АДАПТИВНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ НЕЙРОННЫХ RBF-СЕТЕЙ

Милов В.Р.

Нижегородский государственный технический университет

Сформулируем задачу адаптивной обработки (фильтрации) дискретных по времени сигналов. Обозначим последовательность символов, поступающую на вход системы обработки сигналов (фильтра) – $x(k)$; последовательность на выходе фильтра – $y(k)$; требуемую («желательную») последовательность на выходе фильтра – $d(k)$, $k = 1, 2, \ldots$. Необходимо в соответствии с используемым критерием обеспечить близость сигналов $y(k)$ и $d(k)$. Рассмотренная задача возникает при идентификации систем, краткосрочном прогнозировании, инверсной фильтрации, подавлении помех, управлении и т.п.

Решение задачи адаптивной обработки сигналов связано с выбором определенной структуры системы обработки сигналов и синтезом алгоритма рекуррентной модификации параметров при поступлении новых данных. Процедуры линейной фильтрации в общем случае не позволяют достичь необходимой эффективности. Нелинейная обработка сигналов может осуществляться с помощью искусственных нейронных сетей. В настоящее время при решении задач обработки сигналов наиболее часто применяются сети прямого распространения: многослойные персептроны и RBF-сети, которые содержат единственный скрытый слой нейронов, обладающих радиально симметричной активационной функцией. По сравнению с многослойными персептронами RBF-сети обладают способностью более быстрого обучения, что в ряде случаев позволяет отдать предпочтение именно этому типу нейронных сетей.

Характеристику «вход-выход» системы нелинейной обработки сигналов, построенной на основе RBF-сети, запишем в виде

$$y(k) = \varphi^{\mathrm{T}}(X(k))\, w\,. \tag{1}$$

Здесь $X(k) = [x(k), x(k-1), \ldots, x(k-L+1)]^{\mathrm{T}}$, $w = [w_0, w_1, \ldots, w_p]^{\mathrm{T}}$ – вектор весов линейного выходного слоя; $\varphi(X) = [\varphi_0(X), \varphi_1(X), \ldots, \varphi_p(X)]^{\mathrm{T}}$ – вектор радиально симметричных активационных функций нейронов скрытого слоя. В качестве активационных часто используются гауссовские функции

$$\varphi_i(X) = \varphi(X, M_i, C_i) = \exp\left(-(X - M_i)^{\mathrm{T}} C_i (X - M_i)\right), \quad i = \overline{1, p}\,, \qquad \varphi_0(X) = 1\,, \tag{2}$$

где M_i – L-векторы, C_i – $(L \times L)$-матрицы, $i = \overline{1, p}$.

В известных алгоритмах обучение RBF-сети на основе выборки фиксированного объема происходит в несколько этапов. Сначала определяются центры $M_i, i = \overline{1, p}$, затем матрицы C_i, $i = \overline{1, p}$ и на последнем этапе параметры линейного выходного слоя $w_i, i = \overline{0, p}$. При поступлении новых данных в известных алгоритмах обычно корректируются лишь значения весов линейного выходного слоя.

В работе предложен принципиально новый метод обучения RBF-сетей, а также процедуры рекуррентной модификации параметров нейронной сети в режиме последовательной обработки данных. При поступлении на вход фильтра очередного символа $x(k)$, формируется вектор $X(k)$ и определяется j-й радиальный элемент с наибольшим уровнем активации. Для этого элемента с помощью полученных выражений выполняется коррекция параметров активационной функции $M_j(k) = f_M\left(X(k), C_j(k-1), M_j(k-1)\right)$, $C_j(k) = f_C\left(X(k), C_j(k-1), M_j(k-1)\right)$.

Определение параметров линейного выходного слоя осуществляется с применением процедуры регуляризации по А.Н. Тихонову. Регуляризация препятствует возникновению так называемого эффекта переобучения и позволяет уменьшить средний квадрат ошибки за счет заметного уменьшения дисперсии ошибки ценой незначительного увеличения смещения. Для модификации параметров линейного выходного слоя RBF-сети (1) разработан рекуррентный алгоритм наименьших квадратов с регуляризацией (РАНКР)

$$w(k) = w(k-1) + (R(k) + \mu I)^{-1}\left(\varphi(X(k))\left(d(k) - \varphi^{\mathrm{T}}(X(k))w(k-1)\right) + \mu(\lambda - 1)w(k-1)\right), \tag{3}$$

$$R(k) = \lambda R(k-1) + \varphi(X(k))\varphi^{\mathrm{T}}(X(k)), \tag{4}$$

где μ – параметр регуляризации; λ – параметр дисконтирования обработанных наблюдений, при этом, $\mu \geq 0$, $0 < \lambda \leq 1$.

