

НОВЫЙ ПОДХОД ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Марчук В.И., Шерстобитов А.И.

Южно-российский государственный университет экономики и сервиса

В работе рассмотрены новые подходы при построении системы обработки результатов измерений в условиях априорной неопределенности. Предложен новый локальный метод обработки результатов измерений. Получены аналитические выражения для амплитудно-частотной характеристики цифрового фильтра, его реализующий.

В настоящее время наиболее широкое распространение при обработке экспериментальных данных нашли такие методы как скользящее и взвешенное среднее, экспоненциальное сглаживание и медианная фильтрация. Основным и существенным недостатком этих методов является зависимость их основных характеристик от априорной информации о функции обрабатываемого процесса, статистических характеристик аддитивного шума, что не позволяет обосновать рекомендаций по выбору значений их параметров.

Рассматриваемый в работе [1] новый подход к обработке результатов измерений при априорной неопределенности о функции обрабатываемого процесса и статистических характеристиках аддитивной шумовой составляющей, обладает высокой эффективностью, однако для обработки в реальном масштабе времени требует использования высокоскоростных процессоров. В противном случае обработка результатов измерений осуществляется с временной задержкой, которая зависит от производительности процессора.

В связи с этим на основе работы [1] рассматривается локальный метод обработки результатов измерений на принципе скользящего разномножением оценок единственной исходной реализации путём скользящей кусочно-квадратичной аппроксимации.

В общем случае, исходные результаты измерений представляют собой последовательность значений в равноотстоящие промежутки времени. Выборка результатов измерений может быть представлена как реализация некоторого нестационарного случайного процесса, которая представляет собой функцию измеряемого процесса и аддитивную шумовую составляющую т.е..

$$Y(t) = S(t) + \varepsilon_{ш}(t), \quad (1)$$

где $Y(t)$ - результаты измерений на выходе исследуемой системы; $S(t)$ - функция полезной составляющей; $\varepsilon_{ш}(t)$ - суммарная аддитивная шумовая составляющая.

Для идентификации оценки функциональной зависимости полезной составляющей $S(t)$ использование таких методов как, скользящее среднее, взвешенное скользящее среднее, экспоненциальное сглаживания и медианной фильтрации требует априорной информации о функции полезной составляющей для оптимального выбора ширины скользящего «окна». Оптимизация ширины «окна» (частота среза низкочастотного фильтра) приводит к появлению «концевых эффектов», что не позволяет обрабатывать результаты измерений, представленные малым объемом данных [2].

В связи с этим задача сглаживания результатов измерений при минимальном объеме данных является весьма актуальной как с практической, так и с теоретической точки зрения.

Данная работа посвящена локальному методу сглаживания результатов измерений, представленных единственной реализацией нестационарного случайного процесса при непараметрической априорной неопределенности («КРОТ»). Предлагаемый способ обработки результатов измерений основан на синтезе метода скользящего среднего и метода размножения оценок единственной исходной реализации путём скользящей кусочно-линейной или кусочно-квадратичной аппроксимации.

В соответствии с выражением (1), результаты измерений представляют собой единственную дискретную реализация $\{y_k\}_{k=1}^n$, где $y_k = Y(t_k)$, $k = 1, 2, \dots, n$. Априорная информация о полезной составляющей заключается в том, что она удовлетворяет требованиям условия гладкости по Андерсону [3].

При ширине «скользящего окна» $m < n/2$, на котором производится аппроксимация степенным полиномом, по методу наименьших квадратов, определяем оценку аппроксимирующей функции $\bar{S}(t_k)$ на каждом отрезке ряда $\{y_k\}_{k=1}^m, \{y_k\}_{k=2}^{m+1}, \dots, \{y_k\}_{k=n-m+1}^n$. Таким образом, производится размножение оценок исходного ряда путём скользящей кусочно-квадратичной или кусочной-линейной аппроксимацией. Результирующая оценка находится как среднееарифметическое значение при каждом t_k , по объему размноженных оценок полезного сигнала. Для значений сглаженного ряда $\{\bar{S}_i\}_{i=1}^n$, в случае скользящей кусочно-линейной аппроксимации, можно записать, что:

