

# ФУРЬЕ И ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ТЕРМИНАХ JPEG-ТЕХНОЛОГИЙ

Иванов В.Г., Любарский М.Г., Ломоносов Ю.В.

Национальная юридическая академия Украины имени Ярослава Мудрого  
(г. Харьков, Украина)

На сегодняшний день с файловым форматом JPEG связано практически все аппаратное и программное обеспечение. Однако есть все основания говорить, что ему на смену идет новый формат JPEG 2000. Вместо дискретного косинусного преобразования, являющегося базовым для JPEG, JPEG 2000 использует технологию Wavelet-преобразований, которая основана на представлении сигнала в виде суперпозиции специальных функций – волновых пакетов /1, 2, 3/. В результате при той же компрессии изображение получается более гладким и четким

В данной работе приводятся результаты компьютерного моделирования по сжатию некоторых классов изображений с использованием обобщенных преобразований Фурье (дискретное косинусное преобразование, преобразование Хаара) и вейвлет-преобразований на базе JPEG-технологий. Эта работа является логическим продолжением исследований авторов, опубликованных ранее /4/.

Идея замены одноцветного изображения как непосредственного объекта кодирования коэффициентами его двумерного преобразования Фурье известна давно /5/. Изображение подвергается унитарному преобразованию, и полученные коэффициенты преобразования квантуются, кодируются и передаются по каналу связи или записываются в архив.

Кодирование цветных изображений на основе обобщенных преобразований Фурье в терминах JPEG-технологий можно представить в виде блок-схемы, изображенной на рис. 1.

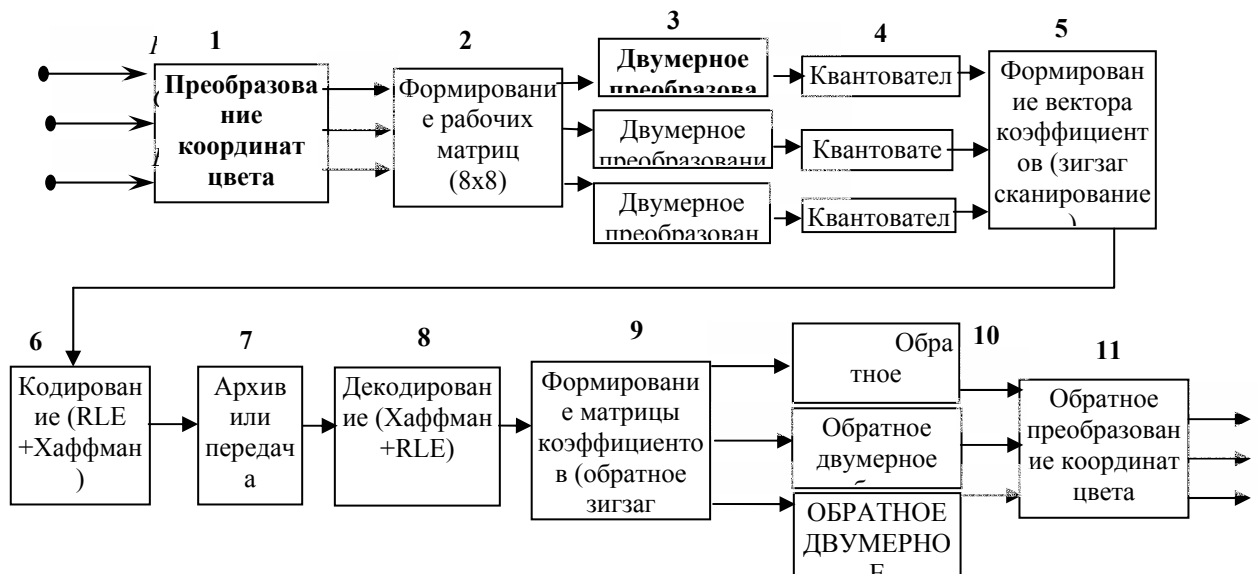


Рис. 1. Схема кодирования цветных изображений в терминах JPEG-технологий.

