером текущего элемента числовой последовательности (рис. 1-в) и может быть использовано как один из способов модуляции ХП (рис. 1-г). Эти особенности делают МХП полезными для применения в информационных системах.

Литература

1. Шустер Г. Детерминированный хаос. – Москва.: Мир, 1988.
2. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Ларионова М.В., Морозов А.Г., Удалов Н.Н. Свойства систем передачи информации с манипуляцией параметрами и начальными условиями генераторов хаотических колебаний // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники, 2000, №11.
3. Беспалов Е.С. Маркированная хаотическая последовательность чисел для систем измерения задержки сигнала // Измерительная техника, 2003, №3. (В печати).

THE MARKED CHAOTIC SEQUENCES BASED ON THE VERHULST'S ALGORITHM

Bespalov E., Musyankov M., Rodichev P.

Moscow state institute of radioengineering, electronics and automatics (technical university)
Department of space informational technologies
117454, Russia, Moscow, Vernadskogo avenue, 78, ph. 434-93-83

Abstract. The new algorithms obtained on the base of the Verhulst's (logistic) algorithm for the marked chaotic numerical sequences shaping are considered. The analysis results of the histograms and correlation performances of such sequences are represented. The possibility for information transmission with the help of obtained algorithms is shown.

An interest to application of chaotic numerical sequences (ChS) in information systems has increased noticeably for the last decade. The logistics finite difference equation – Verhulst's algorithm (VA) is widely used for generation of such sequences [1, 2]. The information in the ChS, obtained with the help of the VA, can be entered by a number of methods:

– by changing of a managing parameter or significance of an initial element of the ChS;

– by modulation by a temporary shift.

There are certain restrictions for each of the listed methods; therefore there is a need for development of new algorithms expanding the ChS application possibility.

The research's results are represented in this paper for two algorithms of the numerical marked chaotic sequences (MChS) shaping. Where the MChS is the ChS, each element X_n of which obviously depends of ordinal numbers of an element n.

The first algorithm is connected with the VA and has the following kind [3]:

$$X_n = f(n)\cdot F(X_{n-1}) = f(n)\cdot X_{n-1}\cdot(1-X_{n-1}), n = 1,2,... \quad (1)$$

where $f(n)$ is the function of discrete time n, at which the VA's managing parameter does not go out an interval [3.57, 4]. If to use in quality of $f(n)$, for example, function

$$f(n) = 4k\cdot n/(k\cdot n+1), \quad (2)$$

where the constant k is determined from a condition of a chaotic state preservation, then it is possible to receive the formula for the definition of an MChS element's ordinal number from (1) and (2):

$$n = b/\{k\cdot[4\cdot a\cdot(1-a)-b]\}, \quad (3)$$

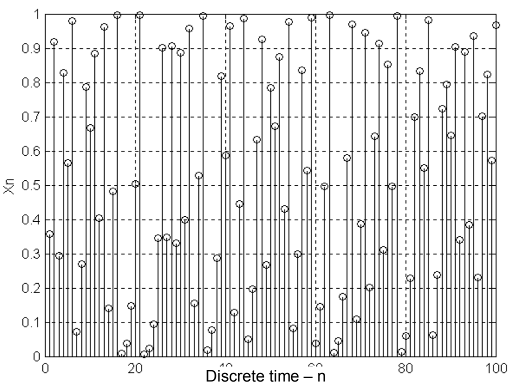
where $a = X_{n-1}$; $b = X_n$.

The finite difference equation is considered as the second algorithm, in which right side some function from $F(X_{n-1})$, for example is used:

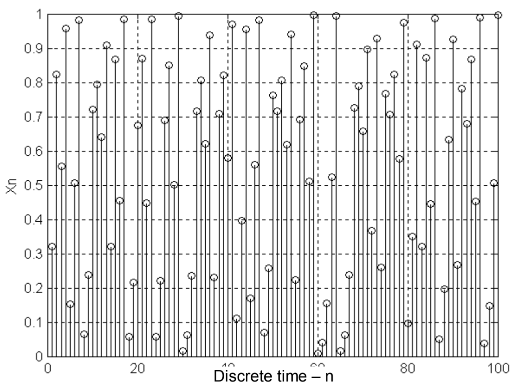
$$X_n = \exp\left\{\sin^2\left[(n+1)\cdot\arcsin\left(\sqrt{X_{n-1}}\right)\right]-1\right\}, n = 1,2... \quad (4)$$

The trigonometrical form of the VA's entry is used and the markering is involved in (4).

