ВАРИАЦИЯ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВЗВЕШЕННОЙ ЧЕБЫШЕВСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА КИХ-ФИЛЬТРОВ БЕЗ УМНОЖИТЕЛЕЙ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд , Россия, Москва, Зеленоград, 124460, а/я 20
Тел./факс. (095) 535-35-13, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Вариация исходных параметров взвешенной чебышевской аппроксимациии используется для синтеза цифровых КИХ-фильтров с линейной ФЧХ без умножителей. Представлены примеры синтеза.

1. Введение. Для синтеза цифровых фильтров с конечной длиной слова коэффициентов, в частности без умножителей, применяются различные алгоритмы, основанные на вариации коэффициентов (ВК) или исходных параметров (ВИП) или их сочетании. В [1] на примерах синтеза частотных цифровых КИХ-фильтров с линейной ФЧХ без умножителей показаны хорошие потенциальные возможности ВИП в методе окна (ВИП/Окно). В методе окна часто используются простейшие выражения для расчета коэффициентов (это зависит от вида используемого окна), но этот подход может давать завышенную длину фильтра N. Оптимальным методом синтеза КИХ-фильтров является взвешенная чебышевская аппроксимация (ВЧА), а наиболее эффективным средством ее выполнения – обменный алгоритм Ремеза [2]. В литературе соответствующие фильтры часто называют оптимальными. Использование ВИП для этих фильтров может приводить к более простым структурам без умножителей в сравнении с методом ВИП/Окно. Для оптимальных фильтров коэффициенты не являются явными функциями параметров аппроксимации и определяются численно. В этой связи алгоритмы ВИП/ВЧА будут существенно медленнее аналогичных алгоритмов ВИП/Окно, но возможно более быстрыми в сравнении с процедурами ВК. Цель данной статьи - выяснить возможности метода ВИП/ВЧА применительно к синтезу КИХфильтров без умножителей. После постановки задачи и краткого описания возможных алгоритмов ВИП, представлены результаты синтеза для ряда примеров и проведено сравнение с известными решениями, полученными с помощью ВК.

2. Постановка задачи. Задачу синтеза цифровых КИХ-фильтров без умножителей с помощью метода ВИП/ВЧА сформулируем как

$$\Sigma(\mathbf{p}) \to \min_{\mathbf{p}}, \quad \tilde{e}(\mathbf{p}) = \max(\tilde{\delta}_1(\mathbf{p})/\delta_{1\max}, \tilde{\delta}_2(\mathbf{p})/\delta_{2\max}) \le 1, \quad \mathbf{p} \in S(\mathbf{p}), \qquad (1)$$

где Σ - полное число сумматоров, включающее структурные и сумматоры , заменяющие умножители на коэффициенты фильтра; $\tilde{e}$ -максимальная ошибка; $\tilde{\delta}_1$ и $\tilde{\delta}_2$ - уровни пульсаций нормированной АЧХ в заданных номинальных полосах пропускания и задерживания, а $\delta_{1\max}$ и $\delta_{2\max}$ их заданные допустимые значения; $\mathbf{p}$ - вектор исходных параметров; S - область допустимых исходных параметров; символ ~ означает соответствие квантованию коэффициентов.

АЧХ может быть нормирована относительно среднего или максимального уровня в полосе пропускания. Оценки уровней выполняются на дискретном наборе частот.

Размерность вектора $\mathbf{p}$ зависит типа фильтра. Так, например для ФНЧ

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4) = (r, f_1, f_2, A),$$

где $r = \delta_2/\delta_1$, f_1 и f_2 - граничные частоты полосы пропускания и задерживания, A-масштабный множитель, на который умножаются коэффициенты перед их квантованием с шагом $q=2^{-M}$, M-длина слова дробной части коэффициентов.

Каждому значению вектора квантованных коэффициентов соответствует подобласть в S с определенными значениями Σ и $\tilde{e}$. Число подобластей ограничено и уменьшается с увеличением q. Сформулированная задача заключается в обнаружении хотя бы одной подобласти, для которой имеет место (1).

3. Предварительные замечания. Рассчитываемые непрерывные коэффициенты фильтра нормируются относительно их максимального значения. Масштабный множитель A варьируется в диапазоне $0.5 < A \le 1$. Окончательное масштабирование фильтра может быть выполнено после решения поставленной задачи путем умножения полученных коэффициентов на множитель равный степени два. Очевидно, что решение задачи для некоторого $q=q_0$ и $0.5 < A \le 1$ идентично решению для $q=q_0 K$ и $0.5K < A \le K$. Здесь K число равное степени два. На указанном интервале изменения A существует конечное число отрезков разной длины, которым соответствует свой вектор квантованных коэффициентов фильтра. Заметим, что обычно A изменяют с равномерным шагом. Особенностью вариации A в сравнении с вариацией других параметров является то, что при этом не требуется заново решать задачу ВЧА.

