

ФУРЬЕ И ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ТЕРМИНАХ JPEG-ТЕХНОЛОГИЙ

Иванов В.Г., Любарский М.Г., Ломоносов Ю.В.

Национальная юридическая академия Украины имени Ярослава Мудрого
(г. Харьков, Украина)

На сегодняшний день с файловым форматом JPEG связано практически все аппаратное и программное обеспечение. Однако есть все основания говорить, что ему на смену идет новый формат JPEG 2000. Вместо дискретного косинусного преобразования, являющегося базовым для JPEG, JPEG 2000 использует технологию Wavelet-преобразований, которая основана на представлении сигнала в виде суперпозиции специальных функций – волновых пакетов /1, 2, 3/. В результате при той же компрессии изображение получается более гладким и четким

В данной работе приводятся результаты компьютерного моделирования по сжатию некоторых классов изображений с использованием обобщенных преобразований Фурье (дискретное косинусное преобразование, преобразование Хаара) и вейвлет-преобразований на базе JPEG-технологий. Эта работа является логическим продолжением исследований авторов, опубликованных ранее /4/.

Идея замены одноцветного изображения как непосредственного объекта кодирования коэффициентами его двумерного преобразования Фурье известна давно /5/. Изображение подвергается унитарному преобразованию, и полученные в результате коэффициенты преобразования квантуются, кодируются и передаются по каналу связи или записываются в архив.

Кодирование цветных изображений на основе обобщенных преобразований Фурье в терминах JPEG-технологий можно представить в виде блок-схемы, изображенной на рис. 1.

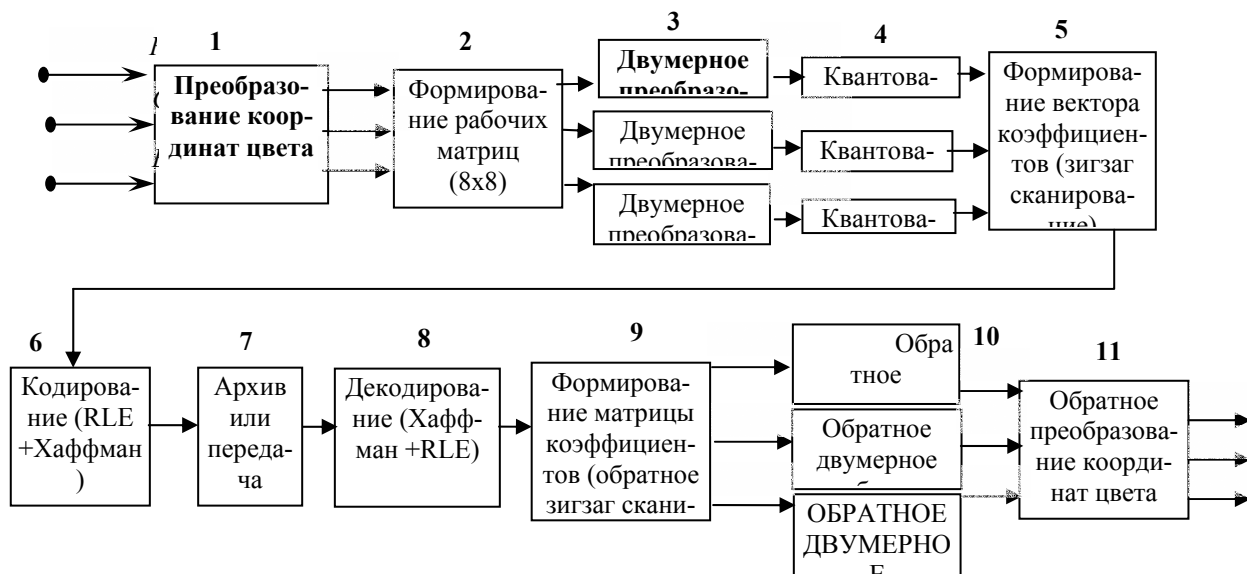


Рис. 1. Схема кодирования цветных изображений в терминах JPEG-технологий.

В силу того, что преобразования Фурье являются разделимыми, то результат воздействия двумерного унитарного преобразования можно находить в два этапа. Сначала выполняется одномерное преобразование по всем строкам матрицы изображения, а затем – по всем столбцам полученной матрицы.

Ядро одномерного косинусного преобразования для пункта 3 (рис.1.) имеет следующий вид:

$$L_x(0) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum X(m); L_x(R) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X(m) \cos \frac{(2m+1)k\pi}{2N}. \quad (1)$$

В этой формуле $X(m)$ значение отчетов в строках соответствующих рабочих матриц, полученных на втором шаге JRG-технологий, $L_x(k)$ – коэффициенты дискретного косинусного преобразования, а значения m и k изменяются соответственно от 0 до $N-1$ и от 1 до $N-1$ с шагом один. Следует заметить, что множество базисных векторов

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{N}}, \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{(2m+1)k\pi}{2N} \right\} \quad (2)$$

фактически образуют класс дискретных многочленов Чебышева /6/.