The research results of the MChS, generated with the help of the algorithm (1), are represented in the fig. 1.



a)



b)

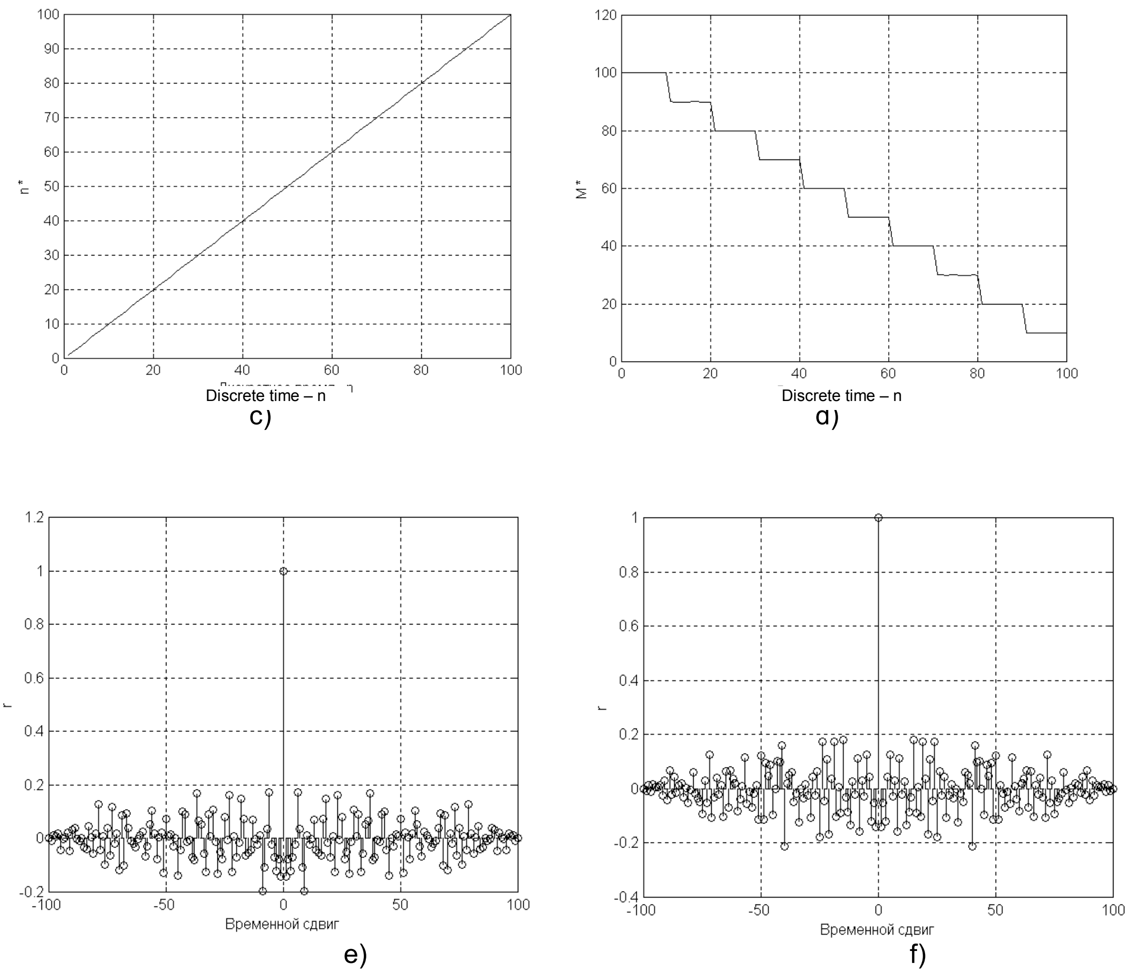


Fig. 1

100 numbers of MChS, generated with the help of (1), (2) under condition of $k = 8.5; X_0 = 0.1.$ are shown in the fig. 1-a). The treatment results of this MChS accordingly to the rule (3) are represented in the fig. 1-c). The 100-numbers sequence also obtained from (1) at the same initial conditions is represented in the fig. 1-b). But it is in case of $f(n)$ depends on information graduated signal $M(n)$. The treatment results of this sequence accordingly to the rule (3) are shown in the fig. 1-d). The normalized autocorrelation functions (coefficients of correlation is r) of the 100-element sequences, shown in the fig. 1-a) and 1-b), are represented in the fig. 1-e) and 1-f) accordingly. The histogram, constructed for the 150-element MChS, obtained accordingly to the algorithm (4) under condition of $X_0 = 0.7$ is shown in the fig. 2-a). The correlation coefficient graph's dependence from a temporal shift for this sequence is represented in a fig. 2-b). We can make a conclusion that the AV's properties are exhibited in the algorithm (4) because of the U -figurative aspect of the histogram and relative level of sidelobes in a coefficient r