

ПРОЦЕДУРА СОВМЕСТНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ МАНЁВРА

Нгуен Чонг Лыу

МАИ, nguyenmairu@yahoo.com

Рассматривается процедура совместного обнаружения и оценивания манёвра воздушной цели (ВЦ) при фильтрации её траектории движения на участке манёвра по данным на выходе РЛС кругового обзора.

Известно, что при фильтрации обновляющий процесс $\mathcal{G}(k)$ представляет собой нормальный процесс типа белого шума с нулевым математическим ожиданием при отсутствии манёвра и с ненулевым математическим ожиданием при наличии манёвра.

$$E[\mathcal{G}(k)] = \begin{cases} 0 & \text{при отсутствии манёвра} \\ \mathbf{f}(k - k_0, \mathbf{a}) \neq 0 & \text{при наличии манёвра} \end{cases}$$

где \mathbf{f} – детерминированная функция двух аргументов: (k_0+1) – момент начала манёвра, и \mathbf{a} – вектор интенсивности манёвра. В данном докладе будет рассмотрен синтез алгоритма совместного обнаружения момента начала и оценивания ускорения манёвра на основе метода максимального правдоподобия.

Предполагаем, что траектория движения цели на участке отсутствия манёвра описывается уравнением

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k+1, k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{v}(k), \quad (1)$$

а на участке манёвра определяется уравнением

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k+1, k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{a} + \mathbf{\Gamma}(k)\mathbf{v}(k), \quad (2)$$

где $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix}$ – вектор проекций ускорения на оси X и Y,

и уравнение наблюдения имеет вид (3)

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k), \quad (3)$$

Предполагается, что цель начинает манёвр в течение времени между моментами k_0 и (k_0+1) , поэтому момент времени, который считается началом манёвра (k_0+1) . Обозначим $\mathcal{G}^0(k)$ и $\mathcal{G}^1(k)$ – обновляющие процессы, соответствующие отсутствию и наличию манёвра, тогда задача обнаружения манёвра состоит в выборе одной из двух альтернативных гипотез

$H_1: \mathcal{G}(k) = \mathcal{G}^1(k) = \mathcal{G}^0(k) + \mathbf{f}(k-k_0, \mathbf{a})$ – при наличии манёвра,

$H_0: \mathcal{G}(k) = \mathcal{G}^0(k)$ – при отсутствии манёвра,

где $\mathbf{f}(k-k_0, \mathbf{a})$ – полезный сигнал.

Это задача – обнаружение векторного детерминированного сигнала $\mathbf{f}(k-k_0, \mathbf{a})$ с неизвестными параметрами (ускорением цели \mathbf{a} и моментом начала манёвра k_0+1) на фоне белого шума $\mathcal{G}^0(k)$. Оптимальная процедура обнаружения манёвра сводится к формированию отношения и сравнению с заданным порогом λ .

$$\Lambda(k) = \frac{p[\mathcal{G}(k-m+1), \dots, \mathcal{G}(k)|H_1]}{p[\mathcal{G}(k-m+1), \dots, \mathcal{G}(k)|H_0]} \geq \lambda$$

(4)

где

$$m = k - k_0 = 1, 2, \dots, M,$$

так как выборки белого шума статистически независимы, то

$$p[\mathcal{G}(k-m+1), \dots, \mathcal{G}(k)|H_0] =$$

$$= \prod_{n=k-m+1}^k \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l \det \mathbf{s}(n)}} \exp\left[-\frac{1}{2} \mathcal{G}^T(n) \mathbf{s}^{-1}(n) \mathcal{G}(n)\right], \quad (5)$$

и

$$p[\mathcal{G}(k-m+1), \dots, \mathcal{G}(k)|H_1] =$$

$$= \prod_{n=k-m+1}^k \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l \det \mathbf{s}(n)}} \exp\left\{-\frac{1}{2} [\mathcal{G}(n) - \mathbf{f}(n-k_0, \mathbf{a})]^T \mathbf{s}^{-1}(n) [\mathcal{G}(n) - \mathbf{f}(n-k_0, \mathbf{a})]\right\} \quad (6)$$

где l – порядок вектора $\mathcal{G}(k)$, k – текущий момент времени.

