ПЕРЕЧИСЛЕНИЕ СОСТОЯНИЙ ОТКАЗА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Гришкевич А.А.[1], Степкина Ю.В.[2]

[1]Южно-Уральский государственный университет
454080, Россия, Челябинск, пр. Ленина, 76,
тел. (83512) 679087, E-mail: aag@susu.ac.ru
[2]Тольяттинский государственный университет
445667, Россия, Тольятти, ул. Белорусская, 14,
тел. (88482) 296682, E-mail: ulas@mail.ru,elektrik@tltsu.ru

Промышленное использование систем цифровой обработки сигналов предъявляет высокие требования к надежности функционирования подобных систем. В этой связи представляет интерес, в частности, исследование структур сложных систем с целью выявления таких элементов и их совокупностей, которые в наибольшей степени влияют на работу системы цифровой обработки сигналов.

Использование сечений при оценке надежности сложных систем достаточно традиционно [1]. В [2,3] рассматривается классификация сечений сложных систем на основе вклада в результирующие показатели надежности, и алгоритм формирования соответствующих классов. Ниже строится уточнение указанной классификации за счет учета новых типов отказов элементов путем дополнительного введения четырех новых классов. Приводятся характеристики классов и предлагается обобщение (модификация) алгоритма [2,3] для формирования дополнительных классов.

Пусть I_N – состояние нормальной работы элемента I системы L ($L=\{I\}$), I_S – состояние отказа типа «короткое замыкание» элемента I, I_R – состояние отказа типа «обрыв цепи» элемента I. Переходы между состояниями для каждого элемента системы описываются

$$I_N \to I_S \to I_R \to I_N \to \dots .$$

Введем в рассмотрение

$$Z_{I_N} = \varnothing,\ Z_{I_R} = \{I\},\ Z_{I_S} \subseteq L \ \ (I \in Z_{I_S})$$

– зоны влияния элементов в различных состояниях. Обычное влияние отказа типа R элемента состоит в выводе из работы этого элемента. Предположим, что нахождение элемента I в состоянии S эквивалентно нахождению множества $Z_{I_S} \subseteq L$ элементов в состоянии R. Обозначим

$$Z_x = \{\ I\ :\ I \in L,\ x \in Z_{I_S}\ \},\ x \in L .$$

Дополнительно введем в рассмотрение множество $Q \subseteq L$. Любой элемент $b \in Z_{I_S} \bigcap Q$ при переходе элемента I в состояние S с вероятностью q_b тоже переходит в состояние S (в состояние R переходят элементы множества Z_{b_S}), и

$$Z_{I_S} \subseteq Z_{I_S b_S} = Z_{I_S} \bigcup Z_{b_S} .$$

Такое состояние элемента b обозначим b_Q (переход отказа элемента I типа «короткое замыкание» через зону влияния I_S элемента I), $Z_{I_S b_Q} = Z_{I_S b_S}$. Указанное состояние Q тоже отнесем к состояниям отказа, предположив, что оно не совместимо с состояниями R и S.

Таким образом, каждый элемент I системы L может находиться в одном из четырех состояний I_α, $\alpha \in \{N,\ R,\ S,\ Q\}$. Состояние системы ω определяется состоянием каждого элемента и может быть описано как множество

$$\omega = \omega(L) = \ \{\ I^l_{\omega_l}\ :\ I^l \in L,\ \omega_l \in \{N,\ R,\ S,\ Q\},\ l = 1,\ 2,\ \dots\ ,\ n\ \}.$$

Обозначим $\Omega = \Omega(L) = \{\omega\}$ множество всех состояний системы. Множество отказавших элементов в состоянии $\omega \in \Omega$ обозначим

$$T_\omega = (\bigcup_{I_R \in \omega} I) \bigcup (\bigcup_{I_S \in \omega} \left(Z_{I_S} \bigcup \bigcup_{b \in Z_{I_S} \bigcap Q\ \&\ b_Q \in \omega} \left(Z_{b_S} \bigcup \bigcup_{c \in Z_{b_S} \bigcap Q\ \&\ c_Q \in \omega} Z_{c_S} \right) \right)),\ T_\omega \subseteq L .$$

