

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ ТАКТОВОГО КОЛЕБАНИЯ ДЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ С МАНИПУЛЯЦИЕЙ С МИНИМАЛЬНЫМ СДВИГОМ

Краснов А.Ю.<sup>1,2</sup>, Жучков К.Н.<sup>1</sup>, Хоружий С.Г.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>) НПП "ПОИСК", ул. Текучева, 141, 344010, г. Ростов-на-Дону, Россия

<sup>2</sup>) Ростовский Государственный Университет, механико-математический факультет, ул. Зорге, 5, 344090, г. Ростов-на-Дону, Россия, Email: [konst\\_z@mail.ru](mailto:konst_z@mail.ru)

### Введение

При построении демодуляторов сигналов важную роль играют системы тактовой синхронизации (СТС), предназначенные для выделения тактового колебания. Тактовое колебание определяет моменты принятия решения демодулятором, о том какой информационный символ был передан. Очевидно, что ошибка СТС внесет свой вклад в ухудшение помехоустойчивости демодулятора.

Для СТС демодуляторов непрерывных сигналов, обычно используют структуры, содержащие схему выделения фронтов и схемы фильтрации. Большинство схем выделения фронтов формируют импульсы от каждого перехода принятого цифрового сигнала через нуль, а схемы фильтрации могут быть как пассивными на полосовых фильтрах, так и активными, на основе ФАПЧ. Использование классических петель ФАПЧ в СТС демодуляторов коротких импульсных сигналов часто оказывается нерациональным, когда времена установления синхронизма в петле ФАПЧ (захват петли ФАПЧ) соизмеримо с длительностью импульса.

Целью настоящей работы являлось предложить эффективный с точки зрения энергетических потерь и скорости входа в синхронизм вариант реализации СТС для импульсных сигналов с внутримпульсной манипуляцией с минимальным сдвигом (ММС).

### 1. Математическая модель сигнала с ММС

В общем виде колебание модулированной несущей с частотой  $\omega_0$  имеет вид

$$s(t) = S(t) \cos[\omega_0 t + \phi_0 - \phi(t)]. \quad (1)$$

Здесь функции  $S(t)$  и  $\phi(t)$  определяют закон модуляции амплитуды и фазы несущей. Модулированный сигнал (1) представим в виде суммы квадратурных составляющих

$$s(t) = [S(t) \cos \phi(t)] \cos(\omega_0 t + \phi_0) + [S(t) \sin \phi(t)] \sin(\omega_0 t + \phi_0). \quad (2)$$

Обозначим  $S(t) \cos \phi(t) = S_0 I(t)$  и  $S(t) \sin \phi(t) = S_0 Q(t)$ . Вид модулирующих функций  $I(t)$  и  $Q(t)$  задает метод модуляции и определяет свойства сигналов. Представим их в виде  $I(t) = \sum_n a_n p(t - nT_c)$ ,

$Q(t) = \sum_n b_n q(t - nT_c)$ , где  $a_n, b_n$  - информационные символы  $p(t)$  и  $q(t)$  - элементарные модулирующие сигналы в квадратурных каналах. Последовательности символов  $a$  и  $b$  получают расщеплением исходной информационной последовательности  $u$  на четные и нечетные символы. Длительность каждого символа  $u$  равна  $T$ , а длительности символов  $a$  и  $b$  равны  $T_c = 2T$ . Далее предполагается, что двоичные информационные символы  $u \in \{-1, +1\}$ , а под тактовым колебанием подразумевается колебание с частотой  $1/T$ , т.е. частотой следования информационных символов  $u$ . Одна из широко используемых форм модулирующих функций имеет вид

$$p(t) = \begin{cases} \pm \cos(\pi/2T), & -T \leq t \leq T, \\ 0, & T < t < -T; \end{cases}, \quad q(t) = \begin{cases} \pm \sin(\pi/2T), & 0 \leq t \leq 2T, \\ 0, & 2T < t < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Символы  $a_n$  и  $b_n$  в квадратурных каналах должны быть смещены на время  $T$ . Тогда для модулированного сигнала получим следующее представление [1], которое определяет в общем виде сигнал с ММС

$$s(t) = S_0 \left[ \sum_n a_n \cos(\pi/2T) \cos(\omega_0 t + \phi_0) + \sum_n b_n \sin(\pi/2T) \sin(\omega_0 t + \phi_0) \right]. \quad (4)$$

### 2. Автокорреляционная обработка сигнала с ММС

При передаче цифровой информации в различных каналах связи возникает обширный ряд ситуаций, при которых приемник должен обрабатывать сигнал с неизвестной или неточно известной частотой несущего колебания. В таких ситуациях преимущество имеет инвариантная к частоте и начальной фазе несущего колебания автокорреляционная обработка сигнала [2]. Рассматриваемые далее преобразования позволяют выделить из сигнала с ММС колебание когерентное с тактовым.

