

## МЕТОД ЧАСТОТНО–ВРЕМЕННОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

Викулов П.Н., Вертоградов Г.Г., Шевченко В.Н.

ФГУП ”ГКБ “Связь”, пр. Соколова 96, 344010, Ростов на Дону, Россия  
Email: [gkbsviaz@don.sitek.net](mailto:gkbsviaz@don.sitek.net)

**Введение.** Классическая задача обработки сигналов на базе антенных решеток состоит в определении углов прихода и местоположения источника излучения. В условиях априорной неопределенности относительно параметров сложных сигналов можно на каждой дискретной частоте в полосе приема найти максимум пространственного распределения мощности и идентифицировать как сигнал те частотные составляющие, для которых углы прихода совпадают, а мощность превышает пороговое значение [1].

В работе [2] развит более эффективный с вычислительной точки зрения подход, при котором перед оценкой направления решается задача частотно-временной локализации элементов частотной полосы приема, занятых спектром сигнала. Основу данного подхода составил метод радиоголографической оценки угловой близости отдельных составляющих поля источника радиоизлучения путем анализа комплексной взаимной корреляции одночастотных радиоголограмм, который эффективен при поиске многочастотных сигналов со скачкообразным изменением частоты. При локализации широкополосных одночастотных псевдослучайных сигналов с низкой спектральной плотностью мощности данный метод теряет свою эффективность.

Использование многочастотных радиоголограмм пеленгуемых сигналов позволяет перейти к постановке задачи оптимизации в наиболее общем виде, необходимом для локализации сложных одночастотных и многочастотных сигналов.

**Постановка задачи.** Пусть в результате обработки сигналов в антенной решетке временные сигналы на выходе каждого  $n$ -го,  $n = \overline{1, N}$ , элемента решетки разбиваются на отрезки и вычисляются дискретные преобразования Фурье сигналов для каждого временного отрезка. В результате формируется частотно-временная матрица спектральных плотностей

$$\dot{Y} = \{ \dot{Y}(q, \ell) \}, \quad (1)$$

элементами которой являются  $N$ -мерные векторы  $\dot{Y}(q, \ell)$ , зависящие от номера временного отрезка  $q$ ,  $1 \leq q \leq \tilde{q}$ , и номера дискретной частоты  $\ell$ ,  $1 \leq \ell \leq \tilde{\ell}$ . Элементами  $\dot{Y}(q, \ell)$  являются спектральные плотности  $\dot{Y}_n(q, \ell)$  сигналов, измеряемых на выходе  $n$ -го элемента на  $q$ -м отрезке.

Введем частотно-временную матрицу взаимных спектральных плотностей

$$\dot{V} = \{ \dot{V}(q, \ell) \}, \quad (2)$$

элементами которой являются  $N$ -мерные векторы  $\dot{V}(q, \ell)$  с элементами

$$\dot{V}_n(q, \ell) = \dot{Y}_n(q, \ell) \dot{Y}_0^*(q, \ell), \quad (3)$$

где  $\dot{Y}_0(q, \ell)$  – спектральная плотность сигнала, измеряемого на дополнительном опорном элементе антенной решетки.

Взаимные спектральные плотности (2), (3), которые могут рассматриваться как одночастотные радиоголограммы, в отличие от (1), зависят только от пространственной разности фаз [2]. Это свойство позволяет ввести частотно-временную матрицу

$$\bar{V} = \{ \bar{V}(q, \ell, Q, L) \} \quad (4)$$

усредненных по времени и частоте взаимных спектральных плотностей (многочастотных радиоголограмм)

$$\bar{V}(q, \ell, Q, L) = \sum_{q'=\ell}^{q+Q} \sum_{\ell'+L}^{\ell+L} \dot{V}(q', \ell'), \quad (5)$$

где  $Q$ ,  $0 \leq Q \leq \tilde{Q} - 1$  и  $L$ ,  $0 \leq L \leq \tilde{L} - 1$  – значения интервалов усреднения по времени и по частоте, соответственно, а  $\dot{V}(q, \ell) = [\dot{V}_n(q, \ell), n = \overline{1, N}]$  – векторы с элементами (3), зависящие от номеров временных интервалов  $q$ ,  $1 \leq q \leq \tilde{q}$  и номеров дискрет по частоте  $\ell$ ,  $1 \leq \ell \leq \tilde{\ell}$ .