dependence from a temporal shift. It is possible to indicate C, in which neighbourhood the condition of regular oscillations is observed (for $X_0 = 0.7$ these are: 5 and less; 9; 14; 19; 24; 43; 54; 77) if to use the equation (4) with $(n+1) = const = C$ to generate a sequence.

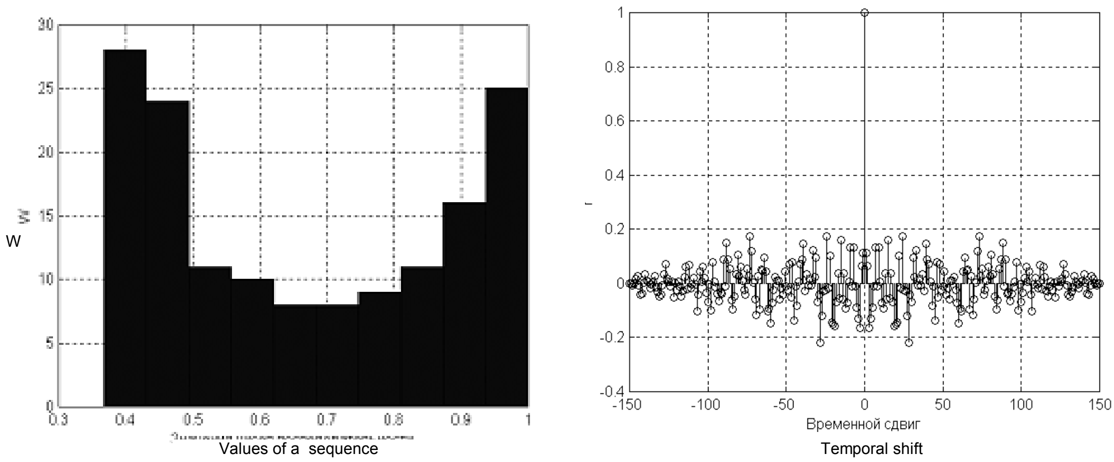


Fig. 2

Algorithms (1) and (4) are close to each other if to compare their sidelobes levels on the $r(T_c)$ graphs, where T_c is a temporal shift. But the calculation of an ordinal number will be realized easier for algorithm (1).

Obtained results confirm a conclusion that the markering allows to realize monitoring for the number of the numerical sequence's current element (fig. 1-c) and can be used as one of ChS modulation methods (fig. 1-d). These singularities make the MChS useful for application in information systems.

Bibliography

1. Shuster G. Determined chaos. – Moscow.: Mir, 1988.
2. Kapranov M.V., Kuleshov V.N., Larionova M.V., Morozov A.G., Udalov N.N. Properties of transfer information systems with parameters and initial conditions manipulations of chaotic oscillations generators // Foreign radiotronics. Successes of a modern radiotronics, 2000, №11.
3. Bespalov E.S. The marked chaotic sequence of numbers for signals delay measurement systems // Measuring technique, 2003, №3. (Printing).