КОМБИНАТОРНЫЕ МОДЕЛИ ПРИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Гришкевич А.А., Степкина Ю.В.*

Южно-Уральский государственный университет
454080, Россия, Челябинск, пр. Ленина, 76,
тел. (83512) 679087, E-mail: grishkev@math.tu-chel.ac.ru; aag@susu.ac.ru
*Тольяттинский государственный университет
445667, Россия, Тольятти, ул. Белорусская, 14, тел. (88482) 296682

Для выполнения функций оперативного управления сложными распределенными системами (вычислительными и информационными сетями, сетями электро-, газо-, нефте-, водоснабжения, и т.п.) в процессе эксплуатации и оценке их надежности необходима, в частности, достоверная информация о текущей конфигурации схем таких систем в реальном времени. При анализе аварий (и определении ответственности за ущербы) часто также требуется прослеживание изменений схемы системы (работы коммутационной аппаратуры) в привязке к определенным событиям и времени.

Получаемые цифровые данные о текущей конфигурации схем с одной стороны, избыточны, поскольку должны обеспечить знание структуры при любой конфигурации схемы. А с другой стороны, ввиду сбоев и отказов измерительного оборудования, помех в каналах связи, могут содержать ошибки.

Функционирование современных систем диспетчерского управления сложными системами, например, системами электроснабжения крупных промышленных предприятий и городов, основано на использовании информационно-измерительной техники и компьютерных технологий. При этом мощности процессоров современных компьютеров постоянно возрастают. Начинают распространяться многопроцессорные и кластерные вычислительные системы. Компьютеры функционируют в составе вычислительных сетей. Вследствие этого логично использовать избыток имеющихся вычислительных ресурсов и информации, содержащейся в результатах измерений, для исправления ошибок измерений.

В этой связи все больший интерес начинают представлять переборные (комбинаторные) методы [1], поскольку при современном уровне быстродействия вычислительной техники и темпах ее развития алгоритмы, построенные на основе подобных методов, становятся (или станут в ближайшее время) работоспособными для задач, имеющих такую размерность, которая представляет практический интерес [2].

Ниже рассматривается математическая постановка задачи диагностики структуры электрической цепи (ДСЭЦ) [3] в форме оптимизационной задачи комбинаторного типа. Все вероятные места изменения структуры электрической цепи (реальные ключевые элементы (КЭ) и места возможных обрывов и коротких замыканий) отождествляются с КЭ, каждый из которых может находиться в двух состояниях ("включено", "отключено"). При этом задача ДСЭЦ заключается в определении истинного положения всех КЭ цепи на основе реальных измерений.

Пусть $G(V,\ U)$ есть граф электрической цепи, где V – множество вершин, U – множество дуг графа.

Совокупность дуг $Y \subseteq U$ соответствует множеству коммутирующих элементов цепи, каждый из которых может находиться в двух состояниях ("отключено", "включено"), и для которых известная информация о положении соответствующих этим дугам коммутирующих элементов не достоверна. Подмножество дуг $\tilde{X} \subseteq Y$ соответствует коммутирующим элементам, для которых известно (не обязательно достоверно), что они находятся в состоянии включено (множество $\tilde{X}$ формируется непосредственно по результатам измерений, и может содержать ошибки), а подмножество дуг $\bar{X} \subseteq Y$ соответствует коммутирующим элементам, действительно находящимся в состоянии "включено" и которое нужно определить исходя из решения задачи диагностики.

Рассматривается комбинаторное пространство

$$2^Y = \{\, X \ : X \subseteq Y \,\}$$

с метрикой

$$r(X,\ Z) \ = \ |(X \bigcup Z) \setminus (X \bigcap Z)| \ = \ |X \square Z|,\ \ X,\ Z \in 2^Y .$$

Выделяется два подмножества множества вершин $S,\ T \subseteq V$ и для любого подмножества дуг $E \subseteq Y$ определяется функция

$$\Theta_E \ = \ \Theta_E(T) \ = \ \Theta_E(t_1^E,\ t_2^E,\ \ldots,\ t_{|T|}^E) \ = \ (y_1^E,\ y_2^E,\ \ldots,\ y_{|T|}^E),$$

где $y_i^E \in \{0,\ 1\}$, $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ |T|$. При этом считается: $y_i^E = 1$, если для $t_i \in T$ $\exists s \in S$ такая, что в графе $G^E(V,\ (U \setminus Y) \bigcup E)$ существует цепь из s в t_i; и $y_i^E = 0$, в противном случае.