Предположим, что в полосе частот приема  $(f_0 - F, f_0 + F)$  имеется неизвестный источник немонахроматического излучения, несущая частота  $f_c$  и ширина спектра  $2F_c$  которого неизвестны. Неизвестны также положение и продолжительность сигнала на интервале наблюдения  $(t_0 - T, t_0 + T)$ .

В условиях воздействия мешающих параметров соотношение между двумя составляющими результирующего поля, создаваемого сигналом одного источника на раскрытие приемной антенны, с использованием усредненных взаимных спектральных плотностей (5) следует записать в виде

$$\dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L) = \dot{\gamma} \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L), \quad (6)$$

где

$$\dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L) = \left[ \dot{v}_n = \sum_{q'=q}^{q+Q} \sum_{\ell'=\ell}^{\ell+L} \dot{V}_n(q', \ell'), n = \overline{1, N} \right]^T, \quad \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) = \left[ \dot{v}'_n = \sum_j^{j+Q} \sum_r^{r+L} \dot{V}_n(j, r), n = \overline{1, N} \right]^T \quad (7)$$

– векторы зашумленных измерений (5), включающие вектор возмущений в виде аддитивного гауссового шума  $\dot{\mathbf{O}} = [\dot{\xi}_n, n = \overline{1, N}]^T$ ;  $\dot{\gamma}$  – некоторый комплексный множитель, согласующий амплитуды и фазы частотно-временных составляющих.

Понятия скалярного произведения и  $\ell_2$ -нормы  $N$ -мерных комплексных векторов будем использовать в виде  $(\dot{\mathbf{A}}, \dot{\mathbf{B}}) = \sum_{n=1}^N \dot{A}_n^* \dot{B}_n$ ,  $\|\dot{\mathbf{A}}\|^2 = (\dot{\mathbf{A}}, \dot{\mathbf{A}})$ .

В качестве критерия оптимальности идентификации отдельных составляющих поля сигнала источника используем критерий минимума квадрата невязки

$$\Delta^2 = c^2 \left\| \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L) - \dot{\gamma} \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) \right\|^2, \quad (8)$$

где  $c^2$  – нормировочный множитель.

Требуется с учетом модели (6) и целевой функции (8) разработать оптимальный алгоритм идентификации составляющих поля пространственно-временного сигнала источника радиоизлучения, обеспечивающий частотно-временную локализацию энергии сигнала, то есть решить задачу минимизации невязки  $\Delta^2$  по переменным  $\dot{\gamma}, q, \ell, j, r, Q, L$ :

$$\min_{\dot{\gamma}, q, \ell, j, r, Q, L} \Delta^2, \quad q \neq j, \quad \ell \neq r. \quad (9)$$

**Основные соотношения метода частотно-временной локализации сложных сигналов.** Раскрывая выражение (8) с использованием определения скалярного произведения и нормы  $N \times 1$ -мерных комплексных матриц, получаем

$$\Delta^2 = C^2 \left[ \left\| \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L) \right\|^2 - 2 \operatorname{Re} \dot{\gamma}^* (\dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L), \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L)) + |\dot{\gamma}|^2 \left\| \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) \right\|^2 \right] \quad (10)$$

Дифференцируя выражение (10) по  $\dot{\gamma}^*$ , находим

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \dot{\gamma}^*} = C^2 \left[ \dot{\gamma} \left\| \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) \right\|^2 - (\dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L), \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L)) \right]. \quad (11)$$

Решая уравнение  $\frac{\partial \Delta^2}{\partial \dot{\gamma}^*} = 0$ , получаем:

$$\dot{\gamma} = (\dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L), \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L)) / \left\| \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) \right\|^2. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (8), после нормировки на  $\left\| \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L) \right\|^2$ , находим, что оценка угловой близости составляющих поля неизвестного сигнала в замкнутой частотно-временной области  $\Omega \in (f_0 - F, f_0 + F) \otimes (t_0 - T, t_0 + T)$  определяется выражением

$$\Delta_p^2 = 1 - \left| \left( \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L), \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) \right) \right|^2 / \left\| \dot{\mathbf{V}}(q, \ell, Q, L) \right\|^2 \left\| \dot{\mathbf{V}}(j, r, Q, L) \right\|^2. \quad (13)$$