Из уравнений (4) - (6) после простых алгебраических преобразований получаем

$$\Lambda(k) = \exp\left\{ \sum_{n=k-m+1}^k [\mathbf{f}^T(n-k_0, \mathbf{a}) \mathbf{s}^{-1}(n) \mathcal{G}(n) - \frac{1}{2} \mathbf{f}^T(n-k_0, \mathbf{a}) \mathbf{s}^{-1}(n) \mathbf{f}(n-k_0, \mathbf{a})] \right\}, \quad (7)$$

а ее логарифм

$$\ln \Lambda(k) = \sum_{n=k-m+1}^k [\mathbf{f}^T(n-k_0, \mathbf{a}) \mathbf{s}^{-1}(n) \mathcal{G}(n) - \frac{1}{2} \mathbf{f}^T(n-k_0, \mathbf{a}) \mathbf{s}^{-1}(n) \mathbf{f}(n-k_0, \mathbf{a})]. \quad (8)$$

Для получения конкретного алгоритма необходимо знать конкретный вид сигнала $\mathbf{f}(k-k_0, \mathbf{a})$. Перепишем его выражение следующим образом

$$\mathbf{f}(m, \mathbf{a}) = \mathcal{G}^1(k) - \mathcal{G}^0(k) = \mathcal{G}^1(k_0 + m) - \mathcal{G}^0(k_0 + m),$$

видим, что

$\mathcal{G}^1(k_0 + m)$ - обновляющий процесс в момент времени $k=(k_0+m)$ при условии *соответствия* между реальным состоянием (наличие манёвра) цели и использованной моделью движения маневрирующей цели (модель 2),

$\mathcal{G}^0(k_0 + m)$ - обновляющий процесс в момент времени $k=(k_0+m)$ при условии *несоответствия* между реальным состоянием (наличие манёвра) цели и использованной моделью движения неманеврирующей цели (модель 1). Таким образом

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(m, \mathbf{a}) &= [\mathbf{z}(k_0 + m) - \mathbf{H}\mathbf{f}^1(k_0 + m / k_0 + m - 1)] - [\mathbf{z}(k_0 + m) - \mathbf{H}\mathbf{f}^0(k_0 + m / k_0 + m - 1)] = \\ &= \mathbf{H}[\mathbf{f}^0(k_0 + m / k_0 + m - 1) - \mathbf{f}^1(k_0 + m / k_0 + m - 1)] = \\ &= \mathbf{H}\mathbf{F}[\mathbf{f}^0(k_0 + m - 1 / k_0 + m - 1) - \mathbf{f}^1(k_0 + m - 1 / k_0 + m - 1)], \end{aligned} \quad (9)$$

– «разность» экстраполированных векторов в момент времени $k=(k_0+m)$ при использовании разных моделей. Из выражения (9) перепишем последовательные оценки с (k_0+1) -го момента до (k_0+m) -го момента для двух случаев. Во-первых, модель движения цели, использованная в алгоритме, принимает вид (1), поэтому

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^0(k_0 + m / k_0 + m) &= \prod_{i=0}^{m-1} [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k_0 + m - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \mathbf{f}(k_0 / k_0) + \\ &+ \sum_{j=0}^{m-2} \left\{ \left[\prod_{i=0}^j [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k_0 + m - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \right] \mathbf{K}(k_0 + m - j - 1) \mathbf{z}(k_0 + m - j - 1) \right\} + \\ &+ \mathbf{K}(k_0 + m) \mathbf{z}(k_0 + m), \end{aligned} \quad (10)$$

Во-вторых, модель движения цели, использованная в алгоритме, принимает вид (2), поэтому