Содержательно функция Θ формализует информацию о параметрах режима цепи, как-то если в некоторой ветви сигнал (ток) отличен от нуля, то обязательно должна существовать цепь (путь) из некоторого источника сигналов $s \in S$, проходящая (проходящий) через данную ветвь. Формально, если сигнал (ток) в ветви $l = (v_1,\ v_2) \in U$ отличен от нуля, то существует цепь, соединяющая вершину v_1 (v_2) с некоторой вершиной $s \in S$.

Задача ДСЭЦ есть задача нахождения множества $\bar{X}$ КЭ, действительно находящихся в состоянии "включено" (графа $G^t = G^{\bar{X}}(V,\ (U \setminus Y) \bigcup \bar{X})$), в предположении:

а) множество $\tilde{X}$ может не совпадать с множеством $\bar{X}$ из-за наличия ошибок в измерениях;

б) функция $\Theta_{\bar{X}}(T) = \bar{\Theta}$, т.е. свойства цепи известны достоверно;

в) ошибок в определении положения КЭ не слишком много, например, не больше l, т.е. $r(\bar{X},\ \tilde{X}) \le l$.

В пространстве 2^Y выделяются подпространства

$$O(\tilde{X},\ l) = \{\ X\ :\ X \in 2^Y,\ r(X,\ \tilde{X}) \le l\ \}$$

и

$$P = \{\ X\ :\ X \in 2^Y,\ \Theta_X(T) = \Theta_{\bar{X}}(T) = \bar{\Theta}\ \}.$$

На основе имеющихся данных локализовать элемент $\bar{X}$ в пространстве 2^Y можно лишь с точностью до множества

$$\mathrm{H}\ =\ O(\tilde{X},\ l) \bigcap P\ \subseteq\ 2^Y.$$

Следовательно, решая задачу диагностики структуры электрической цепи можно установить:

1) совокупность коммутирующих элементов, соответствующих множеству дуг

$$A\ = \bigcap\nolimits_{E \in \mathrm{H}} E\ \ (B\ = \bigcap\nolimits_{E \in \mathrm{H}} Y \setminus E),$$

находится в состоянии "включено" ("отключено");

2) граф G^t есть некоторый граф из множества

$$\mathrm{G}\ =\ \{\ G^E(V,\ U^E)\ :\ U^E = (U \setminus Y) \bigcup E,\ E \in \mathrm{H}\ \}.$$

Или, другими словами, выбор графа G^t из множества G требует дополнительных исследований, и в рамках представленных предположений не может быть произведен.

Можно предположить, что в действительности $|\mathrm{G}|$ мало, например, $|\mathrm{G}| = 1$. В этом случае задача ДСЭЦ может быть рассмотрена как оптимизационная комбинаторная задача

$$\hat{X}\ =\ \underset{X \subseteq Y,\ \Theta_X(T) = \bar{\Theta}}{\arg\min}\ |\,X \triangle \tilde{X}\,|. \qquad (1)$$

Все множество H может быть найдено из решения последовательности оптимизационных комбинаторных задач типа (1). Это позволяет рассматривать дискретную оптимизационную задачу (1) в качестве формальной математической модели цифровой обработки результатов измерений.

Работа поддержана грантами РФФИ"Урал" 01-01-96401 и губернаторского конкурса Челябинской области р2001урчел-01-04.

Литература

1. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В. Комбинаторные математические модели при оценке безопасности структур телекоммуникационных сетей // III Санкт-Петербургская Межрегиональная конференция "Информационная безопасность регионов России" (ИББР-2003), Санкт-Петербург, 25-27 ноября 2003 г.: Материалы конференции. Часть 1. – СПб, 2003. – С. 119.

2. Гришкевич А.А. Кодирование дистрибутивной решетки минимальных разрезов графа // Доклады 5-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение». – М., 2003. – С. 347-349.

3. Гришкевич А.А. Диагностика структуры электрической цепи // Импликативная алгебра выбора и непрерывная логика в прикладных задачах науки и техники: Труды международной конференции "Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике — КЛИН-2002" / Под ред. Л.И.Волгина. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – Т. 2. – С. 51-53.