В случае использования преобразований Хаара для получения коэффициентов необходимо вычислить предварительно обобщенные промежуточные суммы Хаара /7/:

$$X_i^n = \sum_{k=2i-1}^{2i} X_k^{n-1} \text{ при } n=1,2,\dots(\log N-1), i=1,2,\dots \frac{N}{2^n}, \quad (3)$$

а затем получить и сами коэффициенты:

$$C_{mj} = \frac{1}{N} 2^{\frac{m-1}{2}} \left[X_k^{(\log N-1)-m} - X_{k+1}^{(\log N-1)-m} \right], \quad (4)$$

где $m=1, 2, \dots, \log N; j=1, 2, \dots, 2^{m-1}$, а для выражения, стоящего в квадратных скобках $m=m-1, k=2j-1$. Свободный член определяется выражением:

$$C_{01} = \frac{1}{N} \left[X_k^{(\log N-1)} + X_{k+1}^{(\log N-1)} \right], \quad (5)$$

причем значения X^0 в (5) являются исходными данными матриц яркости и цветности.

На практике, реализация вейвлет-преобразований (блок 3 рис.1). сводится к применению *биортонормальных вейвлет-базисов*, в которых формула *разложения* (6) и формула *синтеза* (7) являются основными.

Если $\{a_i\}$ – коэффициенты разложения остаточного члена, то $\{b_i\}$ и $\{c_i\}$ – коэффициенты соответственно нового остаточного члена

$$b_i = \sum_s h_s a_{2i+s} \quad \text{и} \quad c_i = \sum_s g_s a_{2i+s} \quad (6)$$

Аналогично, если известны коэффициенты $\{b_i\}$ и $\{c_i\}$, то коэффициенты $\{a_i\}$ можно восстановить по формуле

$$a_i = \sum_s h_s b_{i-s} + g_s c_{i-s} \quad (7)$$

Отличие от ортогонального случая заключается в том, что для разложения и восстановления сигнала используются две разные пары квадратурных зеркальных фильтров: пара $\{\tilde{h}, \tilde{g}\}$ при разложении и пара $\{h, g\}$ при восстановлении. Основное уравнение, в этом случае имеет вид

$$\tilde{h}(\omega)\tilde{h}(\omega) + \tilde{h}(\omega + \pi)\tilde{h}(\omega + \pi) = 2.$$

Для этого уравнения имеется семейство решений:

$$\tilde{h}_{n,m}(\omega) = \sqrt{2} \left(\frac{1 + e^{i\omega}}{2} \right)^n; h_{n,m}(\omega) = \sqrt{2} \left(\frac{1 + e^{i\omega}}{2} \right)^2 P_m \left(\sin^2 \frac{\omega}{2} \right) e^{-im\omega}, \quad (8)$$

$$P_m(x) = \sum_{s=0}^{m-1} C_{m-1+s}^s x^s$$

где – многочлен Дебеша.

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента сжатия от среднеквадратической ошибки (СКО) изображения *Perers* при использовании вейвлет преобразований с двумя парами фильтров (A-long, B-short), дискретного косинусного преобразования (ДКП-JPEG) и преобразования Хаара в структуре *jpeg-технологий*.

Проведенные исследования и полученные результаты позволяют говорить о перспективности подхода объединения статистических методов кодирования, методов на основе обобщенных ортогональных Фурье и вейвлет преобразований, а также структурных методов обработки изображений, что позволит на практике решать задачи предельно сжатого описания объектов кодирования.

Литература

1. Кравченко В.Ф. Рвачев В.А. <Wavelet-системы и их применение в обработке сигналов// Зарубеж. радиоэлектроника. – 1996. - №4. с.3-20.
2. Новиков М.Я. Стечкин С.Б. Основы теории всплесков // Успехи мат. наук. – 1998. – 53., № 6 (324_). – с. 53-128.
3. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. СПб.:Изд-во ВУС, 1999.-208 с.
4. В.Г. Иванов, М.Г. Любарский, Ю.В. Ломоносов. Применение вейвлет анализа к сжатию звуковых сигналов // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2003. - №7, т.1. – С.39-50

5. Пратт, Кейн, Эндрюс. Кодирование изображений посредством преобразования Адамара. – ТИИЭР, 1969, т. 57, № 1, с. 66-67.

6. Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. – М.: Связь, 1980. – 248 с.