Предполагается, что число сумматоров, заменяющих умножители соответствует представлению коэффициентов в каноническом знако-разрядном коде (КЗРК). Известно, что это число можно дополнительно уменьшить, если использовать технику исключения общих подвыражений (ИОП), например как в [3]. Желательно эту технику включить в алгоритм поиска решения (1). Это может улучшить результат, что подтверждено для каскадных БИХ-фильтров [4]. Однако для примеров рассмотренных далее процедура ИОП применяется после получения решения (1).

4. Возможные алгоритмы. Один из возможных подходов к решению задачи (1) это поиск на равномерной пространственной сетке точек в S. Шаг сетки можно уменьшать до тех пор, пока имеет место улучшение результатов, а зону поиска постепенно локализовать вокруг оптимума. Сетка включает заданную номинальную точку. Очевидно, что число точек должно расти с уменьшением q. Здесь важно не делать повторных оценок Σ и $\tilde{e}$ для экономии компьютерного времени.

Другой подход, это локальный поиск в окрестности одной или нескольких начальных точек в S. Для БИХ-фильтров эти точки определяются доминирующими коэффициентами. Для КИХ-фильтров прямой формы таких коэффициентов нет и поэтому эти точки можно расположить равномерно и поиск вести в неперекрывающихся зонах. Локальный поиск подразумевает поочередную вариацию параметров (компонентов вектора $\mathbf{p}$), которая выполняется с адаптацией шага для поиска всех решений на отрезке с целью выбора из них наилучшего. Очередность вариации параметров может влиять на результат.

Наконец можно объединить эти два подхода или предложить другие. Перечисленные алгоритмы не гарантируют, что все подобласти будут проверены. Детализация алгоритмов выходит за рамки данной статьи. По-видимому, только проведение многих испытаний с различными требованиями к фильтру позволит найти лучший алгоритм. Все три перечисленных алгоритма использовались для получения представленных ниже решений.

5. Примеры синтеза. Эффективность метода ВИП/ВЧА проиллюстрируем на ряде примеров синтеза ФНЧ по требованиям из [5] и [6], где получены лучшие результаты в сравнении с опубликованными ранее другими авторами. Приводимые ниже граничные частоты нормированы относительно частоты дискретизации. Номинальные значения параметров обозначаются как $r_n = \delta_{2\max}/\delta_{1\max}$, f_{1n}, f_{2n} и A_n. Для всех примеров A_n =1. Для второго примера АЧХ нормируется относительно максимального уровня в полосе пропускания, а для остальных - относительно среднего уровня. Найденные коэффициенты даны в целочисленном виде. Структуру без умножителей можно легко получить преобразованием коэффициентов в КЗРК.

<u>Пример 1.</u> Требования к ФНЧ: f_{1n}=0.11, f_{2n}=0.137, N=71.

Для данного примера формулировка (1) была видоизменена, требованием получения минимума ошибки $\tilde{e}$ при $\delta_{1\max} = \delta_{2\max}$, как в [5]. Полученные результаты:

S(r, f_1, f_2, A) =S(0.704495, 0.11, 0.138717, 0.816027), M =7, Σ =79, $\tilde{\delta} = \max(\tilde{\delta}_1, \tilde{\delta}_2)$ =0.017128 (-35.36 дБ), коэффициенты фильтра $\tilde{h}_0 \ldots \tilde{h}_{35}$: 104, 94, 67, 32, 1, -18, -22, -14,-1, 9, 12, 8, 1,-6, -8, -6, -1, 4, 5, 4, 1, -2, -4, -3, 0, 2, 3, 2, 0, -1, -2, -2, 0, 0, 2, 1.

Вторая половина коэффициентов симметрична относительно $\tilde{h}_0$. Реальные коэффициенты $h_i = q\tilde{h}_i$.

Техника ИОП позволяет уменьшить полное число сумматоров до Σ=69.

Можно убедиться, что число ненулевых бит в КЗРК коэффициентов равно 49. Аналогичное значение получено в [5], но при несколько меньшем $\tilde{\delta}$=0.015794 (-36.03 дБ). Коэффициенты в статье не приведены. Интересно отметить, что применение метода ВИП/Окно (для окна Кайзера), как в [1], приводит к Σ =81 (без ИОП) и $\tilde{\delta}$=0.018879 (-34.49 дБ). Простое округление коэффициентов дает Σ =104 (без ИОП) , $\tilde{\delta}$=0.015363 (-36.27дБ).

