

**МЕТОДЫ МНОГОСКОРОСТНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В ЗАДАЧАХ ОБРАТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Линович А.Ю.

Рязанская государственная радиотехническая академия

Задача обратного моделирования сама по себе не нова и может быть кратко сформулирована следующим образом [1]. Пусть имеется система с неизвестной передаточной функцией  $P(z)$ . Требуется построить цифровой фильтр  $N$ -го порядка с такой передаточной функцией  $W(z)$ , чтобы последовательное соединение звеньев  $P(z)$  и  $W(z)$  вносило бы минимальные, в среднеквадратическом смысле, искажения в передаваемый сигнал. Для этого последовательное соединение указанных звеньев должно быть звеном чистой задержки, т.е.

$$P(z) \cdot W(z) \approx z^{-\Delta}, \tag{1}$$

где  $\Delta$  — задержка, вносимая в сигнал.

Если  $d[k]$  — обучающая последовательность (желаемый сигнал), а  $y[k]$  — восстановленный сигнал, то условие (1) может быть достигнуто решением задачи оптимизации:

$$E\{[d[k - \Delta] - y[k]]^2\} \rightarrow \min_{W_n, n=1, N} \tag{2}$$

Здесь  $W_n, n=1, N$  — весовые коэффициенты фильтра с передаточной функцией  $P(z)$ ,  $E$  — оператор математического ожидания. Решение задачи (2) на практике осуществляется с помощью адаптивных алгоритмов.

В системах связи роль неизвестной системы играет канал связи, вносящий частотные искажения в сигнал, а задача обратного адаптивного моделирования называется задачей выравнивания и решается эквалайзером, основу которого составляет адаптивный фильтр (рис. 1).

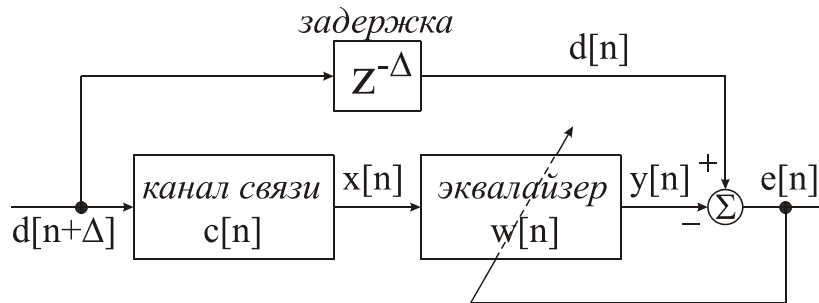


Рис. 1. Постановка задачи обратного моделирования

Включение на выходе канала связи адаптивного фильтра позволяет значительно повысить скорость передачи данных. Однако в ряде случаев для реализации обратной передаточной функции с заданной точностью требуется настраивать КИХ-фильтры с большим числом весовых коэффициентов. Поэтому во многих практических приложениях, таких как xDSL (DSL — digital subscriber lines), настройка устройства выравнивания характеристик канала (эквалайзера) оказывается вычислительно трудоемкой задачей и происходит слишком медленно при использовании алгоритма МНК и его модификаций.

Известно, что значительно уменьшить вычислительные затраты позволяет использование системы анализа-синтеза [2]. В таком случае из исходного сигнала подсистемой анализа выделяются отдельные полосы частот, каждая полоса обрабатывается отдельным адаптивным фильтром, а затем выходные сигналы адаптивных фильтров объединяются подсистемой синтеза. Подсистемы анализа и синтеза, как правило, строятся на основе банков фильтров (БФ) анализа и синтеза, соответственно [3]. При этом, импульсные характеристики фильтров подсистемы анализа могут рассматриваться как базисные функции частотно-временного разложения [4]. Структура субполосного адаптивного фильтра (САФ) показана на рис. 2. Вторая подсистема анализа требуется для разбиения обучающего сигнала.