Пусть $R = \{\ r\ :\ r \subseteq L\}$ набор совокупностей элементов, одновременное нахождение которых в состоянии R приводит к отказу системы. Состояние $\omega \in \Omega$ есть состояние отказа системы, если $\exists r \in R$, такой что $r \subseteq T_\omega$, и состояние успешной работы в противном случае. Таким образом $\Omega_W \bigcup \Omega_F = \Omega$ ($\Omega_W \bigcap \Omega_F = \varnothing$), где Ω_F – множество состояний отказа, Ω_W – множество состояний успешной работы системы. Состояние отказа является состоянием отказа с минимальными сечениями (MC-состоянием отказа), если для всех $I_\alpha \in \omega$ перевод элемента I из состояния I_R в состояние I_N, или из состояния I_S в состояние I_R, или из состояния I_Q в состояние I_N, возвращает систему в состояние успешной работы.

Требуется перечислить все состояния отказа с минимальными сечениями (MC-состояния отказа), в которых число различных элементов в состояниях R, S и Q не превышает трех, в предположении, что $\forall r \in R$ справедливо $|r| \le 3$. Последнее предположение [2,3] позволяет математически корректно обосновать правильность идентификации MC-состояний отказа и перечисление всех состояний отказа без пропусков при работе алгоритма.

Рассмотрим биекцию $\psi : L \to L$ множества L на себя, которая может быть изображена в виде соответствия

$$\psi = \begin{pmatrix} I^1 & I^2 & \dots & I^n \\ \psi(I^1) & \psi(I^2) & \dots & \psi(I^n) \end{pmatrix}.$$

Используя биекцию ψ, определим преобразование состояния $\omega \in \Omega$ в состояние $\eta \in \Omega$

$$\psi(\omega) = \psi(\omega(L)) = \psi(\ \{I^1_{\omega_1}, I^2_{\omega_2}, \dots, I^n_{\omega_n}\}\ ) = \{\ \psi(I^1_{\omega_1}), \psi(I^2_{\omega_2}), \dots, \psi(I^n_{\omega_n})\ \} =$$
$$= \{\ (\psi(I^1))_{\omega_1}, (\psi(I^2))_{\omega_2}, \dots, (\psi(I^n))_{\omega_n}\ \} = \omega(\psi(L)) = \{I^1_{\eta_1}, I^2_{\eta_2}, \dots, I^n_{\eta_n}\} = \eta.$$

Биекцию ψ в этом случае будем обозначать $\psi_{\omega\eta}$. Два состояния $\eta, \omega \in \Omega(L)$ назовем эквивалентными по отношению Θ, т.е. $\eta \equiv \omega(\Theta)$, если существует биекция $\psi_{\omega\eta}$ такая, что

$$\eta = \psi_{\omega\eta}(\omega) = \omega(\psi_{\omega\eta}(L)).$$

Рассмотрение фактормножества MC-состояний отказа по отношению эквивалентности Θ дает классификацию [3,4] состояний отказа $MC(\Omega_F)/\Theta = \{\ [\omega]\Theta\ \}$. И задача перечисления состояний отказа может быть рассмотрена как задача формирования сечений классов эквивалентности $[\omega]\Theta$. При этом принадлежность к определенному классу определяется структурными взаимосвязями элементов, образующих подобные состояния отказа. Использование таких структурных свойств существенно упрощает задачу поиска и перечисления состояний отказа системы.

