ОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ АНТЕННЫХ СИСТЕМАХ

Иванов Н.М.

ФГУП ГКБ АПС “Связь”, пр. Соколова 96, 344010, Ростов на Дону, Россия
Email: gkbsviaz@don.sitek.net; qkivanov@list.ru

Основными задачами обработки сигналов пассивными угломерными многоэлементными антенными системами являются обнаружение сигналов и измерение их параметров, таких, как центральная частота, полоса и средняя энергия сигнала, а также угловые координаты источника радиоизлучения. В связи с развитием систем связи, локации, опознавания и других, использующих сложные сигналы с низкой спектральной плотностью мощности (псевдослучайные, с фазовой и частотной манипуляцией и т.д) [1], возникает проблема обнаружения и оценки параметров таких сигналов в рассматриваемых пассивных угломерных многоэлементных антенных системах. Как известно [2], оптимальным способом обработки таких сигналов является согласованная фильтрация, которая в данном случае не может быть использована, поскольку копия опорного сигнала неизвестна.

В работах [3,4] предложен способ обнаружения и обработки сигналов, включающий когерентный прием и цифровую регистрацию сигналов N –элементной антенной системой, переход в частотную область с помощью дискретного преобразования Фурье, обнаружение сигнала в частотной области по критерию превышения коэффициента пространственной корреляции двух частотных компонент заданного порога, получения амплитудно–фазового распределения когерентным усреднением частотных компонент в полосе сигнала с последующим определением направления на источник радиоизлучения по максимуму модуля либо реальной части диаграммы направленности антенной системы. К недостаткам этого метода следует отнести наличие выделенной антенны, относительно которой отсчитываются разности фаз сигналов, и недостаточную эффективность при отношении сигнал/шум ниже 10 дБ. Таким образом, указанный метод не может быть использован для обработки сложных сигналов с низкой спектральной плотностью мощности.

Рассмотрим предварительно идеальный случай, когда сигнал, принятый многоэлементной антенной системой, априорно известен. Пусть N – число антенн, K – объем спектральной выборки сигнала, S_{nk} – комплексные спектральные отсчеты сигнала, индекс $n=0,\dots N-1$ нумерует антенны, индекс $k=0,\dots K-1$ – номер спектрального отсчета. Пусть, далее, в рассматриваемой выборке присутствует сигнал с комплексными спектральными отсчетами a_q, $q=q_0,\dots q_0+Q-1$. Тогда сигнал, принятый n –ой антенной, можно записать в виде

$$S_{nk}=a_q\xi_n\left(\theta(k-q_0)-\theta(k-q_0-Q)\right)+\nu_k\,, \tag{1}$$

где $\theta(x)$ –функция Хевисайда, ν_k – аддитивный шум, а величины ξ_n представляют собой амлитудно–фазовое распределение поля на элементах антенной системы и в случае плоского волнового фронта с точностью до не зависящего от n множителя определяются выражением

$$\xi_n=\exp\left(2\pi i\left(r_n\cos(\beta_0)\cos(\alpha_0-\alpha_n)+z_n\sin(\beta_0)\right)f/c\right),$$

где r_n,α_n,z_n– цилиндрические координаты фазового центра соответствующего антенного элемента, α_0 и β_0 – угловые координаты источника излучения (азимут и угол места соответственно), f – центральная частота сигнала, c – скорость света. Модель вида (1) справедлива при условии $\Delta f/f<<1$, выполнение которого позволяет считать ξ_n постоянными в полосе сигнала. Кроме того, необходимо выполнение неравенства $D\Delta f/c<<1$, где D максимальный размер антенной системы. Это условие позволяет считать a_q не зависящими от номера антенны n. Задача состоит в том, чтобы по измеренным значениям комплексных спектральных отсчетов сигнала S_{nk} и известным значениям a_q оценить амлитудно–фазовое распределение ξ_n.

Рассматривая выражение (1) как систему уравнений относительно ξ_n, в которой шумовая составляющая включена в левую часть, и решая ее методом наименьших квадратов, легко получить следующее выражение для ξ_n:

$$\xi_n=\sum_{q=q_0}^{q_0+Q-1}S_{nq}a_q^*\Bigg/\sum_{q=q_0}^{q_0+Q-1}\left|a_q\right|^2\,. \tag{2}$$

Выражение (2) фактически описывает согласованную фильтрацию сигнала в частотной области, а соответствующая оценка ξ_n в случае гауссовских шумов совпадает с оценкой максимального правдоподобия. Однако использовать выражение (2) практически невозможно, поскольку коэффициенты согласованного фильтра a_q, как правило, неизвестны, и задача как раз и состоит в том, чтобы извлечь оценку этих коэффициентов из наблюдаемого сигнала.