Соотношение (13) сводит задачу частотно-временной локализации сигнала к отысканию максимума взаимной корреляции многочастотных радиоголограмм или, другими словами, амплитудно-фазовых распределений сигнала, радиоголографически восстановленных и усредненных в отличающихся

положением  $(j, r; q, \ell)$  и размерами  $(Q, L)$  частотно-временных элементах  $(j, r, Q, L)$  и  $(q, \ell, Q, L)$  анализируемой частотно-временной области  $\Omega \in (f_0 - F, f_0 + F) \otimes (t_0 - T, t_0 + T)$ . При значениях  $Q = L = 0$  наиболее общее соотношение (13) упрощается и предписывает отыскание максимума взаимной корреляции одночастотных радиоголограмм [2]. Физически это соответствует поиску частотно-временных областей существования радиоизлучения, порождаемого одним и тем же источником, например радиопередатчиком, излучающим сложный сигнал с фиксированного направления.

**Алгоритм оптимальной частотно-временной локализации сигналов.** Нормируя элементы частотно-временной матрицы (4) соотношением

$$\check{\check{V}}(q, \ell, Q, L) = \dot{V}(q, \ell, Q, L) / \|\dot{V}(q, \ell, Q, L)\|, \quad (14)$$

получим преобразованную матрицу усредненных взаимных спектральных плотностей размером  $(\check{q} - Q) \times (\check{\ell} - L)$

$$\check{\check{V}} = \left\{ \check{\check{V}}(q, \ell, Q, L) \right\}. \quad (15)$$

Тогда процедура (13) предусматривает формирование  $\check{Q} \times \check{L}$  матриц  $\check{\check{V}}$ . Для каждой матрицы  $\check{\check{V}}$  строится блочная матрица размерностью  $(\check{q} - Q)^2 \times (\check{\ell} - L)^2$

$$\dot{\mathbf{G}} = \left\{ \dot{\mathbf{G}}(q, \ell, Q, L) \right\}. \quad (16)$$

Элементы блочной матрицы  $\dot{\mathbf{G}}$  определяются скалярным произведением

$$\dot{\mathbf{G}}(q, \ell, Q, L) = \left( \check{\check{V}}(q, \ell, Q, L), \check{\check{V}} \right). \quad (17)$$

В свою очередь, элементы  $\dot{g}_{j,r}(q, \ell)$  матрицы  $\dot{\mathbf{G}}(q, \ell, Q, L)$  вычисляются по формуле

$$\dot{g}_{j,r}(q, \ell, Q, L) = \left( \check{\check{V}}(q, \ell, Q, L), \check{\check{V}}(j, r, Q, L) \right). \quad (18)$$

Вычисление элементов  $\dot{g}_{j,r}(q, \ell, Q, L)$  является основной операцией восстановления уровней взаимной корреляции радиоголограмм, восстановленных с различной частотно-временной разрешающей способностью, определяемой размерами  $(Q, L)$  ячеек разрешения. Сравнением элементов  $\dot{g}_{j,r}(q, \ell, Q, L)$  матриц  $\dot{\mathbf{G}}(q, \ell, Q, L)$  могут быть выделены области высокой корреляции, соответствующие двумерным частотно-временным областям концентрации энергии каждого из сигналов в анализируемой области  $(f_0 - F, f_0 + F) \otimes (t_0 - T, t_0 + T)$ . Для этого из всей совокупности элементов  $\dot{g}_{j,r}(q, \ell, Q, L)$  отбираются те, модули которых превышают порог корреляции. Среди отобранных элементов выбираются элементы и соответствующие частотно-временные области  $(q, \ell, Q, L)$  с максимальным отношением сигнал/шум.

