ПРОЦЕДУРА СОВМЕСТНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ МАНЁВРА

Нгуен Чонг Лыу

МАИ, nguyenmairu@yahoo.com

Рассматривается процедура совместного обнаружения и оценивания манёвра воздушной цели (ВЦ) при фильтрации её траектории движения на участке манёвра по данным на выходе РЛС кругового обзора.

Известно, что при фильтрации обновляющий процесс $\vartheta(k)$ представляет собой нормальный процесс типа белого шума с нулевым математическим ожиданием при отсутствии манёвра и с ненулевым математическим ожиданием при наличии манёвра.

$$E[\vartheta(k)] = \begin{cases} 0 & \text{при отсутствии манёвра} \\ \mathbf{f}(k-k_0,\mathbf{a}) \neq 0 & \text{при наличии манёвра} \end{cases}$$

где **f** – детерминированная функция двух аргументов: (k_0+1) – момент начала манёвра, и **a** – вектор интенсивности манёвра. В данном докладе будет рассмотрен синтез алгоритма совместного обнаружения момента начала и оценивания ускорения манёвра на основе метода максимального правдоподобия.

Предполагаем, что траектория движения цели на участке отсутствия манёвра описывается уравнением

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k+1,k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{v}(k)\,, \qquad (1)$$

а на участке манёвра определяется уравнением

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k+1,k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{Ba} + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{v}(k)\,, \qquad (2)$$

где **a** = $\begin{bmatrix} a_X \\ a_Y \end{bmatrix}$ – вектор проекций ускорения на оси X и У,

и уравнение наблюдения имеет вид (3)

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k)\,,$$

(3)

Предполагается, что цель начинает манёвр в течение времени между моментами k_0 и (k_0+1), поэтому момент времени, который считается началом манёвра (k_0+1). Обозначим $\vartheta^0(k)$ и $\vartheta^1(k)$ – обновляющие процессы, соответствующие отсутствию и наличию манёвра, тогда задача обнаружения манёвра состоит в выборе одной из двух альтернативных гипотез

H$_1$: $\vartheta(k) = \vartheta^1(k) = \vartheta^0(k) + \mathbf{f}(k\text{-}k_0,\ \mathbf{a})$ – при наличии манёвра,

H$_0$: $\vartheta(k) = \vartheta^0(k$ – при отсутствии манёвра,

где $\mathbf{f}(k\text{-}k_0,\mathbf{a})$ – полезный сигнал.

Это задача – обнаружение векторного детерминированного сигнала $\mathbf{f}(k\text{-}k_0,\mathbf{a})$ с неизвестными параметрами (ускорением цели **a** и моментом начала манёвра k_0+1) на фоне белого шума $\vartheta^0(k)$. Оптимальная процедура обнаружения манёвра сводится к формированию отношения и сравнению с заданным порогом λ.

$$\Lambda(k) = \frac{p[\vartheta(k-m+1),\ldots,\vartheta(k)|H_1]}{p[\vartheta(k-m+1),\ldots,\vartheta(k)|H_0]} \geq \lambda$$

(4)

где

$m = k - k_0 = 1, 2,\ldots, M$,

так как выборки белого шума статистически независимы, то

$$p[\vartheta(k-m+1),\ldots,\vartheta(k)|H_0] = \\ = \prod_{n=k-m+1}^{k} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l \det \mathbf{s}(n)}} \exp[-\tfrac{1}{2}\vartheta^T(n)\mathbf{s}^{-1}(n)\vartheta(n)]\,, \qquad (5)$$

и

$$p[\vartheta(k-m+1),\ldots,\vartheta(k)|H_1] = \\ = \prod_{n=k-m+1}^{k} \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l \det \mathbf{s}(n)}} \exp\{-\tfrac{1}{2}[\vartheta(n)-\mathbf{f}(n-k_0,\mathbf{a})]^T \mathbf{s}^{-1}(n)[\vartheta(n)-\mathbf{f}(n-k_0,\mathbf{a})]\} \qquad (6)$$

где l– порядок вектора $\vartheta(k)$, k – текущий момент времени.