В дальнейшем будем придерживаться следующих матричных обозначений: $\hat{S}$ – матрица сигнала размерности $N \times Q$, $\hat{\xi}$ – вектор–столбец амплитудно–фазового распределения высоты N, $\hat{b}$ – вектор–столбец коэффициентов фильтра высоты Q. Считая по–прежнему, что занимаемая сигналом область спектральных отсчетов известна, ищем амплитудно–фазовое распределение в виде:

$$\hat{\xi} = \hat{S}\hat{b}. \tag{3}$$

Для отыскания коэффициентов оптимального фильтра составим функцию вида

$$\delta^2 = \hat{\xi}^+ \hat{\xi} = \hat{b}^+ \hat{S}^+ \hat{S}\hat{b}. \tag{4}$$

где $(\cdot)^+$ означает эрмитово сопряжение. Выражение (4) представляет собой суммарную энергию сигнала, принятого всеми антеннами и пропущенного через фильтр с коэффициентами $\hat{b}$. Потребуем, чтобы величина δ^2 как функция $\hat{b}$ достигала максимального значения. Ясно, что без дополнительных условий эта задача не имеет нетривиального решения. Ограничим поэтому коэффициент усиления фильтра условием

$$\hat{b}^+ \hat{b} = 1. \tag{5}$$

Иначе говоря, будем отыскивать максимум выражения (4) на сфере единичного радиуса в Q–мерном комплексном евклидовом пространстве. Следуя методу множителей Лагранжа, составим функцию вида

$$\Delta = \delta^2 + \lambda\left(1 - \hat{b}^+ \hat{b}\right) = \hat{b}^+ \hat{S}^+ \hat{S}\hat{b} + \lambda\left(1 - \hat{b}^+ \hat{b}\right). \tag{6}$$

где λ – множитель Лагранжа. Дифференцируя выражение (6) по компонентам вектора $\hat{b}^+$ и приравнивая результат к нулю, приходим к следующей задаче на собственные значения:

$$\hat{S}^+ \hat{S}\hat{b} = \lambda\hat{b}. \tag{7}$$

Матрица $\hat{S}^+\hat{S}$ размерности $Q \times Q$ обладает очевидными свойствами эрмитовости и положительной полуопределенности, поэтому все ее собственные значения вещественны и неотрицательны. Полагая для определенности справедливым условие $N < Q$, можно утверждать, что ранг этой матрицы не превосходит N, так что по крайней мере $Q - N$ собственных значений равны нулю. Максимум функций (4), (6) достигается при выборе вектора $\hat{b}$, отвечающего наибольшему собственному значению $\lambda_{\max}$ матрицы $\hat{S}^+\hat{S}$. Подставляя соответствующий собственный вектор в выражения (4), (6), находим их максимальные значения:

$$\Delta = \delta^2 = \lambda_{\max}.$$

Выясним физический смысл полученных результатов. Для этого допустим, что отношение сигнал/шум бесконечно велико. Используя в выражении (7) модель вида (1) при $\nu_k = 0$, замечаем, что ранг матрицы $\hat{S}^+\hat{S}$ равен единице, так что она имеет единственное отличное от нуля собственное значение. Тогда для собственного вектора, отвечающего ненулевому собственному значению, можно получить следующее выражение:

$$\hat{b} = \pm \hat{a}^* \Big/ \sqrt{a^+ a},$$

подстановка которого в (3) приводит к результату, совпадающему с (2) с точностью до несущественного постоянного множителя. Следовательно, в отсутствие шумов задача на собственные значения вида (7) приводит к согласованной фильтрации сигнала.

Полученным результатам можно придать иную, более удобную для приложений форму. Для этого заметим, что собственные векторы матрицы $\hat{S}^+\hat{S}$, отвечающие ненулевым собственным значениям, лежат в N –мерном подпространстве, натянутом на векторы–строки матрицы S. Поэтому ищем эти собственные векторы в виде

$$b = S^{+} c, \tag{8}$$

где c – вектор–столбец высоты N. Подставляя в (7) выражение (8), после упрощения приходим к следующей задаче на собственные значения:

$$S S^{+} c = \lambda c, \tag{9}$$

причем в соответствии с (5) вектор c нормируется условием

$$\lambda c^{+} c = 1\,. \tag{10}$$

Подставляя далее выражение (8) в (3), приходим к следующему простому результату:

$$\xi = \lambda_{\max} c, \tag{11}$$

где вектор c отвечает собственному значению $\lambda_{\max}$. Отметим, что размерность матрицы $S S^{+}$ равна $N \times N$ вне зависимости от полосы частот, занимаемой сигналом. Можно сказать, что элементы матрицы $S^{+} S$ получаются путем усреднения сигнала по пространству, а элементы матрицы $S S^{+}$ получаются усреднением в частотной области.