**Условия применимости и эффективность развитого подхода.** Следуя методике [2], можно показать, что условия применимости предложенного метода локализации определяются произведением радиуса антенной решетки на ширину полосы частот сигнала. Например, в однолучевом случае для КВ решетки радиусом 100 м допустимая ширина полосы частот равна 2,4 МГц, для УКВ решетки радиусом 0,5 м соответственно 480 МГц.

Эффективность предложенного метода зависит от угловой близости анализируемых источников, разности их частот и отношения сигнал-помеха.

Сравнительная эффективность метода частотно-временной локализации по одиночному сигналу проверена в процессе численного эксперимента. Пусть на антенную решетку под нулевым углом места, отсчитываемым от плоскости решетки, воздействует с большим расстояния широкополосный сигнал, занимающий 200 частотных дискрет в полосе частот приема шириной 1024 дискреты. Соотношение сигнал/шум определено как отношение мощности сигнала и гауссового шума на выходе отдельного элемента решетки. Используем кольцевую решетку с волновым радиусом равным 1,33 и числом элементов 11, 21 и 36.

На рис. 1 и рис. 2 приведены зависимости эффективности локализации от отношения сигнал/шум, полученные предложенным и известными [1, 2] методами. Символом Р по оси ординат обозначена вероятность (относительная частота при числе испытаний равном 300) совпадения, с ошибкой не более чем 5%, восстанавливаемых значений ширины спектра с истинным значением.

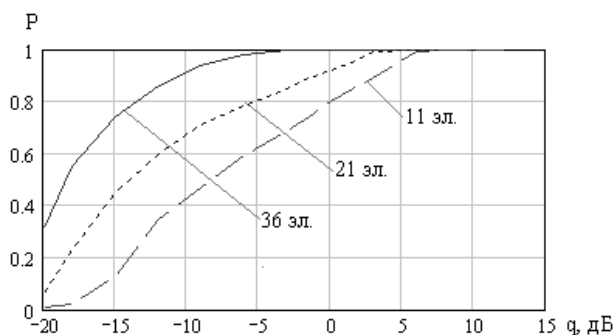


Рис. 1

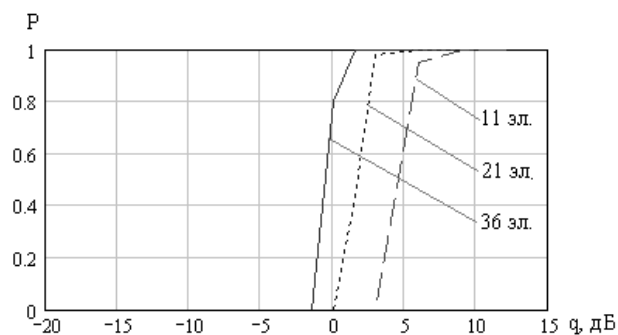


Рис. 2

Из рис. 1 следует, что при использовании предложенного метода вероятность локализации спектра сложного сигнала с погрешностью менее 5%, равная 0.8, достигается при отношении сигнал/шум равном – 13 дБ, – 4 дБ и 0 дБ соответственно для 36, 21 и 11-ти элементной решетки. Из рис. 2 следует, что при использовании известных методов, такое же качество локализации достигается соответственно при более высоких отношениях сигнал/шум: 0 дБ, 2 дБ и 6 дБ.

**Закключение.** На базе решения оптимизационной задачи с целевой функцией в виде  $\ell_2$ - нормы развит эффективный метод, позволяющий решать такие проблемы, как неопределенность относительно формы и областей существования сигнала. Метод базируется на оценке угловой близости отдельных составляющих сигнала путем анализа комплексной взаимной корреляции многочастотных радиоголограмм и обеспечивает высокое качество частотно-временной локализации узкополосных сигналов, сигналов со скачкообразным изменением частоты и широкополосных одночастотных псевдослучайных сигналов.

#### Литература

1. Фалькович С. Е., Хомяков Э.Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Радио и связь, 1981.
2. Шевченко В.Н. Непараметрический метод частотно-временной локализации энергии широкополосных сигналов в условиях априорной неопределенности // Автометрия. – 2003. – Т. 39, № 1. – С. 28-36.