Из уравнений (4) - (6) после простых алгебраических преобразований получаем

$$\Lambda(k) = \exp\left\{\sum_{n=k-m+1}^{k}[\mathbf{f}^T(n-k_0,\mathbf{a})\mathbf{s}^{-1}(n)\vartheta(n) - \tfrac{1}{2}\mathbf{f}^T(n-k_0,\mathbf{a})\mathbf{s}^{-1}(n)\mathbf{f}(n-k_0,\mathbf{a})]\right\}, \qquad (7)$$

а ее логарифм

$$\ln\Lambda(k) = \sum_{n=k-m+1}^{k}[\mathbf{f}^T(n-k_0,\mathbf{a})\mathbf{s}^{-1}(n)\vartheta(n) - \tfrac{1}{2}\mathbf{f}^T(n-k_0,\mathbf{a})\mathbf{s}^{-1}(n)\mathbf{f}(n-k_0,\mathbf{a})]\,. \qquad (8)$$

Для получения конкретного алгоритма необходимо знать конкретный вид сигнала $\mathbf{f}(k\text{-}k_0,\mathbf{a})$. Перепишем его выражение следующим образом

$$\mathbf{f}(m,\mathbf{a}) = \vartheta^1(k) - \vartheta^0(k) = \vartheta^1(k_0+m) - \vartheta^0(k_0+m)\,,$$

видим, что

$\vartheta^1(k_0+m)$ - обновляющий процесс в момент времени k=(k_0+m) при условии *соответствия* между реальным состоянием (наличие манёвра) цели и использованной моделью движения маневрирующей цели (модель 2),

$\vartheta^0(k_0+m)$ - обновляющий процесс в момент времени k=(k_0+m) при условии *несоответствия* между реальным состоянием (наличие манёвра) цели и использованной моделью движения неманеврирующей цели (модель 1). Таким образом

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{f}}(m,\mathbf{a}) &= [\mathbf{z}(k_0+m) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^1(k_0+m/k_0+m-1)] - [\mathbf{z}(k_0+m) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^0(k_0+m/k_0+m-1)] = \\ &= \mathbf{H}[\hat{\mathbf{x}}^0(k_0+m/k_0+m-1) - \hat{\mathbf{x}}^1(k_0+m/k_0+m-1)] = \\ &= \mathbf{HF}[\hat{\mathbf{x}}^0(k_0+m-1/k_0+m-1) - \hat{\mathbf{x}}^1(k_0+m-1/k_0+m-1)],\end{aligned} \qquad (9)$$

– «разность» экстраполированных векторов в момент времени k=(k_0+m) при использовании разных моделей. Из выражения (9) перепишем последовательные оценки с (k_0+1)-го момента до (k_0+m)-го момента для двух случаев. Во-первых, модель движения цели, использованная в алгоритме, принимает вид (1), поэтому

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}^0(k_0+m/k_0+m) &= \prod_{i=0}^{m-1}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k_0+m-i)\mathbf{HF}]\hat{\mathbf{x}}(k_0/k_0) + \\ &+ \sum_{j=0}^{m-2}\left\{\left[\prod_{i=0}^{j}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k_0+m-i)\mathbf{HF}]\right]\mathbf{K}(k_0+m-j-1)\mathbf{z}(k_0+m-j-1)\right\} + \\ &+ \mathbf{K}(k_0+m)\mathbf{z}(k_0+m),\end{aligned} \qquad (10)$$

Во-вторых, модель движения цели, использованная в алгоритме, принимает вид (2), поэтому

