

ДИНАМИКА ДВУМЕРНОГО РЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ БИНАРНОМ КВАНТОВАНИИ*

Лебедев М.В., Рудых Д.В., Балусов И.Л.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Реферат. Исследован двумерный рекурсивный цифровой фильтр второго порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение и бинарным квантованием. Получено большое количество различных сигналов, существующих на выходе фильтра при отсутствии входного воздействия. Эта особенность обусловлена нелинейностью сумматора и позволяет использовать фильтра в качестве генератора двумерных сигналов. Получены аналитические выражения для областей существования различных типов движений. Построены бифуркационные портреты системы при различных видах начальных условий.

Введение

Двумерные рекурсивные цифровые фильтры малых порядков [1-3] удобно использовать для обработки статических и динамических изображений в реальном масштабе времени, поскольку вычислительные затраты при их реализации незначительны. При этом они используются самостоятельно или в качестве базовых элементов для построения фильтров высокого порядка. В большинстве работ, посвященных исследованию нелинейных свойств таких систем, обычно рассматривается случай фильтров первого порядка [1]. Однако чем больше порядок фильтра, тем больше возможностей для его использования, но вместе с порядком фильтра возрастает и сложность его исследования. Одним из проявлений нелинейных свойств данных фильтров является многообразие выходных сигналов в виде двумерных циклов различного периода.

Постановка задачи

Цель данной работы – исследование свободных колебаний в двумерных рекурсивных цифровых фильтрах второго порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение с бинарным квантованием, при переборе всех возможных десяти начальных условий: $X(-2, -2)$, $X(-2, -1)$, $X(-1, -2)$, $X(-1, -1)$, $X(-2, 0)$, $X(0, -2)$, $X(-1, 0)$, $X(0, -1)$, $X(1, -2)$ и $X(-2, 1)$. Колебания описываются нелинейным разностным уравнением общего вида:

$$\begin{aligned} X(m, n) = & f\{aX(m, n-2) + bX(m, n-1) + \\ & + cX(m-1, n-2) + dX(m-1, n-1) + eX(m-1, n) + \\ & + gX(m-2, n-2) + hX(m-2, n-1) + iX(m-2, n)\} \end{aligned} \quad (1)$$

где $a-i$ – независимые коэффициенты фильтра, а функция $f\{x\}$ учитывает нелинейные свойства фильтра, её вид зависит от выбора характеристики сумматора и количества уровней квантования, которая аналитически задается следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x \leq 0 \end{cases}$$

Пространство параметров двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка, заданного уравнением (1), восьмимерно, однако ввиду сложности анализа, некоторые коэффициенты приравниваются или обнуляются, таким образом, пространство параметров фильтра становится трехмерным, например:

$$\begin{aligned} X(m, n) = & f\{a[X(m-1, n) + X(m-2, n-1)] + b[X(m, n-1) + X(m-1, n-2)] + \\ & + c[X(m-1, n-1) + X(m-2, n-2)]\}, \end{aligned} \quad (2)$$

Для анализа выходного сигнала размером $L_x L_y$ отсчетов, нужно перебрать 2 в степени $4(L+1)$ начальных условий, тогда как для фильтра первого порядка их 2 в степени $(2L+1)$, а для одномерной системы первого порядка начальным условием вообще является один отсчет. Такое количество начальных условий значительно осложняет исследование. Поэтому основное внимание уделяется исследованию сигналов на выходе при отсутствии входного воздействия и начальных условиях таких, что отличным от нуля являются только несколько отсчетов, а все остальные равны нулю. Но, уже исследуя систему при таких начальных условиях, оказывается, что некоторые результаты остаются справедливыми и на случай произвольных начальных условий.

Пространство параметров фильтра, заданного уравнением (2), трехмерно, однако ввиду сложности восприятия и отображения трехмерных рисунков на плоскости оно представляется в виде сечений с фиксированным коэффициентом c .

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-02-17500)

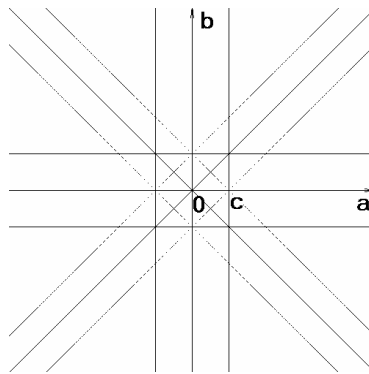


Рис.1. Сечение бифуркационного портрета фильтра при $c > 0$

На (рис.1.) показаны минимально возможные области существования различных видов движений при $c > 0$, для случая $c < 0$ рисунок аналогичен. При изменении коэффициента c размеры этих областей будут меняться, но их количество не изменится, уравнения границ областей получены аналитически.