Представим исходный сигнал с ММС следующим образом

$$s(t) = a_t \cos(\pi/2T) \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) + b_t \sin(\pi/2T) \sin(2\pi f_0 t + \phi_0) = a_t \cos \left[ 2\pi \left( f_0 - \frac{b_t}{a_t} \frac{1}{4T} \right) t + \phi_0 \right], \quad (5)$$

где  $a_t = u_{2 \lfloor \frac{t}{2T} + 0.5 \rfloor - 1}$ ,  $b_t = u_{2 \lfloor \frac{t}{2T} \rfloor}$ .

Выражение сигнала с ММС (5) можно представить в виде

$$s(t) = \cos \left[ 2\pi f_0 t + \phi_0 - 2\pi \left( \frac{b_t}{a_t} \frac{1}{4T} t + \frac{a_t - 1}{4} \right) \right] = \cos(2\pi f_0 t + \phi_0 - \phi(t)), \quad (6)$$

$$\phi(t) = 2\pi c_t \frac{1}{4T} t + \pi d_t, \quad c_t = \frac{u_{2 \lfloor \frac{t}{2T} \rfloor}}{u_{2 \lfloor \frac{t}{2T} + 0.5 \rfloor - 1}}, \quad d_t = \frac{u_{2 \lfloor \frac{t}{2T} + 0.5 \rfloor - 1} - 1}{2}. \quad (7)$$

Определим функцию двух переменных  $\xi(n, \tau) = Tn + \tau$ ,  $\tau \in [0, T)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Полагая в (7)  $t = \xi(n, \tau)$  получим выражения последовательностей  $C_n, D_n$ , характеризующих частоту и фазу на интервале  $n$ -го информационного символа

$$C_n = c_{\xi(n, \tau)} = \frac{u_{2 \lfloor \frac{n + \tau}{2} \rfloor}}{u_{2 \lfloor \frac{n + \tau}{2} + 0.5 \rfloor - 1}} = \frac{u_{2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor}}{u_{2 \lfloor \frac{n}{2} + 0.5 \rfloor - 1}}, \quad D_n = d_{\xi(n, \tau)} = \frac{u_{2 \lfloor \frac{n + \tau}{2} + 0.5 \rfloor - 1} - 1}{2} = \frac{u_{2 \lfloor \frac{n}{2} + 0.5 \rfloor - 1} - 1}{2}. \quad (8)$$

Легко видеть, что полагая в (6)  $t = \xi(n, \tau)$  и учитывая (7), (8) можно получить выражение для модулированного сигнала на интервале  $n$ -го информационного символа

$$s(n, \tau) = \cos \Phi(n, \tau), \quad (9)$$

где  $\Phi(n, \tau) = 2\pi f_0(nT + \tau) - 2\pi C_n \frac{1}{4T}(nT + \tau) - \pi D_n + \phi_0$  – фаза сигнала на интервале  $n$ -го информационного символа. Аналитическое дополнение  $s(n, \tau)$  представляет собой квадратурную составляющую модулированного сигнала на интервале  $n$ -го информационного символа

$$\tilde{s}(n, \tau) = \sin \Phi(n, \tau). \quad (10)$$

Из (9, 10), получим выражение для колебания, фаза которого равна разности фаз на интервалах  $n$ -го и  $n-1$ -го информационных символов

$$s_c^1(n, \tau) = e^{-i(\Phi(n, \tau) - \Phi(n-1, \tau))}. \quad (11)$$

С целью упрощения следующих далее формул определим функцию  $\Psi(n, \tau)$  как разность фаз сигналов на интервалах  $n$ -го и  $n-1$ -го информационных символов

$$\Psi(n, \tau) = \Phi(n, \tau) - \Phi(n-1, \tau) = -2\pi(C_n - C_{n-1}) \frac{1}{4T}(nT + \tau) - \pi(D_n - D_{n-1}) + 2\pi f_0 T - \frac{\pi}{2} C_{n-1}. \quad (12)$$

