

# АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ЧИСЕЛ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИЙ ЧЕБЫШЕВА

Беспалов Е.С., Мусянков М.И., Платонов С.А.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики  
(технический университет), кафедра космических информационных технологий.  
117454, Москва, проспект Вернадского, 78, тел. 434-93-83

**Реферат.** Исследуются алгоритмы формирования нерегулярных (хаотических) числовых последовательностей, построенные на основе функций Чебышева. Приведены результаты анализа гистограмм и корреляционных характеристик таких последовательностей, подтверждающие возможность использования рассмотренных алгоритмов в информационных системах.

В связи с развитием новых технологий для информационных систем [1, 2] до настоящего времени сохраняется актуальность исследования алгоритмов формирования нерегулярных (хаотических) числовых последовательностей.

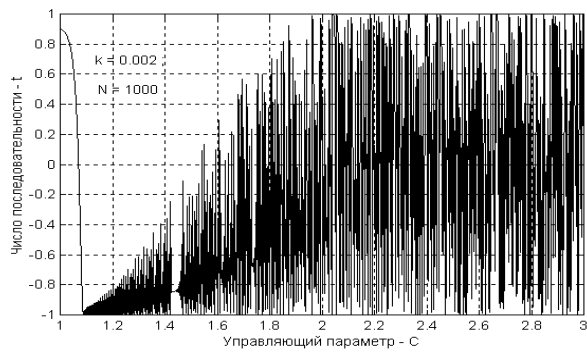
В данном докладе представлены алгоритмы, разработанные на основе функций Чебышева для формирования указанных последовательностей.

Рассматривается конечно-разностное уравнение первого порядка:

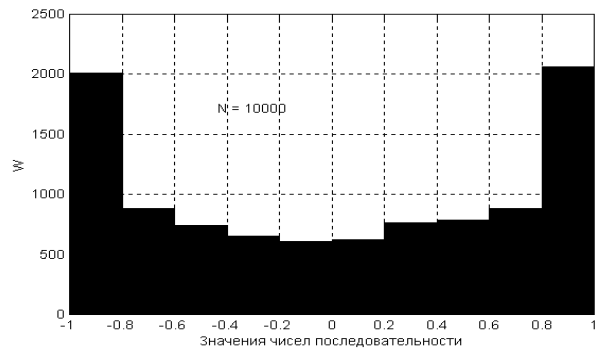
$$t_{n+1} = \cos[n \cdot \arccos(t_n)], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где для чисел последовательности  $t_n$  выполняется условие  $|t_n| < 1$ , и форма записи правой части совпадает с функцией Чебышева первого рода  $n$ -го порядка аргумента  $t_n$  —  $T_n(t_n)$ . Каждое число последовательности, полученной по алгоритму (1), явно зависит от номера элемента (дискретного времени)  $n$ , поэтому такую последовательность можно отнести к маркированным [3]. Если в правой части (1) вместо множителя  $n$  записать константу  $C$ , то эта константа будет играть роль управляющего параметра в алгоритме вида:

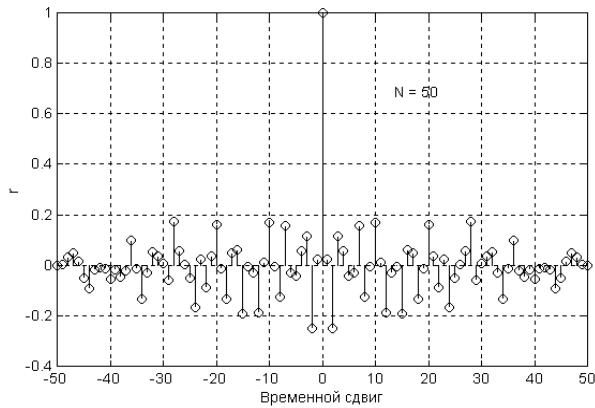
$$t_{n+1} = \cos[C \cdot \arccos(t_n)], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$



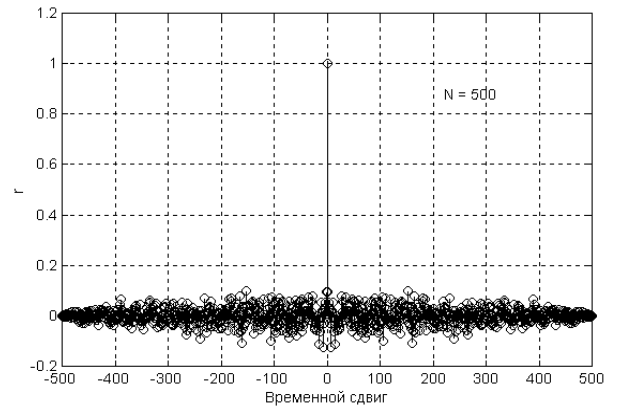
а)