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}^1(k_0+m/k_0+m) &= \prod_{i=0}^{m-1}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k_0+m-i)\mathbf{HF}]\hat{\mathbf{x}}(k_0/k_0) + \\ &+ \sum_{j=0}^{m-2}\left\{\left[\prod_{i=0}^{j}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k_0+m-i)\mathbf{HF}]\right]\mathbf{K}(k_0+m-j-1)\mathbf{z}(k_0+m-j-1)\right\} + \\ &+ \mathbf{K}(k_0+m)\mathbf{z}(k_0+m) + \\ &+ \left\{\sum_{j=0}^{m-2}\left\{\left[\prod_{i=0}^{j}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k_0+m-i)\mathbf{HF}]\right][\mathbf{B}-\mathbf{K}(k_0+m-j-1)\mathbf{HB}]\right\} + [\mathbf{B}-\mathbf{K}(k_0+m)\mathbf{HB}]\right\}\mathbf{a}\end{aligned} \qquad (11)$$

Из уравнений (9) - (11) и после смены k_0=(k-m) получаем выражение «полезного сигнала» $\mathbf{f}(m,\,\mathbf{a})$ в следующем виде

$$\begin{aligned}\mathbf{f}(m,\mathbf{a}) &= \mathbf{HF}\left\{\sum_{j=0}^{m-2}\left\{\left[\prod_{i=0}^{j}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k-i)\mathbf{HF}]\right][\mathbf{B}-\mathbf{K}(k-j-1)\mathbf{HB}]\right\} + [\mathbf{B}-\mathbf{K}(k)\mathbf{HB}]\right\}\mathbf{a} = \\ &= \mathbf{G}(m)\mathbf{a}\,,\end{aligned} \qquad (12)$$

где

$$\mathbf{G}(m) = \mathbf{HF}\left\{\sum_{j=0}^{m-2}\left\{\left[\prod_{i=0}^{j}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k-i)\mathbf{HF}]\right][\mathbf{B}-\mathbf{K}(k-j-1)\mathbf{HB}]\right\} + [\mathbf{B}-\mathbf{K}(k)\mathbf{HB}]\right\},$$

и $m\geq 1$, при (m = 1) выражение

$$\sum_{j=0}^{m-2}\left\{\left[\prod_{i=0}^{j}[\mathbf{F}-\mathbf{K}(k-i)\mathbf{HF}]\right][\mathbf{B}-\mathbf{K}(k-j-1)\mathbf{HB}]\right\} = 0,$$

подставив уравнение (12) в (8) получаем

$$\ln \Lambda(k) = \mathbf{a}^T \mathbf{G}^T(m) \sum_{n=k-m+1}^{k} \mathbf{s}^{-1}(n)\vartheta(n) - \tfrac{1}{2}\mathbf{a}^T \mathbf{G}^T(m) \sum_{n=k-m+1}^{k} \mathbf{s}^{-1}(n)\mathbf{G}(m)\mathbf{a}\,, \qquad (13)$$

из уравнения (13) по критерию максимального правдоподобия найдем оценку вектора ускорения цели

$$\hat{\mathbf{a}}_m = \mathbf{G}^{-1}(m) \sum_{n=k-m+1}^{k} \vartheta(n)\,,$$

(14)

подставив уравнение (14) в (13) и после алгебраических преобразований получаем

$$\ln \Lambda(k, \hat{\mathbf{a}}_m) = \tfrac{1}{2} \sum_{n=k-m+1}^{k} \vartheta^T(n)\mathbf{s}^{-1}(n)\vartheta(n) \geq \tilde{\lambda}_m\,.$$

(15)

Поэтому, устройство совместного обнаружения момента начала манёвра и оценивания ускорения является многоканальным по ускорению (M каналов). Оптимальная процедура обнаружения момента начала манёвра принимает вид

$$\max_{m=\overline{1,M}} \ln \Lambda(k, \hat{\mathbf{a}}_m) \geq \tilde{\lambda}_m\,,$$

(16)

и момент начала манёвра является разностью (k–m+1), где m – индекс канала, в котором $\ln \Lambda(k, \hat{\mathbf{a}}_m)$ принимает максимальное значение, и k – текущий момент.

Полученная процедура была промоделирована для участка траектории захода на посадку ВЦ. Анализ результатов моделирования показал, что сочетание фильтра Калмана с предложенной процедурой позволяет уменьшить среднюю квадратическую ошибку оценивания положения ВЦ на участке манёвра по сравнению с обычным фильтром Калмана.