В силу того, что преобразования Фурье являются разделимыми, то результат воздействия двумерного унитарного преобразования можно находить в два этапа. Сначала выполняется одномерное преобразование по всем строкам матрицы изображения, а затем – по всем столбцам полученной матрицы.

Ядро одномерного косинусного преобразования для пункта 3 (рис.1.) имеет следующий вид:

$$L_x(0) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum X(m); L_x(R) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X(m) \cos \frac{(2m+1)k\pi}{2N}. \quad (1)$$

В этой формуле  $X(m)$  значение отчетов в строках соответствующих рабочих матриц, полученных на втором шаге JPG-технологий,  $L_x(k)$  – коэффициенты дискретного косинусного преобразования, а значения  $m$  и  $k$  изменяются соответственно от 0 до  $N-1$  и от 1 до  $N-1$  с шагом один. Следует заметить, что множество базисных векторов

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{N}}, \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{(2m+1)k\pi}{2N} \right\} \quad (2)$$

фактически образуют класс дискретных многочленов Чебышева /6/.

В случае использования преобразований Хаара для получения коэффициентов необходимо вычислить предварительно обобщенные промежуточные суммы Хаара /7/:

$$X_i^n = \sum_{k=2^{i-1}}^{2^i} X_k^{n-1} \text{ при } n=1,2,\dots(\log N-1), i = 1,2,\dots \frac{N}{2^n}, \quad (3)$$

а затем получить и сами коэффициенты:

$$C_{mj} = \frac{1}{N} 2^{\frac{m-1}{2}} \left[ X_k^{(\log N-1)-m} - X_{k+1}^{(\log N-1)-m} \right], \quad (4)$$

где  $m=1, 2, \dots, \log N; j=1, 2, \dots, 2^{m-1}$ , а для выражения, стоящего в квадратных скобках  $m=m-1, k=2j-1$ . Свободный член определяется выражением:

$$C_{01} = \frac{1}{N} \left[ X_k^{(\log N-1)} + X_{k+1}^{(\log N-1)} \right], \quad (5)$$

причем значения  $X^0$  в (5) являются исходными данными матриц яркости и цветности.

На практике, реализация вейвлет-преобразований (блок 3 рис.1). сводится к применению *биортогональных вейвлет-базисов*, в которых формула *разложения* (6) и формула *синтеза* (7) являются основными.

Если  $\{a_i\}$  – коэффициенты разложения остаточного члена, то  $\{b_i\}$  и  $\{c_i\}$  – коэффициенты соответственно нового остаточного члена

$$b_i = \sum_s h_s a_{2i+s} \quad c_i = \sum_s g_s a_{2i+s} \quad (6)$$

Аналогично, если известны коэффициенты  $\{b_i\}$  и  $\{c_i\}$ , то коэффициенты  $\{a_i\}$  можно восстановить по формуле

$$a_i = \sum_s h_s b_{i-s} + g_s c_{i-s} \quad (7)$$

Отличие от ортогонального случая заключается в том, что для разложения и восстановления сигнала используются две разные пары квадратурных зеркальных фильтров: пара  $\{\tilde{h}, \tilde{g}\}$  при разложении и пара  $\{h, g\}$  при восстановлении. Основное уравнение, в этом случае имеет вид

$$\tilde{h}(\omega)\tilde{h}(\omega) + \overline{\tilde{h}(\omega + \pi)}\tilde{h}(\omega + \pi) = 2.$$

Для этого уравнения имеется семейство решений:

$$\tilde{h}_{n,m}(\omega) = \sqrt{2} \left( \frac{1 + e^{i\omega}}{2} \right)^n; h_{n,m}(\omega) = \sqrt{2} \left( \frac{1 + e^{i\omega}}{2} \right)^2 P_m \left( \sin^2 \frac{\omega}{2} \right) e^{-im\omega}, \quad (8)$$

$$P_m(x) = \sum_{s=0}^{m-1} C_{m-1+s}^s x^s$$

где – многочлен Дебеша.

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента сжатия от среднеквадратической ошибки (СКО) изображения *Perers* при использовании вейвлет преобразований с двумя парами фильтров (A-long, B-short), дискретного косинусного преобразования (ДКП-JPEG) и преобразования Хаара в структуре jpeg-технологий.