Аналогичным образом получим выражение для колебания с фазой  $\Psi(n, \tau) - \Psi(n-1, \tau)$

$$s_c^2(n, \tau) = e^{-i(\Psi(n, \tau) - \Psi(n-1, \tau))}. \quad (13)$$

Определим функцию  $\Theta(n, \tau)$  как фазу колебания (13)

$$\begin{aligned} \Theta(n, \tau) &= \Psi(n, \tau) - \Psi(n-1, \tau) = \Phi(n, \tau) - 2\Phi(n-1, \tau) + \Phi(n-2, \tau) = \\ &= -2\pi(C_n - 2C_{n-1} + C_{n-2}) \frac{1}{4T}(nT + \tau) - \pi(D_n - 2D_{n-1} + D_{n-2}) + \pi(C_{n-2} - C_{n-1}). \end{aligned} \quad (14)$$

Так как  $C_n \in \{-1, 1\}$ , то  $(C_{n-2} - C_{n-1}) \in \{0, 2\}$  и в силу периодичности функций  $\sin(\cdot)$  и  $\cos(\cdot)$  слагаемое  $\pi(C_{n-2} - C_{n-1})$  в выражении (14) можно опустить, тогда окончательно для  $\Theta(n, \tau)$  получим следующее выражение

$$\Theta(n, \tau) = -2\pi(C_n - 2C_{n-1} + C_{n-2}) \frac{1}{4T}(nT + \tau) - \pi(D_n - 2D_{n-1} + D_{n-2}). \quad (15)$$

Для обозначения конечных разностей воспользуемся символом  $\Delta_n^K f$  с двумя индексами, из которых верхний указывает порядок конечной разности, а нижний – номер разности. Конечные разности можно представить в виде

$$\Delta_n^K f = \sum_{i=0}^K (-1)^{K-i} C_K^i f_{n-K+i}. \quad (16)$$

Переписав (15) с учетом (16), получим

$$\Theta(n, \tau) = -2\pi \frac{1}{4T} (nT + \tau) \Delta_n^2 C - \pi \Delta_n^2 D. \quad (17)$$

Как следует из (8) символы  $C_n \in \{-1, 1\}$ , и неизменны на интервале времени  $T$ , а  $D_n \in \{0, 1\}$  и неизменны на интервале времени  $2T$ . В таблицах 1 и 2 приведены значения конечных разностей, входящих в (17), для всех допустимых 3-х символьных комбинаций элементов  $C_n$  и  $D_n$ . Из указанных таблиц следует, что колебание  $s_c^2(n, \tau)$  для фиксированного  $n$  может иметь частоты  $0, \pm 1/2T, \pm 1/T$  и начальные фазы  $-\pi, 0, \pi$ . Таким образом,  $s_c^2(n, \tau)$  содержит колебания с частотой следования символов  $a$  и  $b$  в квадратурных каналах и частотой следования информационных символов  $u$ . Однако, их начальная фаза, в зависимости от передаваемых данных, может изменяться на  $\pi$ .

**Таблица 1** Возможные значения  $\Delta_n^2 C$

$C_{n-2}$	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
$C_{n-1}$	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
$C_n$	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
$\Delta_n^2 C$	0	2	-4	-2	2	4	-2	0

**Таблица 2** Возможные значения  $\Delta_n^2 D$

$D_{n-2}$	0	1	1	0	0	1
$D_{n-1}$	0	0	1	0	1	1
$D_n$	0	0	0	1	1	1
$\Delta_n^2 D$	0	1	-1	1	-1	0

Удвоение фазы позволяет устранить неопределенность, вызванную сменой знака  $\Delta_n^2 D$ .

$$2\Theta(n, \tau) = -2\pi \frac{1}{2T} (nT + \tau) \Delta_n^2 C - 2\pi \Delta_n^2 D = -2\pi \frac{1}{2T} (nT + \tau) \Delta_n^2 C. \quad (18)$$

При этом неопределенность устраняется не полностью ввиду того, что  $\Delta_n^2 C$  может изменять знак. Но так как функция  $\cos(\cdot)$  является четной, то колебание

$$h(n, \tau) = \cos 2\Theta(n, \tau), \quad (19)$$

для определенных комбинаций информационных символов будет содержать колебание когерентное с тактовым. Колебание (19) может быть получено посредством различных преобразований  $s_c^2(n, \tau)$  [3,4,5]. Однако, следует также отметить возможность определения начальной фазы тактового колебания сигнала с ММС посредством преобразования  $|\Im(s_c^2(n, \tau))|$  – модуля мнимой части (13). Результат данного преобразования аппроксимирует функцию

$$\tilde{h}(n, \tau) = \sin |2\Theta(n, \tau)|. \quad (20)$$

### 3. Определение начальной фазы тактового колебания

Предположим, что начальная фаза тактового колебания не равна нулю. Данное допущение может быть интерпретировано как задержка сигнала (5) на  $T_s \in (0, T)$ . Тогда для начальной фазы тактового колебания получим  $\gamma_0 = 2\pi T_s / T$ , а колебание (19) запишется в виде

$$h_{\gamma_0}(n, \tau) = \cos(2\Theta(n, \tau) - \gamma_0). \quad (21)$$

Таким образом, задача определения начальной фазы тактового колебания сводится к определению начальной фазы колебания (21), т.е. к определению  $\gamma_0$ .