В отличие от «классического» рекуррентного алгоритма наименьших квадратов в алгоритме (3) – (4) не удается непосредственно применить лемму об обращении матриц для формирования эффективной вычислительной схемы рекуррентной модификации коэффициента усиления. Предложены подходы к снижению вычислительной сложности РАНКР за счет некоторого проигрыша в эффективности алгоритмов. Для малых значений параметра регуляризации получено приближенное выражение для матрицы $(R(k)+\mu I)^{-1}$. При этом модифицированный алгоритм, не требующий применения процедуры обращения матриц, обладает характеристиками близкими к «точному» алгоритму (3) – (4).

Эффективность работы РАНКР существенно зависит от значений параметров дисконтирования обработанных наблюдений λ и регуляризации μ. Процедуры адаптивного оценивания параметров λ и μ разработаны из условия минимизации целевой функции

$$J(\lambda,\mu) = \mathrm{M}\left\{\left(d(k) - \varphi^{\mathrm{T}}(X(k))w(\lambda,\mu,k-1)\right)^2\right\},$$

где M – символ математического ожидания.

В работе предложен подход к синтезу систем нелинейной адаптивной обработки сигналов на основе нейронных RBF-сетей. Предложен новый метод обучения RBF-сетей, а также процедуры модификации параметров активационных функций (2) при поступлении новых данных. По методу наименьших квадратов с применением процедуры регуляризации синтезирован рекуррентный алгоритм модификации параметров линейного выходного слоя. Совмещение регуляризации с адаптивной настройкой параметров алгоритма обеспечивает работоспособность систем обработки сигналов в условиях непараметрической априорной неопределенности. Получены приближенные алгоритмы, обладающие уменьшенной вычислительной сложностью. Результаты моделирования подтверждают эффективность разработанных процедур и алгоритмов, а также возможность их практической реализации в составе систем краткосрочного прогнозирования, идентификации, адаптивного управления и др.

ADAPTIVE SIGNAL PROCESSING ON A BASIS OF NEURAL RBF-NETWORKS

Milov V.

Nizhni Novgorod state technical university

We shall formulate a task of adaptive processing (filtering) of signals discrete on time. Designate a sequence of symbols acting on an entrance of signal processing system (filter) - $x(k)$; a sequence on an exit of the filter - $y(k)$; required ("desirable") sequence on an exit of the filter - $d(k)$, $k = 1, 2, \ldots$ It is necessary to ensure closeness of signals $y(k)$ and $d(k)$ according to used criterion. The considered task arises at identification of systems, short-term forecasting, inverse filtering, suppression of interferences, direction etc.

The decision of a task of adaptive signal processing is connected to a choice of the certain structure of signal processing system and synthesis of algorithm of recursive modification of parameters at receipt of the new data. The procedures of a linear filtering generally do not allow to achieve necessary efficiency. The nonlinear processing of signals can be realized with the help of artificial neural networks. Now at the decision of tasks of signal processing networks of direct distribution frequently are applied: multilayer perceptrons and RBF-network, which contain the sole latent layer of neuron, having radialiy symmetric activation function. In comparison with multilayer perceptrons RBF-networks have ability of faster training, that allows to prefer this type of neuron networks in a number of cases.