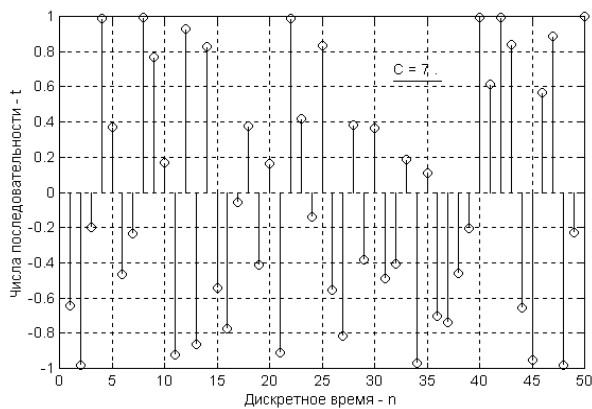
б)



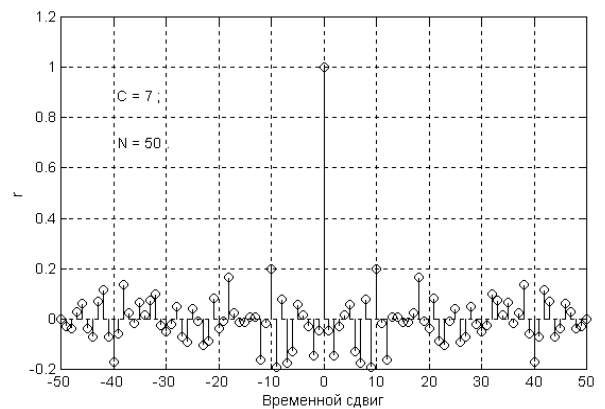
в)



г)



д)



е)

Рис.1. Числовые последовательности и их характеристики:

- а), б) — последовательность, сформированная по алгоритму (2) и её гистограмма;
- в), г) — нормированные автокорреляционные функции последовательности, сформированной по алгоритму (2);
- д), е) — последовательность, сформированная по алгоритму (5) и её нормированная автокорреляционная функция, соответственно.

Переход к режиму хаотической последовательности в (2), как и в прообразе — в алгоритме Ферхюльста [1], — наблюдается не при любом значении управляющего параметра. Условие перехода в этот режим для алгоритма (2) имеет вид:  $C \geq 2$ . Возникновение хаотического режима при изменении величины управляющего параметра можно наблюдать на рис.1, а, где показана числовая последовательность, сформированная при  $t_0 = 0,9$  по следующему алгоритму [3]:

$$t_{n+1} = \cos[f(n) \cdot \arccos(t_n)], \quad (3)$$

где  $f(n) = 1 + k \cdot n$ ,  $k = 0,002$ ,  $N = 1000$ .

Поскольку значения управляющего параметра и дискретное время связаны друг с другом линейной функцией, на рис.1, *a* в качестве аргумента используется  $C$ .

Гистограммы рассматриваемых хаотических числовых последовательностей с ростом количества чисел всё больше приближаются к U-образному виду. На рис.1, *б* показана гистограмма, построенная для чисел, определённых по алгоритму (1) при  $N = 10000$ . На рис.1, *в, г* представлены графики нормированных автокорреляционных функций (коэффициентов корреляции) последовательностей, сформированных по (1) при  $N = 50$  и  $N = 500$ . Максимальные уровни боковых «лепестков» этих функций составляют соответственно 25% и 18% от уровня основного «лепестка».

На основе (2) можно получить целый ряд алгоритмов формирования нерегулярных числовых последовательностей, например:

$$t_{n+1} = \cos[6 \cdot \arccos(t_n)], \quad (4)$$

$$t_{n+1} = \cos[7 \cdot \arccos(t_n)], \quad (5)$$

и так далее.

На рис.1, *д* изображена числовая последовательность, рассчитанная по алгоритму (5) при  $t_0 = 0,1$  и  $N = 50$ . График нормированной автокорреляционной функции этой последовательности представлен на рис.1, *е*. Наибольший относительный уровень боковых «лепестков» в этом случае равен 20%. Этот уровень с ростом  $N$  снижается до величин, соизмеримых с уровнями боковых «лепестков» на графиках, показанных на рис.1, *в, г*.

Аналогичные алгоритмы получены и для функций Чебышева второго рода. Результаты исследований подтвердили возможность использования в информационных системах хаотических последовательностей, сформированных на основе функций Чебышева.

#### Литература

1. Шустер Г. Детерминированный хаос. — М.: Мир, 1988. — 240 с.
2. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Ларионова М.В., Морозов А.Г., Удалов Н.Н. Свойства систем передачи информации с манипуляцией параметрами и начальными условиями генераторов хаотических колебаний. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники, 2000, №11. — с. 48—59.
3. Беспалов Е.С. Способ маркирования дискретных числовых последовательностей для исследования режимов динамических систем // Измерительная техника, 2003, №8. — с. 30—32.
4. Беспалов Е.С., Мусянков М.И., Платонов С.А. Алгоритмы формирования маркированных хаотических последовательностей. В кн.: LVIII научная сессия, посвящённая дню радио. Труды. Том 2. — М.: ИПРЖР, 2003. — с. 50—52.
5. Беспалов Е.С., Мусянков М.И., Родичев П.В. Маркированные хаотические последовательности на основе алгоритма Ферхюльста. В кн.: 5-я Международная конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и её применение». Доклады-2. — М.: ИПРЖР, 2003. — с. 483—485.