Очевидно, что от двухпараметрической формы записи колебания (21) можно перейти к однопараметрической следующим образом

$$g(t) = \sum_{n \in N} h_{\gamma_0}(n, t - nT) \chi(t - nT), \quad (22)$$

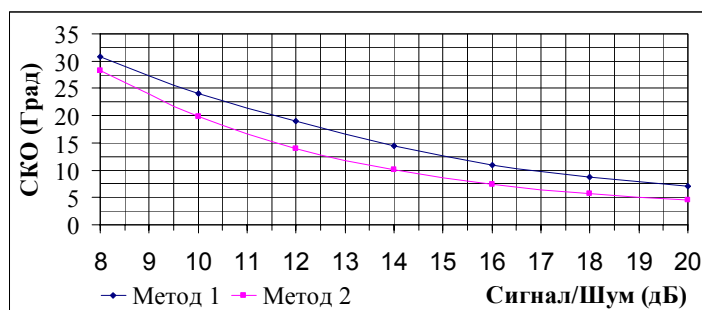
где  $N = \overline{n_1, n_2}$  и  $-\infty < n_1, n_2 < \infty$  – натуральные числа, причем  $n_2 - n_1$  – количество информационных символов в пакете, а  $\chi(\tau) = 1$  при  $\tau \in [0, T)$ , и  $\chi(\tau) = 0$  при  $\tau \in (-\infty, 0) \cup [T, \infty)$ . Для определения начальной фазы тактового колебания  $\gamma_0$  можно воспользоваться преобразованием Фурье колебания (22).

#### 4. Результаты численного моделирования

Численное моделирование проводилось для случая приема сигнала подверженного действию аддитивного белого гауссова шума. Длина пакета принималась равной 30 информационным символам, генерируемым случайным образом с равномерным распределением бинарных символов. На рисунке 1 приведены зависимости среднеквадратичного отклонения начальной фазы тактового колебания от отношения сигнал/шум для случаев совместного использования (19) и (20) и только (19). Анализируя указанные зависимости, приходим к выводу, что при отношении сигнал/шум 8-20 дБ выигрыш от использования (19), (20) в сравнении с использованием только (20) составляет порядка 2 дБ, хотя это и сопряжено с увеличением вычислительных затрат.

#### Заключение

Рассмотренный метод позволяет достаточно эффективно определить значение начальной фазы тактового колебания в условиях передачи информации в импульсном или пакетном режиме, а также в случаях, когда к моменту начала обработки предыстория сигнала либо отсутствует, либо слишком кратковременна. Полученные оценки фазы тактового колебания позволяют сделать вывод о важности учета (20) при реализации СТС для импульсных сигналов ММС. Энергетический выигрыш при этом в интервале рабочих отношений с сигнал/шум 8-20 дБ составил величину порядка 2 дБ. Реализация схемы тактовой синхронизации с учетом (20) для процессора TMS320C6416 показала, что схема способна работать в режиме реального времени при скважности импульсных сигналов более 5.



**Рис. 1** Помехоустойчивость оценки начальной фазы тактового колебания методом 1 с использованием только (19) и методом 2 с использованием (19) и (20).

#### Литература

1. Банкет В.Л., Дорофеев В.М. Цифровые методы в спутниковой связи. – М.: Радио и связь, 1988;
2. Окунев Ю.Б. Цифровая передача информации фазомодулированными сигналами. – М.: Радио и связь. – 1991;
3. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь. Пер. с англ./Под ред. В.В. Маркова. – М.: Связь, 1979;
4. Chris Heegard, Jerrold A. Heller, and Andrew J. Viterbi, A Microprocessor-Based PSK Modem for Packet Transmission Over Satellite Channels, IEEE Transactions On Communications, vol. com-26, NO. 5, May., 1978;
5. Yuen J.H. Deep Space Telecommunications Systems Engineering – N.Y.: Wiley, 1982