Characteristic "input - output" of system of nonlinear signal processing constructed on the basis of a RBF-network, we shall write as

$$y(k) = \varphi^{\mathrm{T}}(X(k))\, w. \qquad (1)$$

Here $X(k) = [x(k), x(k-1), \ldots, x(k-L+1)]^{\mathrm{T}}$, $w = [w_0, w_1, \ldots, w_p]^{\mathrm{T}}$ -weight vector of a linear output layer; $\varphi(X) = [\varphi_0(X), \varphi_1(X), \ldots, \varphi_p(X)]^{\mathrm{T}}$ - vector of radially symmetric activation functions neuron of the hidden layer. In quality of activation functions frequently are used gaussian functions

$$\varphi_i(X) = \varphi(X, M_i, C_i) = \exp\left(-(X - M_i)^{\mathrm{T}} C_i (X - M_i)\right), \quad i = \overline{1, p}, \qquad \varphi_0(X) = 1, \qquad (2)$$

where M_i - *L*-vectors, C_i - $(L \times L)$ matrixes, $i = \overline{1, p}$.

In known algorithms of the RBF-network training on the basis of sample of fixed volume occurs in some stages. The centres at first M_i, $i = \overline{1, p}$ are defined. Then matrix C_i, $i = \overline{1, p}$ is defined. And at last stage parameters of a linear output layer $w_i, i = \overline{0, p}$ are defined. At receipt new data in known algorithms the values of weight of a linear output layer are usually corrected only.

In work the essentially new method of training of RBF-networks and procedures of recursive updating of parameters of neural network in a mode of consecutive data processing are offered. Then the next symbol $x(k)$ is receipt on an input of the filter, the vector $X(k)$ is formed and is defined *j*-th radial element with the greatest level of activation. For this element with the help of the received expressions the correction of parameters of activation function is fulfilled $M_j(k) = f_M\left(X(k), C_j(k-1), M_j(k-1)\right)$, $C_j(k) = f_C\left(X(k), C_j(k-1), M_j(k-1)\right)$.

The definition of parameters of a linear output layer is carried out with application of procedure regularization by A.N. Tihonov. Regularization interferes with originating of so-called effect of conversion training and allows to reduce an average square of a error at the expense of appreciable reduction of dispersion of a error by insignificant increase of displacement. The recursive least squares algorithm with regularization (RLSAR) is developed for updating parameters of a linear output layer of a RBF-network (1)

$$w(k) = w(k-1) + (R(k) + \mu I)^{-1}\left(\varphi(X(k))\left(d(k) - \varphi^{\mathrm{T}}(X(k))w(k-1)\right) + \mu(\lambda - 1)w(k-1)\right), \qquad (3)$$

$$R(k) = \lambda R(k-1) + \varphi(X(k))\varphi^{\mathrm{T}}(X(k)), \qquad (4)$$

where μ - parameter of regularization; λ - parameter of дисконтирования of the processed observations, thus, $\mu \geq 0$, $0 < \lambda \leq 1$.

As against of "classical" recursive least squares algorithm in (3) - (4) it fails directly to apply a lemma about the call of matrixes to formation of the effective computing circuit of recursive updating of an amplification factor. The approaches to decrease of computing complexity RLSAR are offered at the expense of some loss in efficiency of algorithms. For small values of parameter regularization the approached expression for a matrix $(R(k)+\mu I)^{-1}$ is obtained. Thus the modified algorithm, which is not requiring application of procedure of the call of matrixes, has the characteristics close to "exact" algorithm (3) - (4).

The overall performance RLSAR essentially depends on values of parameters дисконтирования of the processed observations λ and regularization μ. The procedures of adaptive parameters estimation λ and μ are developed from a condition of minimization of goal function

$$J(\lambda,\mu)=\mathrm{M}\left\{\left(d(k)-\varphi^{\mathrm{T}}(X(k))w(\lambda,\mu,k-1)\right)^{2}\right\},$$

where M - symbol of mathematical expectation.

In work the approach to synthesis of systems of nonlinear adaptive signal processing on a basis of нейронных RBF-networks is offered. The new method of training of RBF-networks, and also procedure of updating of parameters of activation functions (2) at receipt of the new data are offered. The recursive algorithm of updating of parameters of a linear output layer is synthesized on a method of the least squares with application of regularization procedure. The overlapping regularization with adaptive adjustment of algorithm's parameters provides capability of signal processing systems in conditions nonparametric a priory uncertainty. The approached algorithms having reduced computing complexity are received. The results of modeling confirm efficiency of the developed procedures and algorithms, and also opportunity of their practical realization in structure of systems of short-term forecasting, identification, adaptive direction etc.