

СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЛИФТИНГОВОЙ СХЕМЫ С КОРРЕКЦИЕЙ ВЕЙВЛЕТ-КОЭФФИЦИЕНТОВ*

Наместников С.М.

Алгоритмы сжатия на основе лифтинговой схемы [1,2] базируются на анализе кодируемого сигнала с помощью разделимых фильтров. При этом, модели реальных изображений, как правило, описываются неразделимыми преобразованиями. Поэтому улучшение результатов сжатия можно достичь путем коррекции вейвлет-коэффициентов неразделимыми интерполирующими фильтрами, вычисленные с помощью лифтинговой схемы.

Как известно, лифтинговая схема позволяет конструировать различные биортогональные вейвлеты, выбирая соответствующий оператор оценивания P и оператор обновления U [2]. При этом оператор оценивания должен быть таким, чтобы минимизировалась энтропия ошибок оценивания $\bar{\epsilon}$. На сегодняшний день не известны строгие критерии, позволяющие проводить оптимизацию оператора оценивания. Основной оценкой его эффективности является максимальная гладкость базисных функций, построенных на основе коэффициентов интерполирующего фильтра [1]. Данная проблема обуславливает сложность синтеза и адаптации интерполирующего разделимого вейвлет-фильтра H . Для коррекции ошибок оценивания $\bar{\epsilon}$ предлагается использовать неразделимый интерполирующий фильтр H_2 , на коэффициенты которого не накладывается никаких ограничений.

Схема кодирования для одномерного случая записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^1 &= \lambda_{i+1} - P(\lambda_{i+1}), \\ \lambda_i &= \lambda_{i+1} + U(\varepsilon_i^1), \\ \varepsilon_i^2 &= \varepsilon_i^1 + P_2(\mathcal{K}_i) - P_2(\mathcal{K}_i^1), \end{aligned} \quad (1)$$

где $P_2(\bullet)$ - оператор оценивания на основе интерполирующего фильтра H_2 ; \mathcal{K}_i - восстановленные элементы λ_i по квантованным значениям $\bar{\epsilon}$.

Анализ выражения (1) показывает, что коррекция ошибок $\bar{\epsilon}^2$ выполняется на основе преобразованных элементов \mathcal{K} . Это необходимо для того, чтобы при восстановлении в ошибки $\bar{\epsilon}^1$ не вносились дополнительные погрешности. При этом интерполирующий фильтр H_2 следует выбирать таким, чтобы минимизировалась дисперсия ошибок $\bar{\epsilon}^2$. Минимизация ошибок будет приводить к меньшим потерям и более высоким коэффициентам сжатия.

Схема обратного восстановления имеет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i^1 &= \varepsilon_i^2 + P_2(\mathcal{K}_i) - P(\mathcal{K}_i^1), \\ \mathcal{K}_{i+1} &= \mathcal{K}_i - U(\varepsilon_i^1), \\ \mathcal{K}_{i+1}^1 &= P(\mathcal{K}_{i+1}) + \varepsilon_i^1. \end{aligned} \quad (2)$$

Анализ выражения (2) показывает, что ошибки $\bar{\epsilon}^1$ отличаются от $\bar{\epsilon}^2$ на величину $P_2(\mathcal{K}) - P(\mathcal{K})$, которая характеризует различие оценок, полученных с помощью интерполирующих фильтров H и H_2 . Следовательно, если с помощью фильтра H_2 удастся получить лучшие оценки, то дисперсия ошибок $\bar{\epsilon}^2$ будет меньше дисперсии ошибок $\bar{\epsilon}^1$. Благодаря этому можно достичь более высоких коэффициентов сжатия при равных потерях.

Данный метод легко обобщается на двумерный случай. Пусть X - $N \times N$ матрица, представляющая собой исходное изображение. Тогда один шаг вейвлет-преобразования X можно записать в виде:

$$Y = HXH^T; G_1 = HXL^T; G_2 = LXH^T; G_3 = LXL^T,$$

где Y - $0,5 \cdot N \times 0,5 \cdot N$ матрица низкочастотных элементов, соответствующих уменьшенной копии исходного изображения; G_1, G_2 и G_3 - $0,5 \cdot N \times 0,5 \cdot N$ матрицы высокочастотных составляющих, соответствующие ошибкам оценивания.

* Работа поддержана грантом РФФИ № 03-01-00370

Коррекция вейвлет-коэффициентов, соответствующих матрице G_2 , выполняется с помощью интерполирующего фильтра H_2 по множеству неполных наблюдений $Z = HXH^T$. Оценку элемента z_{ij} будем искать в виде линейной комбинации:

$$\hat{\mathbf{z}}_{ij} = h_0(z_{i,j-1} + z_{i,j+1}) + h_1(z_{i,j-3} + z_{i,j+3}) + h_2(z_{i-2,j-1} + z_{i-2,j+1} + z_{i+2,j-1} + z_{i+2,j+1}).$$

Ошибки оценивания $e_{ij} = z_{ij} - \hat{\mathbf{z}}_{ij}$ записываются в матрицу G_1 . При восстановлении изображения к ошибкам e_{ij} добавляются разности $d_{ij} = \hat{\mathbf{z}}_{ij} - \hat{\mathbf{z}}_{ij}^{(2)}$, где $\hat{\mathbf{z}}_{ij}^{(2)}$ - оценка полученная с помощью вейвлет-фильтра. Аналогично выполняется коррекция вейвлет-коэффициентов для матриц G_2 и G_3 , с учетом увеличения количества наблюдений $Z = H^T YH + L^T G_1 H$.