Классификация состояний отказа, содержащих не более трех отказавших элементов в состояниях R и S, разработана в [2,3], где выделено 15 различных классов сечений $[J_i]\Theta$, $i = 1, 2, \dots, 15$, а именно

$$MC(\Omega_F(J_1)) = \{I_R\},$$
$$MC(\Omega_F(J_2)) = \{I_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_3)) = \{I_R K_R\},$$
$$MC(\Omega_F(J_4)) = \{I_S K_R\},$$
$$MC(\Omega_F(J_5)) = \{I_S K_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_6)) = \{I_S K_R,\ I_R K_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_7)) = \{I_R K_R O_R\},$$
$$MC(\Omega_F(J_8)) = \{I_S K_R O_R\},$$
$$MC(\Omega_F(J_9)) = \{I_R K_S O_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_{10})) = \{I_S K_S O_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_{11})) = \{I_S K_R O_R,\ I_R K_S O_R\},$$
$$MC(\Omega_F(J_{12})) = \{I_R K_S O_S,\ I_S K_R O_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_{13})) = \{I_S K_R O_R,\ I_R K_S O_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_{14})) = \{I_S K_R O_R,\ I_R K_S O_R,\ I_R K_R O_S\},$$
$$MC(\Omega_F(J_{15})) = \{I_R K_S O_S,\ I_S K_R O_S,\ I_S K_S O_R\}.$$

Рассмотрение отказов типа Q позволяет дополнительно выделить [5] следующие классы $[\omega_i]\Theta$, $i = 16, 17, 18, 19$, для которых

$$MC(\omega_{16}) = \{\ I_S b_Q\ \},$$
$$MC(\omega_{17}) = \{\ I_S c_Q b_Q\ \},$$
$$MC(\omega_{18}) = \{\ K_R I_S b_Q\ \},$$
$$MC(\omega_{19}) = \{\ K_S I_S b_Q\ \}.$$

В [2,3] разработан алгоритм формирования классов сечений $[J_i]\Theta$, $i = 1,\ 2,\ \dots,\ 15$. Рассмотрим расширение этого алгоритма [6,7]. Далее при записи алгоритма Q_i – вспомогательные множества, множествами M_i аппроксимируются классы $[\omega_i]\Theta$ (при сделанных выше предположениях $M_i = [\omega_i]\Theta$), $i = 16,\ 17,\ 18,\ 19$.

$$Q_{16}^1 = \{\ (I,\ b)\ (I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ b_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{16}^2 = \{\ (I,\ b)\ (I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{16}^3 = \{\ (I,\ b)\ (I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S b_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{16}^4 = \{\ (I,\ b)\ (I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R y_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{16}^5 = \{\ (I,\ b)\ (I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S x_R y_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$M_{16} = \{\ (I,\ b)\ (I_S b_Q \in MC(\Omega_F))\ :\ (I,\ b) \in \bigcup_{i=1}^{5} Q_{16}^i,\ I_S \in \Omega_W,\ I \neq b\ \}.$$

$$Q_{17}^1 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ c_S b_Q \in MC(\Omega_F),\ c \in Q,\ I \in Z_c\};$$

$$Q_{17}^2 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Q,\ c \in Z_b \bigcap Q,\ I \in Z_c\};$$

$$Q_{17}^4 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R y_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ c \in Z_b \bigcap Q,\ I \in Z_c\};$$

$$Q_{17}^3 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S b_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ c \in Z_b \bigcap Q,\ I \in Z_c\};$$

$$Q_{17}^5 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S x_R y_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ c \in Z_b \bigcap Q,\ I \in Z_c\};$$

$$Q_{17}^6 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ b_S c_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ c \in Q,\ I \in Z_b \bigcap Z_c\};$$

$$Q_{17}^7 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R y_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Q,\ c \in Z_y \bigcap Q,\ I \in Z_b \bigcap Z_c\};$$

$$Q_{17}^8 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S b_S c_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ c \in Q,\ I \in Z_b \bigcap Z_c\};$$

$$Q_{17}^9 = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in \Omega_F)\ :\ c_S x_R y_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ c \in Q,\ I \in Z_b \bigcap Z_c\};$$

$$M_{17} = \{\ (I,\ c,\ b)\ (I_S c_Q b_Q \in MC(\Omega_F))\ :\ (I,\ c,\ b) \in \bigcup_{i=1}^{9} Q_{17}^i,$$
$$I \neq b,\ I \neq c,\ b \neq c,\ I_S \in \Omega_W,\ I_S c_Q \in \Omega_W,\ I_S b_Q \in \Omega_W\ \}.$$

