

МЕТОД ФОКУСИРОВКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК АМПЛИТУД ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ БЫСТРОПЕРЕМЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Ханян Г.С.

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И.Баранова
Тел.: 552-47-39, факс 552-49-10, e-mail: khanian@mail.ru

Известно, что наиболее существенным недостатком дискретного преобразования Фурье

$$S_m = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-i2\pi mn/N}; \quad m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

является эффект просачивания амплитуды, проявляющийся в том, что оценка амплитуды a гармонического колебания с частотой f и начальной фазой φ

$$s(t) = a \cos(2\pi f t + \varphi); \quad -\infty < t < +\infty \quad (2)$$

по максимуму спектра амплитуд

$$A_m = 2 |S_m|; \quad m = 1, 2, \dots, N/2 - 1 \quad (3)$$

N -точечной цифровой реализации фрагмента сигнала конечной длительности $T=N/F$

$$s_n = s(n/F) = a \cos(2\pi n f / F + \varphi); \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (4)$$

полученной с частотой дискретизации $F > 2f$, является в общем случае заниженной.

О степени этого занижения свидетельствует выведенная в [1] формула

$$a = A_M \frac{\pi\mu}{\sin \pi\mu}; \quad \mu = fT - \left[fT + \frac{1}{2} \right]; \quad -\frac{1}{2} \leq \mu < \frac{1}{2}, \quad (5)$$

восстанавливающая амплитуду a по значению максимума

$$A_M = \max_{m=1, \dots, N/2-1} A_m, \quad (6)$$

определяемого как раз по адресу $M = fT - \mu$ путем перебора составляющих спектра A_m .

Параметр μ , фигурирующий в (5), представляет собой дробный добавок к округленной безразмерной частоте сигнала fT . Примечательно, что он определяется по боковым соседям максимума – левому A_{M-1} и правому A_{M+1} :

$$\mu = \frac{A_{M+1} - A_{M-1}}{A_{M+1} + A_{M-1}}. \quad (7)$$

Вычисленное значение μ используется не только для восстановления амплитуды, но и для уточнения частоты и для компенсации (с точностью до 1°) начальной фазы колебания:

$$f = (M + \mu) / T, \quad \varphi = \arg S_M - \pi\mu. \quad (8)$$

Относительная погрешность формул (5) и (7) составляет менее 1% – при длине цифровой реализации $N \geq 256$ и при отступлении от краев спектра более чем на 25 бин (т.е. при $25 < M < N/2 - 25$), что вполне отвечает обычной практике дискретного спектрального анализа.

Таким образом, просачивание амплитуды, в основном, зависит от параметра μ . При $\mu=0$ оно отсутствует (т.к. $A_M = a$), а при $|\mu|=0.5$ эффект максимален и значителен – амплитуда занижается почти на 36% (т.к. $A_M/a = 2/\pi \approx 0.64$).

Несмотря на высокую точность, формула восстановления амплитуды (5) имеет, все же, ограниченное применение. Установлено, что она надежно работает для монохроматического сигнала, а также для полигармонического сигнала, гармонические компоненты которого отстоят друг от друга на значительном расстоянии (более 32 бин). При близости компонент по частоте или при наличии шума, влияние этих факторов на точность вычисления амплитуды a оказывается сильнее эффекта просачивания. В этих условиях среднеквадратичная амплитуда

$$\bar{a} = \sqrt{A_{M-1}^2 + A_M^2 + A_{M+1}^2}, \quad (9)$$

вычисленная по отмеченным выше трем составляющим, представляет собой существенно более стабильную оценку амплитуды. И в общем случае, для реальных процессов, данная формула предпочтительнее, несмотря на то, что для чистого гармонического сигнала по своей точности она уступает (5), а именно: отношение \bar{a}/a изменяется здесь от 0.925 (при $|\mu|=0.5$) до 1.0 (при $\mu=0$).

Моделирование процессов типа «гармоника+шум» показывает, что при усреднении \bar{a} по реализациям относительная погрешность $1 - \bar{a}/a$ оценки амплитуды a сохраняется в указанных пределах $0 \div 7.5\%$, если только амплитуда полезного сигнала превалирует в спектре над амплитудами шумовых компонент. При этом отношение среднеквадратичного отклонения случайной величины \bar{a} к своему выборочному среднему значению обратно пропорционально отношению «сигнал/шум». С такой же точностью оцениваются амплитуды гармонических составляющих «незашумленного» полигармонического

сигнала, отстоящие друг от друга на расстоянии не менее 5 бин – вместо упомянутых выше 32 бин как при оценке посредством (5).

Таким образом, среднеквадратичное суммирование компонент спектра амплитуд в окрестности максимального пика оказывает ощутимое сглаживающее действие на эффект просачивания. В связи с этим возникает идея не ограничиваться тремя компонентами, а расширить пределы суммирования настолько, насколько это возможно. Эта идея подсказана содержанием известной в теории рядов теоремы (равенства Парсеваля) и реализована в методе, названном фокусировкой спектральной плотности мощности.