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^1(k_0 + m / k_0 + m) &= \prod_{i=0}^{m-1} [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k_0 + m - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \mathbf{f}(k_0 / k_0) + \\ &+ \sum_{j=0}^{m-2} \left\{ \left[\prod_{i=0}^j [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k_0 + m - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \right] \mathbf{K}(k_0 + m - j - 1) \mathbf{z}(k_0 + m - j - 1) \right\} + \\ &+ \mathbf{K}(k_0 + m) \mathbf{z}(k_0 + m) + \\ &+ \left\{ \sum_{j=0}^{m-2} \left[\prod_{i=0}^j [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k_0 + m - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \right] [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k_0 + m - j - 1)\mathbf{H}\mathbf{B}] \right\} + [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k_0 + m)\mathbf{H}\mathbf{B}] \mathbf{a} \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнений (9) - (11) и после смены $k_0=(k-m)$ получаем выражение «полезного сигнала» $\mathbf{f}(m, \mathbf{a})$ в следующем виде

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(m, \mathbf{a}) &= \mathbf{H}\mathbf{F} \left\{ \sum_{j=0}^{m-2} \left[\prod_{i=0}^j [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \right] [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k - j - 1)\mathbf{H}\mathbf{B}] \right\} + [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}\mathbf{B}] \mathbf{a} = \\ &= \mathbf{G}(m) \mathbf{a}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\mathbf{G}(m) = \mathbf{H}\mathbf{F} \left\{ \sum_{j=0}^{m-2} \left[\prod_{i=0}^j [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \right] [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k - j - 1)\mathbf{H}\mathbf{B}] \right\} + [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}\mathbf{B}],$$

и $m \geq 1$, при $(m = 1)$ выражение

$$\sum_{j=0}^{m-2} \left[\prod_{i=0}^j [\mathbf{F} - \mathbf{K}(k - i)\mathbf{H}\mathbf{F}] \right] [\mathbf{B} - \mathbf{K}(k - j - 1)\mathbf{H}\mathbf{B}] = 0,$$

подставив уравнение (12) в (8) получаем

$$\ln \Lambda(k) = \mathbf{a}^T \mathbf{G}^T(m) \sum_{n=k-m+1}^k \mathbf{s}^{-1}(n) \mathcal{G}(n) - \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{G}^T(m) \sum_{n=k-m+1}^k \mathbf{s}^{-1}(n) \mathbf{G}(m) \mathbf{a}, \quad (13)$$

из уравнения (13) по критерию максимального правдоподобия найдем оценку вектора ускорения цели

$$\hat{\mathbf{a}}_m = \mathbf{G}^{-1}(m) \sum_{n=k-m+1}^k \mathcal{G}(n), \quad (14)$$

(14)

подставив уравнение (14) в (13) и после алгебраических преобразований получаем

$$\ln \Lambda(k, \hat{\mathbf{a}}_m) = \frac{1}{2} \sum_{n=k-m+1}^k \mathcal{G}^T(n) \mathbf{s}^{-1}(n) \mathcal{G}(n) \geq \tilde{\lambda}_m. \quad (15)$$

(15)

Поэтому, устройство совместного обнаружения момента начала манёвра и оценивания ускорения является многоканальным по ускорению (M каналов). Оптимальная процедура обнаружения момента начала манёвра принимает вид

$$\max_{m=1, M} \ln \Lambda(k, \hat{\mathbf{a}}_m) \geq \tilde{\lambda}_m, \quad (16)$$

(16)

и момент начала манёвра является разностью $(k-m+1)$, где m – индекс канала, в котором $\ln \Lambda(k, \hat{\mathbf{a}}_m)$ принимает максимальное значение, и k – текущий момент.

Полученная процедура была промоделирована для участка траектории захода на посадку ВЦ. Анализ результатов моделирования показал, что сочетание фильтра Калмана с предложенной процедурой позволяет уменьшить среднюю квадратическую ошибку оценивания положения ВЦ на участке манёвра по сравнению с обычным фильтром Калмана.