$$\bar{s}_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (A_j(m) + B_j(m) \cdot (k-j+1)) & 1 \leq k < m \\ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (A_{j+k-m}(m) + B_{j+k-m}(m) \cdot (m-j+1)) & m \leq k \leq n-m+1 \\ \frac{1}{n-k+1} \sum_{j=k-m+1}^{n-m+1} (A_j(m) + B_j(m) \cdot (k-j+1)) & n-m+2 \leq k \leq n \end{cases} \quad (3)$$

где $A_j(m)$ и $B_j(m)$ - коэффициенты линейного сглаживающего полинома вида $A_j(m) + B_j(m) \cdot t$

Выражение (3) представляет собой уравнение сглаживающего фильтра, передаточная функция фильтра будет представлять собой отношение спектра выходного сигнала к спектру входного сигнала в z -плоскости:

$$H(z) = \frac{\bar{S}(z)}{Y(z)}$$

В результате математических преобразований уравнения (3), на основе z -преобразования и дискретного преобразования Фурье, выражение для передаточной характеристики сглаживающего фильтра, реализующий метод скользящей кусочно-линейной аппроксимации («КРОТ») запишется в следующем виде:

$$H(z) = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\sum_{p=j}^{m+j-1} z^{p-k} \left(\frac{4}{m} - \frac{6(p-j)}{m(m-1)} - \frac{6(k-j+1)}{m(m+1)} + \frac{12(k-j+1)(p-j)}{m(m^2-1)} \right) \right) & 1 \leq k < m \\ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left(\sum_{p=j}^{m+j-1} z^{p-m} \left(\frac{4}{m} - \frac{6(p-j)(m-j+2)}{m(m-1)} + \frac{12(m-j+1)(p+1-j)}{m(m^2-1)} \right) \right) & m \leq k \leq n-m+1 \\ \frac{1}{n-k+1} \sum_{j=k-m+1}^{n-m+1} \left(\sum_{p=j}^{m+j-1} z^{p-k} \left(\frac{4}{m} - \frac{6(p-j)}{m(m-1)} - \frac{6(k-j+1)}{m(m+1)} + \frac{12(k-j+1)(p-j)}{m(m^2-1)} \right) \right) & n-m+2 \leq k \leq n \end{cases} \quad (4)$$

Для анализа амплитудно-частотной характеристики сглаживающего фильтра, осуществляем обратное z -преобразование выражения (4), заменяя z на $e^{i\omega}$, т.е. $H(z) \rightarrow H(e^{i\omega})$.

Анализ полученного выражения $H(e^{i\omega})$ для амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) сглаживающего фильтра «КРОТ» показывает, что на начальном и конечном интервале обработки результатов измерений, АЧХ предлагаемого сглаживающего фильтра имеет зависимость не только от ширины «скользящего окна» m , но и номера отсчета k . Для случая $m \leq k \leq n-m+1$ - АЧХ зависит только от значения m . На рис. 1 приведено семейство амплитудно-частотных характеристик сглаживающего фильтра «КРОТ» при различных значениях «окна» m .