Суть метода заключается в разбиении спектра на смежные участки, границами которых являются адреса локальных минимумов спектра, в вычислении суммы компонент спектра на каждом таком участке, в обнулении этих компонент и в размещении суммы на месте локального максимума спектра, принадлежащего данному участку. Метод реализован в виде универсального по отношению к структуре спектральных данных и быстрого вычислительного алгоритма – время его выполнения примерно на порядок меньше времени выполнения быстрого преобразования Фурье.

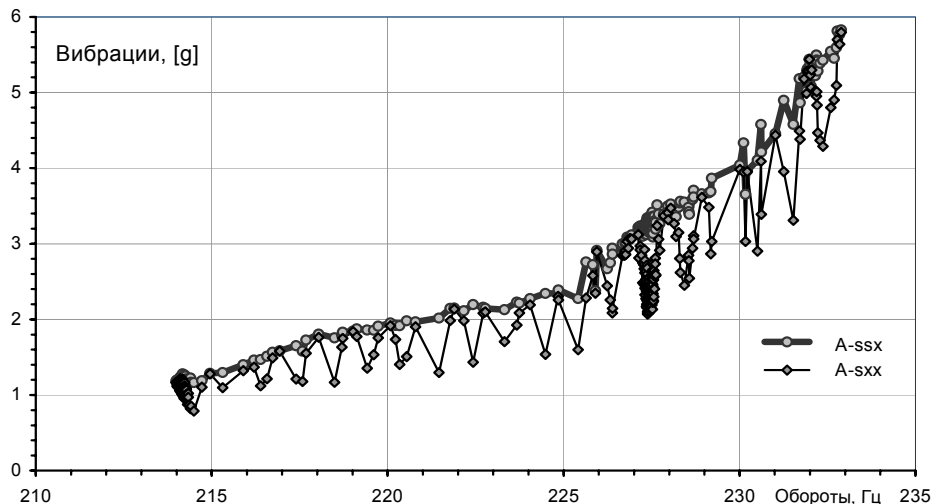


Рис.1. Зависимость амплитуды первой роторной гармоники вибраций от оборотов ротора авиадвигателя, полученная с применением фокусировки (A-ssx) и прямоугольного окна (A-sxx)

Метрологическим преимуществом метода фокусировки перед широко применяемым способом борьбы с эффектом просачивания – методом окон [2] – является то, что не происходит ухудшения спектрального разрешения и не возникает диспропорции между суммой компонент СПМ и дисперсией цифровой реализации сигнала. В применении к чистому гармоническому сигналу (2) алгоритм автоматически суммирует все компоненты СПМ, и на практике достигается результат оценки амплитуды, лишь незначительно (на доли процента) отличающийся от a .

Исследования быстропеременных динамических процессов, происходящих в деталях и узлах авиационных двигателей и стационарных газотурбинных установок, показали, что применение фокусировки в условиях «зашумленности» гармонических колебаний приводит к значительно более гладкому (правдоподобному) поведению амплитуды колебания в зависимости от причинно обуславливающих параметров (частоты вращения ротора, режима горения топливовоздушной смеси и т.д.). Об этом свидетельствуют следующие два примера.

На рис.1 приведены графики амплитуды вибраций на частоте вращения компрессора высокого давления двухвального авиационного двигателя в зависимости от самой частоты вращения. Данные характеристики, в целях сравнительного анализа, сняты с использованием метода фокусировки и с применением прямоугольного окна в чистом виде.

Данные по 360 точкам получены программой цифровой обработки сигналов quatrix.exe [3] обработкой записи режима приемистости при испытаниях авиадвигателя на высотном стенде Научно-испытательного центра ЦИАМ.

Каждая точка представляет собой результат спектрального анализа цифровой реализации сигнала от датчика виброускорения, установленного на передней опоре ротора в горизонтальном направлении. Анализ проводился в полосе частот 0÷1024 Гц с длительностью реализации $T=1$ сек при числе отсчетов $N=2048$. Частота вращения ротора определялась по адресу максимального пика в спектре тахометрического сигнала, а поправка к частоте вычислялась по формуле (7).

Кривые на рис.1 полностью подтверждают изложенную выше теорию. В самом деле, в данном режиме испытания частота вращения ротора изменялась в пределах 214÷233 Гц, принимая как целые, так и нецелые значения (совпадающие в размерном и безразмерном исчислении – в силу того, что спектральное разрешение составляет 1 Гц). Видно, что характеристика, полученная методом фокусировки, ведет себя

более адекватно изменениям оборотов, поскольку менее «изрезана» по сравнению с данными, полученными без фокусировки. Это подтверждается не только тем, что при постановке эксперимента не было причин для разброса амплитуды, но в большей степени характером этого разброса для кривой, вычисленной без применения фокусировки. Отчетливо видно, что на целых частотах (когда $\mu=0$ и просачивание отсутствует) амплитуды A-ssx и A-sxx практически совпадают (верхняя кривая является, как бы, огибающей нижней кривой). В то же время на полуцелых частотах, при максимальном просачивании ($\mu=-0.5$), эти типы амплитуд максимально отличаются. Причем, видно насколько: в соответствии с формулой (5), в которой роль A-sxx играет A_M – как раз примерно на 36%.