Метод исследований

В работе для определения в пространстве параметров областей существования различных сигналов использовался новый метод исследования двумерных цифровых рекурсивных фильтров первого и второго порядков. Метод основан на получении наиболее общих закономерностей при помощи анализа нелинейного разностного уравнения с учетом вида функции нелинейности. Это позволяет определить возможность реализуемости двумерного сигнала на выходе фильтра заданного порядка и найти область в пространстве параметров, ему соответствующую, а также подобрать необходимые для этого начальные условия.

Результаты исследования

Каждая область бифуркационного портрета, представляет собой множество значений коэффициентов фильтра a , b и c , при задании которых на выходе системы будет определен сигнал. Большое количество вычислений при исследовании фильтра и сложность построения бифуркационного портрета приводит к вероятностному описанию данной системы. Для нахождения всех возможных сигналов на выходе фильтра нужно для каждого коэффициента a , b , c и всех начальных условий рассчитать сигнал на выходе фильтра. Но т.к. бифуркационный портрет имеет ограниченный набор минимально возможных областей, то достаточно взять по одной точке из каждой области и рассчитать сигнал на выходе. На (рис.1.) показано сечение бифуркационного портрета с минимально возможными областями. Таких областей по 48 для $c > 0$ и $c < 0$. Для каждой из 96 точек бифуркационного портрета был найден сигнал на выходе фильтра размерностью 5×5 . Начальных условий для данного вида сигнала 2^{24} , но в работе были перебраны лишь 2^{10} : $X(-2, -2)$, $X(-2, -1)$, $X(-1, -2)$, $X(-1, -1)$, $X(-2, 0)$, $X(0, -2)$, $X(-1, 0)$, $X(0, -1)$, $X(1, -2)$ и $X(-2, 1)$, остальные отсчеты равны нулю. Таким образом, для фильтра (2) было проанализировано 96×2^{10} сигналов размерности 5×5 . Количество различных сигналов для данного фильтра ~ 3509 .

Существует 2519 различных комбинаций формулы (1) для трех коэффициентов a , b и c .

Из них было рассчитано 110 вариантов, общее число различных видов сигналов 5×5 составило $56400 \sim 1.7 \times 2^{15}$.

Заключение

В процессе исследования обнаружено $\sim 2^{15}$ различных двухуровневых сигналов, возможных на выходе системы из 2^{25} . В общем случае количество коэффициентов фильтра 8. В данной работе исследовано только 3. Т.о. возможность получения различных сигналов на выходе фильтра с увеличением значимых коэффициентов увеличивается, и данный фильтр можно использовать в качестве генератора двумерных сигналов.

Получены аналитические выражения для областей существования различных типов движений. Найдены области существования двумерных предельных циклов разных периодов, единичного импульса и отсутствия выходного сигнала. Описан механизм формирования выходного сигнала различного типа в зависимости от вида начальных условий. Построены бифуркационные портреты системы при различных видах начальных условий.

В работе затронута тема нелинейных эффектов в двумерных рекурсивных цифровых фильтрах второго порядка с бинарным квантованием. Некоторые результаты работы могут быть обобщены на случай произвольного вида начальных условий и произвольного числа уровней квантования. Результаты исследований могут быть использованы для дальнейшего исследования и разработки многомерных цифровых телекоммуникационных систем, обработки, сжатия, кодирования и передачи двумерных цифровых сигналов и изображений.

Литература

1. D.V. Rudyh, M.V. Lebedev, V.V. Kryashchev, and A.L. Priorov. Investigation of the two-dimensional first-order recursive digital filters with saturation nonlinearity // Proc. of the 11-th Workshop on "Nonlinear Dynamics of Electronic Systems", Switzerland, 2003. P. 213-216.

2. Лебедев М.В., Балусов И.Л., Рудых Д.В. Динамика двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка при бинарном квантовании // Докл. 5-ой междунар. конф. и выст. "Цифровая обработка сигналов и ее применения", Москва, 2003. Т.1. С. 65-67.
3. Лебедев М.В., Рудых Д.В., Балусов И.Л. Автономный двумерный рекурсивный цифровой фильтр второго порядка с несимметричными коэффициентами // Тр. LVII науч. сессии, посвященной Дню радио. Москва, 2003. Т.1., С.239-241.