Выше предполагалось, что границы локализации сигнала в частотной области известны априорно. На практике такая информация доступна далеко не всегда, и требуется процедура обнаружения сигнала, эффективная при низких отношениях сигнал/шум. Чтобы построить такую процедуру, отметим еще раз, что для сигнала в отсутствие шумов матрица $S S^{+}$ имеет единственное ненулевое собственное значение. С другой стороны, в отсутствие сигнала и при достаточно большом значении Q можно написать следующее приближенное равенство:

$$S S^{+} \approx Q \sigma^{2} I\,,$$

где σ^{2} – дисперсия шума, I – единичная матрица. При этом предполагается, что шумы в приемных каналах центрированы, некоррелированы и имеют одинаковые статистические характеристики. При наличии в полосе обработки смеси сигнала с шумом в принятом приближении все ненулевые собственные значения заменяются на $\lambda + Q\sigma^{2}$, где λ – собственные значения в отсутствие шумов. Рассмотрим теперь выражение вида

$$w = \lambda_{\max} \big/ \sum \lambda = \lambda_{\max} \big/ tr\left(S S^{+}\right),$$

где суммируются все собственные значения, а $tr(\cdot)$ означает операцию взятия следа матрицы. Из соображений, изложенных выше, следует, что значение w равно единице для чистого сигнала в отсутствие шумов, а для чистого шума в отсутствие сигнала $w \approx 1/N$. При наличии смеси сигнала с шумом величина w принимает промежуточные значения.

Таким образом, можно предложить следующую процедуру обнаружения сложного сигнала при низком отношении сигнал/шум. Выбирается ширина окна Q_w и вычисляется последовательность значений w_t, $t = 0, \ldots, K - Q_w - 1$. Индекс t нумерует отсчет, с которого начинается выборка спектральных отсчетов длины Q_w и по которой строится матрица $S S^{+}$. Ширина окна Q_w должна превышать интервал корреляции шумов в спектральной области и быть существенно меньше ширины спектральной области, в которой существует сигнал. По превышению значениями w_t заданного порога определяется область существования сигнала.

Полученные результаты проверялись путем численного эксперимента на антенной системе, состоящей из 12 ненаправленных антенных элементов, размещенных равномерно на окружности с волновым радиусом, равным 1.333. Моделировался сигнал со случайными амплитудами и фазами спектральных отсчетов в гауссовских шумах. Пример сигнала показан на рис.1. Сплошной линии соответствует шум, пунктирной – смесь сигнала с шумом. Входное отношение сигнал/шум составляет –4 дБ. На рис. 2 показаны результаты работы рассмотренного выше обнаружителя с шириной спектрального окна $Q_w = 17$. Пунктирной линией показан порог, по которому производилась локализация сигнала в частотной области. Отношение сигнал/шум после когерентного усреднения в полосе сигнала составило 0.6 дБ. Обнаружение и оптимальная фильтрация сигнала по рассмотренной методике повышают отношение сигнал/шум до 10.6 дБ. Приведенные значения являются, вообще говоря, случайными. Статистическое моделирования показывает, что выигрыш оптимальной фильтрации для данной антенной системы составляет 6 дБ по сравнению с когерентным усреднением и возрастает с увеличением числа антенн.

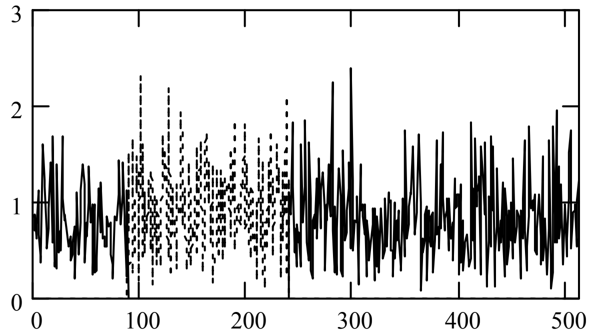

Рис. 1

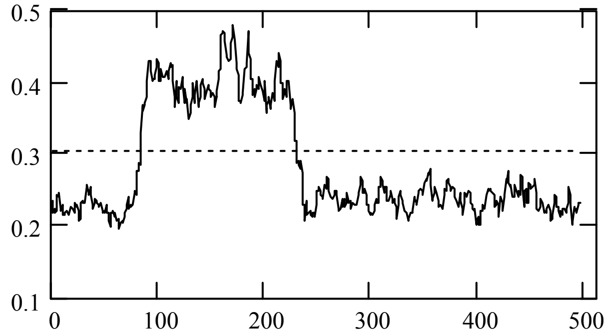

Рис. 2

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о высокой эффективности предложенного метода, которая возрастает с увеличением числа элементов антенной системы.

Литература

1. Диксон Р. К. Широкополосные системы. – М.: Связь, 1979.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656с.
3. Вертоградов Г.Г., Иванов Н.М., Шевченко В.Н. Многомерное обнаружение-различение сигналов и оценка их параметров // Сб. докл. 3-й Междунар. конф. "Цифровая обработка сигналов и ее применение". Москва, 29 ноября – 1 декабря 2000. М.: Инсвязьиздат, 2000. Т 1. С. 286.
4. Пат. № 2190236 РФ. Способ обнаружения и определения двумерного пеленга и частоты источников радиоизлучения // В.Н. Шевченко, Г.С. Емельянов, Г.Г. Вертоградов. / Приоритет от 13.09.2000. Опубл. 2002; RU БИПМ № 27.