

Рязанская государственная радиотехническая академия
391000, г. Рязань, ул. Гагарина, 59/1, кафедра РТС
E-mail: rts@rgarta.ryazan.ru; vlad@express.ryazan.ru

Реферат. Предлагается метод нахождения оценки положения энергетического центра одиночного импульса, позволяющий уменьшить дисперсию данной оценки по сравнению с аналогичным показателем метода центра тяжести. Особенностью предлагаемого метода является исключение предварительной пороговой обработки.

В технической диагностике широко используются оптические измерители, среди которых важное место занимают лазерные триангуляционные дальнометры. Они эффективны при небольших (до метра) расстояниях между диагностируемым объектом и датчиком, позволяя достичь разрешения в единицы микрон. Принцип работы триангуляционных измерителей основан на определении местоположения центра импульса, образованного проекцией отражения лазерного луча от контролируемого объекта на линейный фотоприемник, состоящий из N элементов. Импульс смещается вдоль фотоприемника, определяя своим местоположением измеряемый параметр – расстояние до объекта в одной точке. Выбор метода для поиска центра импульса основан на компромиссе между допустимыми погрешностями и необходимым быстродействием измерительной системы. Ниже производится сравнение различных методов по точности и вычислительным затратам. Результаты получены на моделированных стохастических последовательностях s длиной N в виде одиночных импульсов x с аддитивным гауссовским шумом n : $s = x + n$.

Методы поиска центра импульса можно разделить на две основные группы – на требующие предварительной пороговой обработки и не требующие. К последним методам относится, например, **аппроксимация по методу наименьших квадратов** [1]. Она позволяет получить наиболее качественные оценки, близкие к потенциальным. Очевидный недостаток данного метода заключается в значительных вычислительных затратах на его реализацию, обусловленных необходимостью обращения матрицы размера $m \times m$, где m – порядок аппроксимирующего полинома, и процедурой поиска местоположения глобального максимума.

Среди методов требующих пороговую обработку наибольшее распространение получили метод центра тяжести и медианный метод, т.к. оба эти метода могут быть реализованы в реальном масштабе времени. Общим недостатком данных методов является необходимость пороговой обработки, поскольку адаптация уровня порога к сигналу s задача неоднозначная и всегда приводит к увеличению вычислительных затрат.

Поиск энергетического центра M^g импульса x **методом центра тяжести** интерпретируется как координата среднего геометрического последовательности s :

$M^g = \frac{\sum_{g=0}^{N-1} g \cdot s[g]}{\sum_{g=0}^{N-1} s[g]},$	(1)
--	-----

где $s[g]$ – отсчеты анализируемой последовательности s . Оценка M^g обладает высокой субпиксельной точностью, но характеризуется значительной дисперсией и смещением к величине $N/2$ при наличии ненулевой постоянной составляющей. Исключение смещения достигается пороговой обработкой.

Медианный метод основан на поиске медианы импульса, т.е. номера отсчета g , слева и справа от которого, площади импульса равны. Медианная оценка обеспечивает точность до 0,5 пикселя, что часто является недостаточным. Отметим, что смещение оценки по медианному методу несколько ниже, чем у метода центра тяжести, однако при симметричном импульсе и пороговой обработке оба этих метода дают близкие результаты.

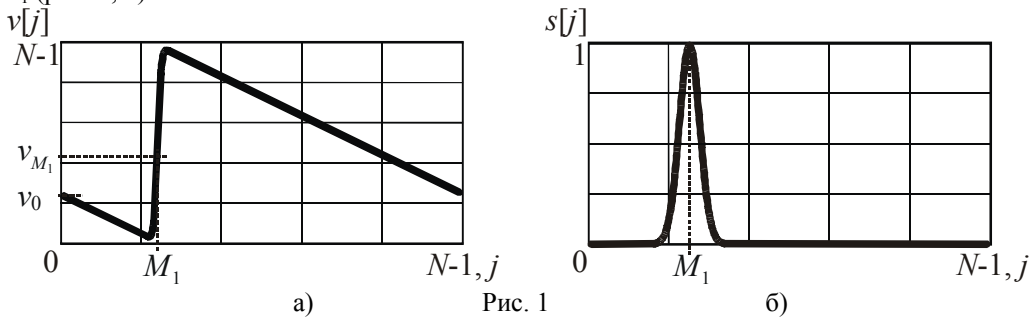
Отметим, что в случае неизменной формы и площади импульса, а также постоянной интенсивности шума смещение может быть компенсировано на этапе калибровки оптического измерителя за счет уменьшения разрешения измерительной системы. Подобная калибровка исключает необходимость пороговой обработки. Таким образом, в качестве главных количественных характеристик методов можно определить вычислительные затраты на их реализацию и достигаемую дисперсию или среднеквадратическое отклонение СКО оценки.