Недостатком предложенного подхода является то, что вычислительная сложность предложенного алгоритма кодирования на этапе сжатия заметно выше алгоритма кодирования на основе лифтинговой схемы. Это связано с тем, что коррекцию вейвлет-коэффициентов необходимо осуществлять по восстановленным значениям $\hat{\mathbf{z}}$, поэтому количество арифметических операций возрастает, как минимум, в два раза.

Проведем сравнительный анализ предложенного алгоритма кодирования. В качестве входных данных выберем тестовые изображения, представленные на рис. 1. В качестве меры потерь выберем НСКО. Результат сжатия тестовых изображений представлен на рис. 2. Здесь по оси абсцисс отложен коэффициент сжатия, по оси ординат, – потери.

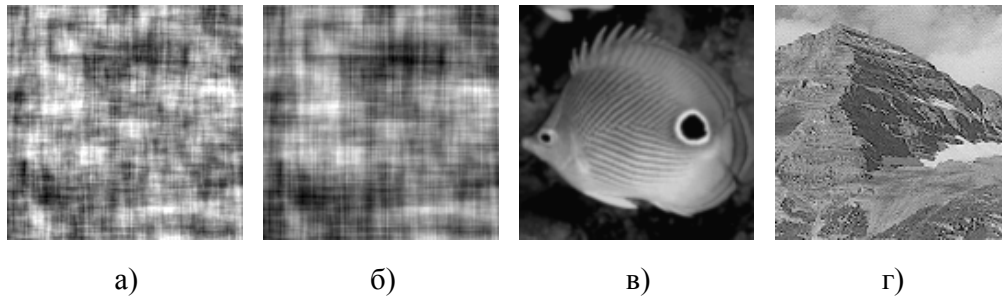


Рис. 1. Тестовые изображения

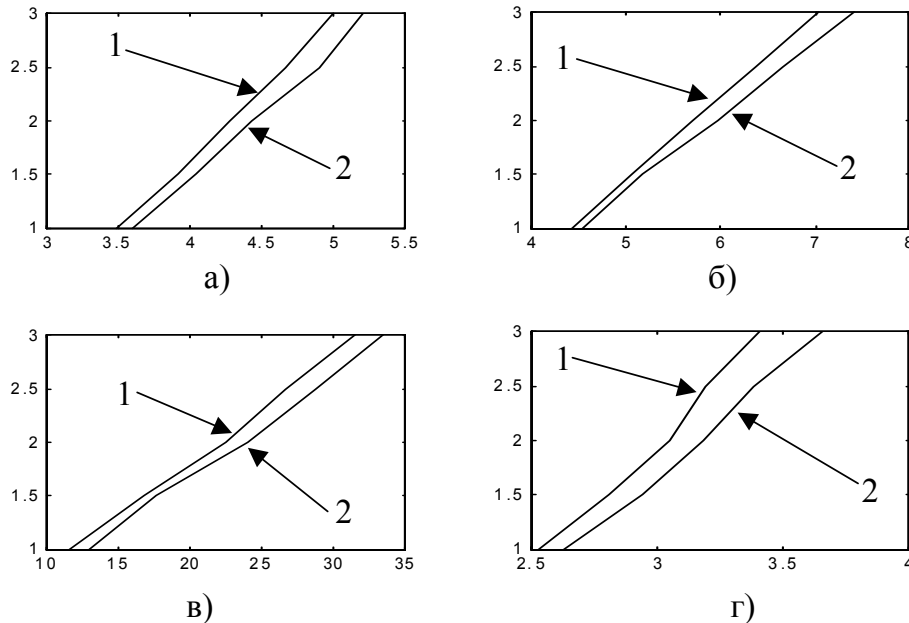


Рис. 2. Результат сжатия тестовых изображений:
 1 – вейвлет-кодер без коррекции ошибок;
 2 – вейвлет-кодер с коррекцией ошибок.

Анализ кривых сжатия показывает выигрыш вейвлет-кодера с коррекцией ошибок оценивания для всех тестовых изображений. Это объясняется, во-первых, несоответствием моделей тестовых изображений и

модели описываемую интерполирующим вейвлет-фильтром $\bar{h} = [-1/8, 1/4, 3/4, 1/4, -1/8]$ и, во-вторых, построением лучшей оценки с помощью неразделимого фильтра H_2 .

Литература

1. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. ВУС, 1999. С.1-204.
2. Sweldens W. The Lifting Scheme: a Construction of Second Generation Wavelets. <http://cm.bell-labs.com/who/wim/papers/lift2.pdf>.