Проведенные исследования и полученные результаты позволяют говорить о перспективности подхода объединения статистических методов кодирования, методов на основе обобщенных ортогональных Фурье и вейвлет преобразований, а также структурных методов обработки изображений, что позволит на практике решать задачи предельно сжатого описания объектов кодирования.

#### Литература

1. Кравченко В.Ф. Рвачев В.А. <Wavelet-системы и их применение в обработке сигналов// Зарубеж. радиоэлектроника. – 1996. - №4. с.3-20.
2. Новиков М.Я. Стечкин С.Б. Основы теории всплесков // Успехи мат. наук. – 1998. – 53., № 6 (324) – с. 53-128.
3. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. СПб.:Изд-во ВУС, 1999.-208 с.
4. В.Г. Иванов, М.Г. Любарский, Ю.В. Ломоносов. Применение вейвлет анализа к сжатию звуковых сигналов // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2003. - №7, т.1. – С.39-50
5. Пратт, Кейн, Эндрюс. Кодирование изображений посредством преобразования Адамара. – ТИИЭР, 1969, т. 57, № 1, с. 66-67.

6. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. – М.: Связь, 1980. – 248 с.

7. Иванов В.Г. Формальное описание дискретных преобразований Хаара // Проблемы управления и информатики. – 2003. - № 5.

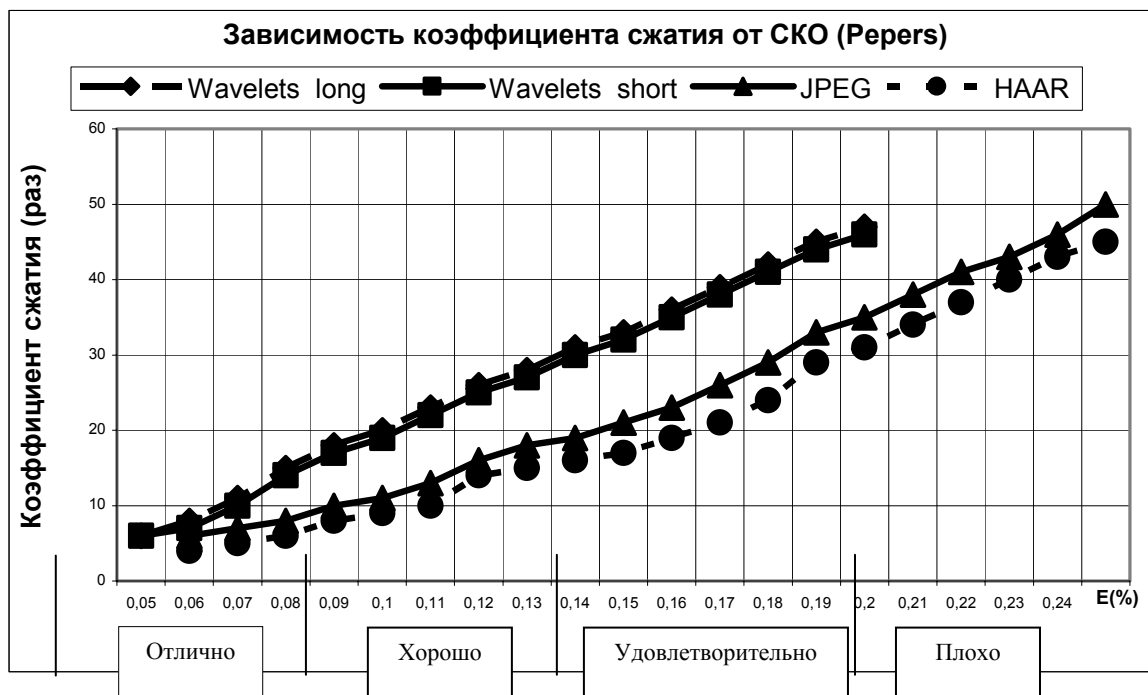


Рис.2. Зависимость коэффициента сжатия от СКО цветного изображения.