Рассмотрение этих характеристик известных методов показывает, что на практике реализуются лишь крайние возможности – высокое быстродействие и простота реализации при низком качестве оценок или наоборот. Это делает актуальным поиск метода, занимающего промежуточное положение, который позволяет приблизиться к качеству потенциальной оценки при использовании приемлемых по вычислительным затратам процедур. Проведем исследование метода **центра тяжести**, обладающего высокой точностью, выявив пути его реализации, исключающие пороговую обработку.

Поскольку в (1) знаменатель служит для нормировки s , то значимым для точности алгоритма является только числитель, который можно понимать как циклическую свертку последовательностей g и s длиной N для индекса сдвига $j = 0$:

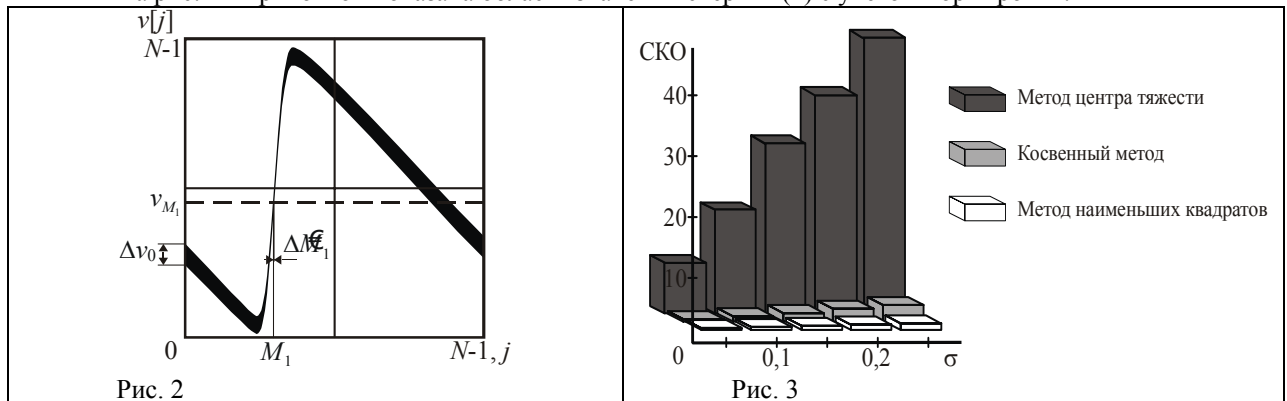
$$v[j] = \sum_{g=0}^{N-1} g \cdot s[(g+j) \bmod N]. \quad (2)$$

Рассмотрим выходную нормированную последовательность (рис. 1, а) свертки (2) для индексов сдвига $j = 0 \dots N-1$, где последовательность s представлена в виде сигнала колокообразной формы с центром в точке M_1 (рис. 1, б).



На рис. 1, а указано значение свертки v_0 , соответствующее индексу сдвига $j = 0$. Значение v_0 после нормировки является оценкой $M_1^G = M_1$ по методу центра тяжести. В то же время, по оси абсцисс можно видеть индекс сдвига $j = M_1$, которому соответствует значение v_{M_1} . Отметим большую крутизну этого участка кривой v по сравнению с участком вблизи 0-го индекса. Можно сделать предположение, что, если находить оценку $M_1^G = M_1$ как координату точки пересечения кривой v с уровнем v_{M_1} , то мы получим меньшее СКО оценки M_1^G по сравнению с разбросом значений v_0 . Проверим это.