<u>Пример 2.</u> Требования к ФНЧ: f_{1n}=0.128, f_{2n}=0.2048, $\Delta a_{\max}$=0.2 дБ, $a_{0\min}$=30дБ, N=28. Здесь $\Delta a_{\max}$ и $a_{0\min}$ допустимая неравномерность АЧХ в полосе пропускания и допустимое ослабление АЧХ в полосе задерживания, соответственно. Полученные результаты:

S(R, f_1, f_2, A) =S(3.509261, 0.131596, 0.206484, 0.783359), M =7, Σ =27, $\Delta\tilde{a}$=0.16ДБ, $\tilde{a}_0$=30.3ДБ, $\tilde{h}_0 \ldots \tilde{h}_{13}$: 100, 64, 16, -16, -19, -4, 8, 8, 1, -4, -4, 0, 4, 0.

Применение ИОП дает экономию лишь одного сумматора. Можно убедиться, что число ненулевых бит в КЗРК коэффициентов равно 16. Аналогичное значение получено в [5]. При этом $\Delta\tilde{a}$=0.17дБ, $\tilde{a}_0$=30.7дБ.

<u>Пример 3.</u> Требования к ФНЧ: f_{1n}=0.15, f_{2n}=0.25 , $\delta_{1\max} = \delta_{2\max} = 0.00316$.

Полученные результаты при N=28:

S(r, f_1, f_2, A) =S(0.930666, 0.15, 0.25, 0.679878), M =11, Σ =39, $\tilde{\delta}$=0.003138 (-50.07 дБ),

$\tilde{h}_0 \ldots \tilde{h}_{13}$: 1392, 737, 0, -288, -128, 95, 116, 0, -64, -28, 22, 24, 1, -10.

Для сравнения результаты [6]: Σ=40, $\tilde{\delta}$ = 0.003159 (-50.01 дБ).
Полученные результаты при N=30:
S(R, f_1, f_2, A) =S(1, 0.15, 0.25, 0.905285), M =9, Σ =37, $\tilde{\delta}$ =0.002858 (-50.88 ДБ),
$\tilde{h}_0 \dots \tilde{h}_{14}$: 464, 246, 0, -96, -43, 32, 39, 0, -22, -10, 7, 8, 0, -4, -1.
Применение техники ИОП приводит к Σ =28.
Для сравнения результаты [6]: Σ=37, $\tilde{\delta}$ = 0.003159 (-50.71 дБ) и Σ=30 (с ИОП).

Пример 4. Требования к ФНЧ: f_{1n}=0.15, f_{2n}=0.25 , $\delta_{1\max} = \delta_{2\max} = 0.001$, N=38.
Полученные результаты:
S(r, f_1, f_2, A) =S(0.939767, 0.15, 0.25, 0.589602), M =11, Σ =48, $\tilde{\delta}$ =0.000929 (-60.64 дБ),
$\tilde{h}_0 \dots \tilde{h}_{18}$: 1208, 642, 0, -256, -116, 88, 110, 0, -67, -32, 25, 30, 0, -16, -7, 5, 5, 0, -2.
Применение техники ИОП приводит к Σ =39.

Результаты [6] по числу сумматоров без и с ИОП идентичны, а значение $\tilde{\delta}$ в работе не указано.

6. Заключение. Метод вариации исходных параметров взвешенной чебышевской аппроксимации использован для синтеза цифровых КИХ-фильтров с линейной ФЧХ без умножителей. Найденные решения для ряда примеров синтеза сравнимы с лучшими известными решениями, полученными методом вариации коэффициентов.

Литература

1. Мингазин А.Т. Вариация исходных параметров в задачах синтеза цифровых КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов.//3-я Международная конференция ‘Цифровая обработка сигналов и ее применение’. 2000. Т.1. Ноябрь-Декабрь. С. 162-166.
2. McClellan J.H., Parks T.W., Rabiner L.R. A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters.//IEEE Trans. 1973. AU-20. №6. P.506-526.
3. Martinez-Peiro M., Boemo E.I., Wanhammar L. Design of high-speed multiplierless filters using a nonrecursive signed common subexpression algorithm.//IEEE Trans. on Circuits and System-II, 2002. V. 49. № 3. P. 196-203.
4. Мингазин А.Т. Синтез каскадных цифровых фильтров с минимальным числом сумматоров в блоках умножения. //2-я Международная конференция ‘Цифровая обработка сигналов и ее применения’. 1999. Т.1. Сентябрь. С. 122-125.
5. Ciloglu T. Design of FIR filters for low implementation complexity.//Electronics Letters. 1999. V. 35. № 7. P. 529- 530.
6. Yli-Kaakinen J., Saramaki T. A systematic algorithm for the design multiplierless FIR filters.//ISCAS. May. 2001. V.II. P. 185-188.