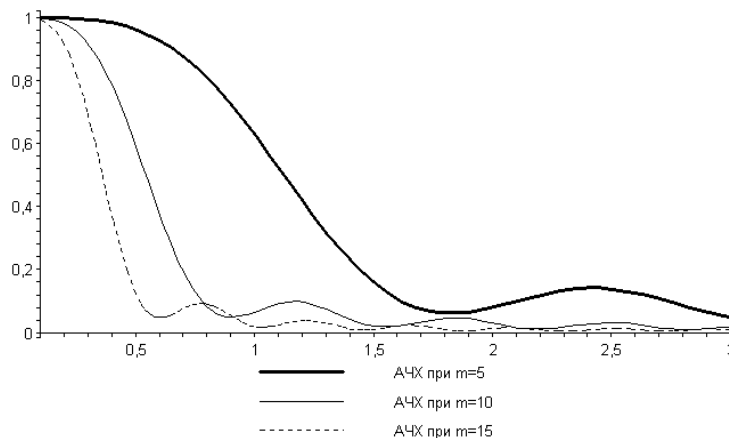


Рис. 1 – АЧХ сглаживающего фильтра «КРОТ» при различных значениях «окна» m

Анализ результатов, представленных на рис. 1, показывает, что при увеличении значения «окна» m ширина полосы пропускания фильтра уменьшается.

На рис 2. представлены АЧХ фильтра, реализующее простое скользящее среднее (АЧХ - СС) и АЧХ сглаживающего фильтра КРОТ (АЧХ – метода «КРОТ») при одинаковом значении $m = 10$ и объема выборки $n = 100$.

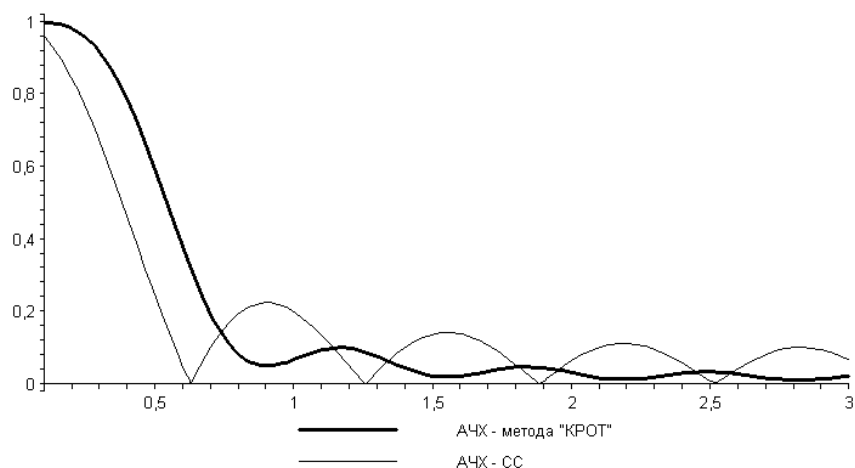


Рис. 2. Сравнение АЧХ фильтра скользящего среднего и АЧХ сглаживающего фильтра «КРОТ» при равных значениях m

Анализ полученных результатов, представленных на рис. 2, показывает что при одном и том же значении m наблюдается эквивалентное расширение полосы пропускания фильтра. В случае АЧХ «КРОТ», энергия, приходящая на второй, третий и последующие боковые лепестки меньше по сравнению с АЧХ фильтра скользящего среднего.

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- Получено аналитическое выражение для амплитудно-частотной характеристики метода сглаживания «КРОТ», позволяет теоретически провести анализ эффективности не только во временной, но и в частотной области.
- Использование метода «КРОТ» позволяет эквивалентно расширить полосу пропускания фильтра и повысить его избирательность по сравнению с использованием метода скользящего среднего
- Частота среза фильтра, метода «КРОТ» адаптируется к обрабатываемым результатам измерений.

Литература

1. Марчук В.И. Новый метод обработки результатов измерений при ограниченном объеме априорной информации. // Сборник материалов международного симпозиума "Аэрокосмические приборные технологии" (АПТ 2002, 17-20 сентября 2002 г.), Санкт-Петербург, ГУАП, 2002. -160с. (97-98 с.)
2. Марчук В.И. Первичная обработка результатов измерений при ограниченном объеме априорной информации. Под ред. Румянцева К.Е.. Таганрог. ТРГУ. 2003, 160с.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов: пер с англ. – М.: Мир, 1976. - 760 с.
4. Марчук В.И., Шерстобитов А.И. Повышение эффективности обработки результатов измерений при проведении аэродинамических исследований. // Международный симпозиум «Аэрокосмические приборные технологии»: Санкт-Петербург, ГУАП, 2004.