На рис. 2 штриховкой показана область значений свертки (2) с учетом нормировки.



Как видно из рис. 2, оценка M_1^G имеет заметно меньший разброс значений – ΔM_1^G по сравнению с разбросом Δv_0 оценки v_0 . Для реализации предлагаемого алгоритма требуется найти v_{M_1} .

В силу цикличности свертки (2), форма кривой v никак не меняется при изменении значения M_1 , а изменяется только индекс сдвига, от которого начинается отсчет значений v . Таким образом, при изменении M_1 , величина v_{M_1} пропорционально изменяется в пределах линейных участков от минимального до максимального своего значения, а при $M_1 = N/2$:

$$v_{M_1} = v_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} v[j]. \quad (3)$$

Полученный вывод (3) можно обобщить на все значения M_1 , исключая начальный и конечный участки последовательности s , соответствующие нелинейным участкам кривой v .

Таким образом, получен косвенный метод нахождения положения энергетического центра из свертки (2) не требующий пороговой обработки в силу вхождения постоянной составляющей в (3). Предлагаемый косвенный метод реализуется по следующему алгоритму: 1) вычисляется циклическая свертка (2) последовательностей; 2) вычисляется средний уровень (3) циклической свертки; 3) сравниваются значения циклической свертки со средним уровнем; 4) обнаруживаются два индекса – до и после пересечения «снизу» циклической сверткой среднего уровня; 5) производится линейная интерполяция участка между индексами, обнаруженными в п. 4, с использованием свойства подобных треугольников, и рассчитывается добавка к младшему индексу для получения субпиксельной точности.

Очевидно, что дисперсия оценки зависит от соотношения мощностей сигнала и шума, поэтому для количественного описания выигрыша примем характерный для триангуляционных измерителей сигнал длиной $N = 1024$, который описывается гауссовой кривой с аддитивным шумом:

$$x_j = \exp\left\{-\frac{(j-M_1)^2}{2L^2}\right\}, s_j = x_j + n_j = \begin{cases} 0, & s_j < 0 \\ s_j, & s_j \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

где $L = 0,02N$ – полуширина импульса, а нормальный шум \mathbf{n} имеет нулевое среднее значение и дисперсию σ^2 . На рис. 3 приведены зависимости СКО оценок от σ шума.

Как видно из рис. 3, СКО оценок всех методов линейно зависят от σ шума. Однако косвенный метод позволяет получить значительный выигрыш по сравнению с методом центра тяжести, приближаясь к потенциальной точности. Основой предлагаемого алгоритма является процедура вычисления циклической свертки, которая может быть реализована, например, как быстрая свертка с использованием преобразования Хартли [2].

Можно отметить, что поиск центра импульса по предлагаемому алгоритму для случая $\mathbf{n} = 0$ приводит к результату, совпадающему с медианным методом, и, в силу отсутствия поставленных ограничений, обобщим этот результат на случаи ненулевого шума. В результате можно сделать вывод, что оценка M_1 имеет меньшее смещение при искажениях импульса, делающих его несимметричным.

Таким образом, косвенный метод сочетает в себе достоинства рассмотренных выше наиболее популярных методов, а именно: косвенный метод не требует пороговой обработки; обеспечивает субпиксельную точность; сравнительно просто реализуем.

Для примера (4) сигнала \mathbf{s} дисперсия оценки уменьшается в 16 раз по сравнению с методом центра тяжести. Смещение оценки исключается, а вычислительные затраты на реализацию предлагаемого косвенного метода составляют $2N$ умножений против $(n^3 + 2nN)$ умножений в процедуре аппроксимации по методу наименьших квадратов [1].

Литература

1. Плескунин В. И., Воронина Е. Д. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте / Под ред. Башарина А. В. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1979.– 232 с.
2. Брейсуэл Р. Преобразование Хартли: Пер. с англ.– М.: Мир, 1990.– 175 с.