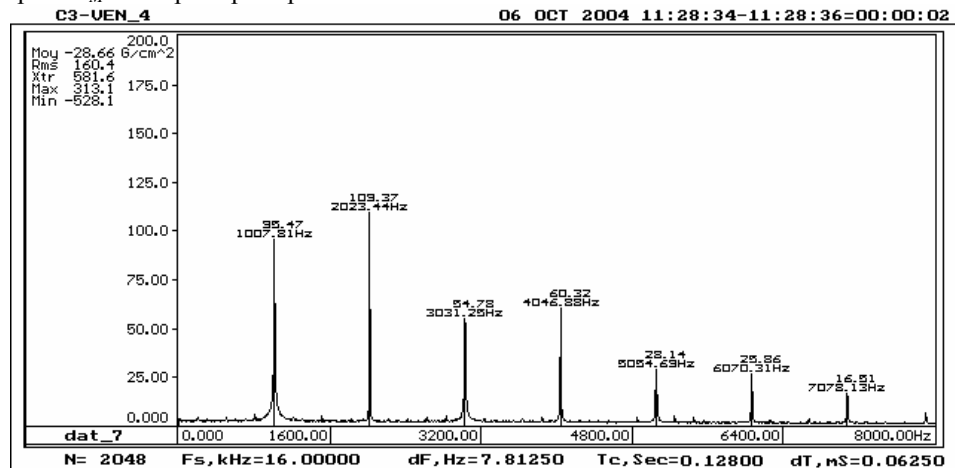


Рис.2. Исходный (нефокусированный) спектр амплитуд процесса пульсаций давления

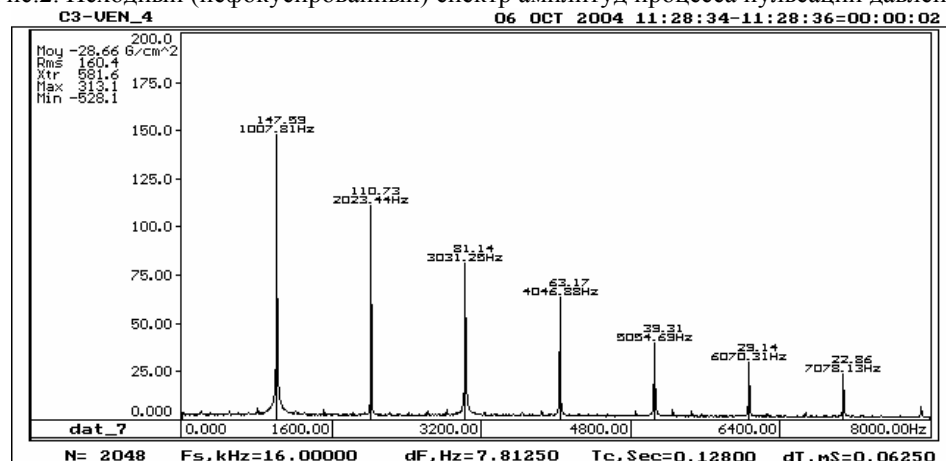


Рис.3. Спектр амплитуд пульсаций давления после фокусировки гармонических составляющих процесса

На рис.2 и 3 приведен пример спектрального анализа реального быстропеременного аэродинамического процесса с ярко выраженным полигармоническим характером. Это процесс пульсаций давления вблизи второй ступени модели биротативного винтовентилятора авиационного двигателя. Он получен на стендовом испытании, проведенном в Научно-испытательном центре ЦИАМ.

Как и в предыдущем исследовании, спектр амплитуд получен двумя методами – без фокусировки с ее применением. При этом проводилось усреднение СПМ по 20 реализациям.

Видно, насколько адекватно результат применения фокусировки отражает физическую природу процесса. Совершенно естественным, отвечающим динамическим свойствам данного объекта, выглядит на рис.3 падение уровня амплитуд гармоник с ростом частоты по единому экспоненциальному закону, в то время как на рис.2 такое падение уровня имеет место отдельно для четных и нечетных гармоник, по-разному искаженным эффектом просачивания.

В силу универсальности методологической базы (дискретный спектральный анализ) метод фокусировки применим не только для исследования быстропеременных динамических процессов при испытаниях изделий авиакосмической отрасли, но и в приложениях цифровой обработки сигналов в других областях науки и техники (радиолокация, сейсмология и т.д.).

Литература

1. Ханян Г.С. Аналитическое исследование и оценка погрешностей в задаче измерения параметров гармонического сигнала методом преобразования Фурье // Измерительная техника. 2003. № 8, с. 3-10.
2. Харрис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье // ТИИЭР, т. 66, №1, январь, 1978, с. 60-96.
3. Ханян Г.С., Шеина Н.В. Система цифровой обработки сигналов для информационного обеспечения

стендовых испытаний ГТД // “Научный вклад в создание авиационных двигателей”. Сб. трудов ЦИАМ под ред. В.А. Скибина и В.И. Солонина. – М.: “Машиностроение”, 2000, кн. 2, с. 534-536.