$$Q_{18}^1 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_R I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ b_S K_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{18}^2 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_R I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R K_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{18}^3 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_R I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S b_S K_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{18}^4 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_R I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ x_R y_R K_R \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$M_{18} = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_R I_S b_Q \in MC(\Omega_F))\ :\ (K,\ I,\ b) \in \bigcup_{i=1}^{4} Q_{18}^i,$$
$$K \neq I,\ K \neq b,\ I \neq b,\ I_S K_R \in \Omega_W,\ I_S b_Q \in \Omega_W\ \}.$$

$$Q_{19}^1 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_S I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ b_S K_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{19}^2 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_S I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_R x_R K_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{19}^3 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_S I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ I_S b_S K_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Q,\ I \in Z_b\};$$

$$Q_{19}^4 = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_S I_S b_Q \in \Omega_F)\ :\ x_R y_R K_S \in MC(\Omega_F),\ b \in Z_x \bigcap Z_y \bigcap Q,\ I \in Z_b\};$$

$$M_{19} = \{\ (K,\ I,\ b)\ (K_S I_S b_Q \in MC(\Omega_F))\ :\ (K,\ I,\ b) \in \bigcup_{i=1}^{4} Q_{19}^i,$$
$$K \neq I,\ K \neq b,\ I \neq b,\ K_S I_S \in \Omega_W,\ \ K_R I_S b_Q \in \Omega_W,\ K_S I_R b_Q \in \Omega_W\ \}.$$

Способ формирования множеств $Q_{16}^1 - Q_{16}^5$ ($Q_{17}^1 - Q_{17}^9, Q_{18}^1 - Q_{18}^4, Q_{19}^1 - Q_{19}^4$) обеспечивает $I_S b_Q \in \Omega_F$ ($I_S c_Q b_Q \in \Omega_F, K_R I_S b_Q \in \Omega_F, K_S I_S b_Q \in \Omega_F$). Для проверки того, что данное состояние является MC-состоянием отказа, требуется ряд дополнительных проверок, которые выполняются при формировании множества M_{16} (M_{17}, M_{18}, M_{19}).

Работу представленного алгоритма формирования классов сечений иллюстрируют следующие примеры. 1). Исходные данные (множества R, Q, Z_i): R={{1}}; Q={2}; Z_1={2}, Z_2={3}. Результаты: M_1={{1}},

M_2={{2}}, M_{16}={{3,2}}. 2). R={{1}}; Q={2,3}; Z_1={2}, Z_2={3}, Z_3={4}. M_1={{1}}, M_2={{2}}, M_{16}={{3,2}}, M_{17}={{4,3,2}}.

Литература

1. Надежность технических систем: Справочник / Ю. К. Беляев, В. А. Богатырев, В. В. Болотин и др.; Под. ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.

2. Гришкевич А.А. Классификация и перечисление состояний отказа при оценке надежности электрических систем // Известия АН. Энергетика. – 2001. – № 5. – С. 128-134.

3. Гришкевич А.А. Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем: Монография. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 258 с.

4. Гришкевич А.А. Комбинаторный метод оценки надежности сложных электрических цепей // Электричество. – 2000. – № 8. – С. 53-61.

5. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В. Перечисление состояний отказа при расчетах надежности сложных систем // Алгоритмический анализ неустойчивых задач: Тез. докл. Всероссийской конференции. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2004. – С. 260-261.

6. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В., Куренкова О.А. Алгоритм перечисления состояний отказа при оценке надежности сложных систем // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ и диагностика: Труды международной конференции «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке и технике – КЛИН–2004» / Под общ. ред. Л.И.Волгина. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Том 4. – С. 35-37.

7. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В. Перечисление состояний отказа специального вида при расчетах надежности электрических систем // Энергетика, Экология, Энергосбережение, Транспорт: часть 2 / под ред В.П.Горелова, Н.Н.Лизалека, В.В.Охотниковой. – Тобольск: Новосиб.гос.акад.водн.трансп., 2004. – С. 40-48.