7. Иванов В.Г. Формальное описание дискретных преобразований Хаара // Проблемы управления и информатики. – 2003. - № 5.

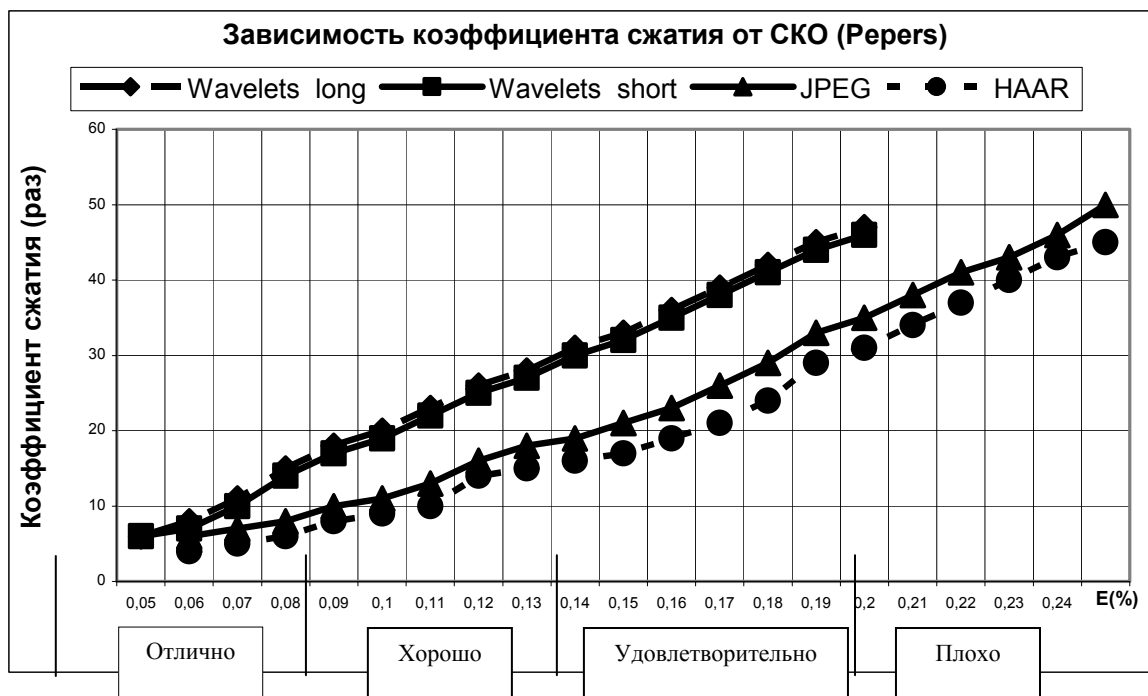


Рис.2. Зависимость коэффициента сжатия от СКО цветного изображения.

FOURIER AND WAVELET IMAGE ANALYSIS IN A PLANE OF JPEG-PROCESS ENGINEERINGS

Ivanov V., Ljubarsky M., Lomonosov J.

National legal academy of Ukraine of name Jaroslava Mudrogo (Kharkov, Ukraine)

For today all is coupled to file JPEG format practically hardware and the software. However there are all foundation to speak, that to it on change there is new JPEG 2000 format. Instead of the discrete cosine conversion being base for JPEG, JPEG 2000 uses a process engineering of Wavelet-conversions which is based on performance of a signal as a superposition of special functions - wave packets. In outcome at the same compression the map turns out smoother and precise

In the given operation outcomes of computer simulation on compression of some classes of maps with usage of the generalized Fourier transforms (discrete cosine conversion, conversion of Haar) and wavelet-conversions are reduced on the basis of JPEG-process engineerings. This operation is logical prolongation of researches of the writers published earlier.

The idea of changeover of the monochrome map as immediate plant of encoding by factors of its two-dimensional Fourier transform is known for a long time. The map is exposed to unitary conversion, and the conversion efficiency obtained in outcome are quantized, encoded and transmitted on a data link or note in archive.

Effectiveness of the circuit(scheme) of compression with usage of JPEG-process engineerings as a whole depends on as far as well fulfills the role each of the conversions, producible during a process flow of encoding. So the three-dimensional transformation of coordinates of color reallocates an energy between three components of colorimetric exposition of the map with the purpose of its concentration. Two-dimensional conversion reallocates then an energy of each component separately, concentrating it in narrow area of a spectrum.

The carried out researches and the obtained outcomes allow to speak about perspectivity of the approach of join of statistical coding methods, methods on the basis of generalized orthogonal Fourier and wavelet conversions, and also structural methods of an image processing that will allow to solve tasks of extreme oblate exposition of plants of encoding in practice.