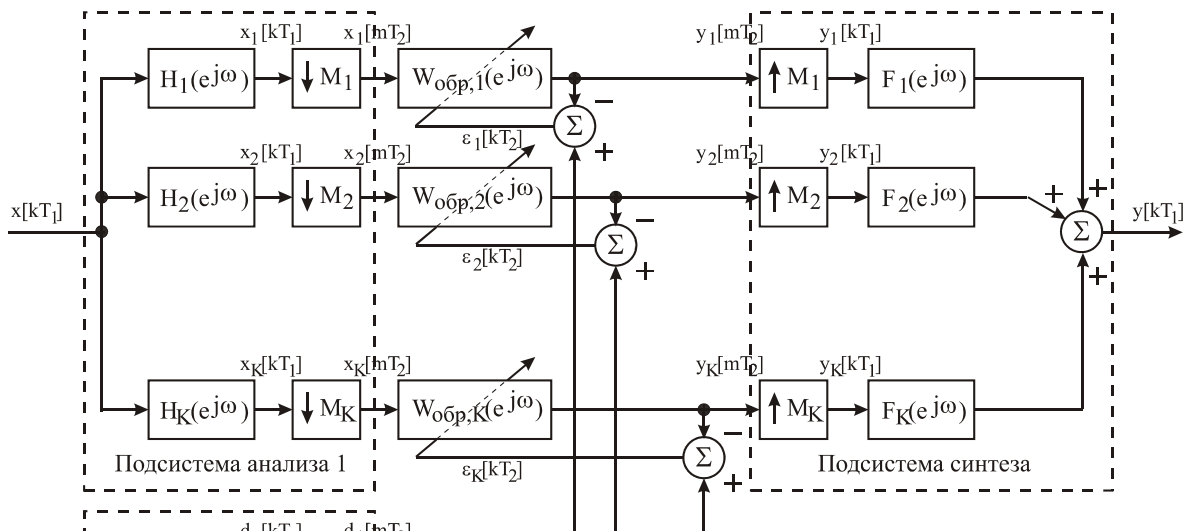


Рис. 2. Структура субполосного адаптивного фильтра

Сокращение вычислительных затрат в САФ достигается благодаря понижению частоты дискретизации в субполосных каналах в  $M_i$  раз, где  $i = \overline{1, K}$  — порядковый номер канала. Как показано в [5], субполосное разбиение позволяет сократить вычислительные затраты в  $M^2/K$  раз для  $O(N)$  адаптивных алгоритмов, таких как МНК, и в  $M^3/K$  раз для  $O(N^2)$  алгоритмов, к которым относится РНК [6], если

$$M_1 = M_2 = \dots = M_K = M. \quad (3)$$

В случае равенства по вычислительным затратам субполосное разбиение обеспечивает улучшение качества (точности) настройки.

При равных коэффициентах децимации во всех полосах (см. (3)) и, соответственно, равномерном разбиении по частоте САФ должен быть комплексным, т.е. фильтры подсистем анализа и синтеза, а также сами адаптивные фильтры должны иметь комплексные коэффициенты. Кроме того, должно выполняться следующее неравенство:

$$M_i < K, \quad i = \overline{1, K}, \quad (4)$$

которое означает немаксимальную децимацию. БФ с немаксимальной децимацией получили название OSFB (oversampled filter banks). В случае максимальной децимации, когда  $M_i = K$  ( $i = \overline{1, K}$ ), проявляется эффект наложения спектров на частотах, близких к  $i \cdot \pi/K$ , где  $i = \overline{1, K-1}$ . Имеется два способа борьбы с наложением спектров: применение БИХ-фильтров анализа-синтеза [7] и включение кросс-фильтров между смежными полосами [8]. Но оба эти способа мало эффективны.

Избежать эффекта наложения при децимации позволяет децимация с запасом по частоте дискретизации [9, 10]. Построение комплексных БФ с немаксимальной децимацией (с запасом по частоте дискретизации) и равномерным разбиением по частоте рассматривается в [11, 12]. Комплексные фильтры анализа получаются на основе фильтра-прототипа с вещественными коэффициентами в результате применения обобщенного дискретного преобразования Фурье (ДПФ):

$$h_i(k) = p(k) \cdot e^{j \frac{2\pi}{K} \left( i + \frac{1}{2} \right) (k + k_0)} \quad (5)$$

где  $k_0 = -(N_p - 1)/2$ ,  $N_p$  — порядок фильтра-прототипа  $p(k)$ , а  $K$  — четное (число каналов САФ). Так как входной сигнал вещественный, половину частотных каналов можно не использовать.

Альтернативой равномерному разбиению является разбиение на неравные полосы частот. В этом случае появляется возможность использовать вещественные коэффициенты, что для вещественных сигналов сокращает вычислительные затраты. Алгоритм расчета OSFB данного класса представлен в [13].

При использовании для настройки АФ алгоритма МНК (и его модификаций), кроме сокращения вычислительных затрат, субполосное разбиение позволяет повысить скорость адаптации (при равной точности настройки в установившемся режиме).

В случае неравномерного распределения искажений по частоте порядок АФ в каналах со «слабыми» искажениями можно дополнительно понизить, практически не ухудшая качества настройки. Последний факт позволяет дополнительно сократить вычислительные затраты.

В докладе приводятся также результаты модулирования в MATLAB, показывающие как возрастают преимущества субполосной реализации адаптивного фильтра с увеличением числа полос и порядка адаптивного фильтра. Некоторые результаты можно найти в [14].

#### Литература

1. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М: Радио и связь, 1989. – 440 с.
2. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М: Радио и связь, 1993. – 240 с.
3. Вайдьянатхан П.П. Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: Методический обзор // ТИИЭР, №3, 1990. – С.77-119.
4. M. Vetterli and C. Herley, “Wavelets and Filter Banks: Theory and Design,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, pp. 2207-2232, Sep. 1992.
5. R.W. Stewart, S. Weiss, D. Garcia-Alis, and G.C.Freeland, “Subband Adaptive Equalization of Time-Varying Channels,” In *Proceedings of 33rd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers I*, pages pp. 534-538.
6. Адаптивные фильтры: Пер. с англ. / Под ред. К.Ф. Коуэна и П.М. Гранта. – М: Мир, 1988. – 392 с.
7. A. Gilloire and M. Vetterli, “Adaptive Filtering in Subbands with Critical Sampling: Analysis, Experiments, and Application to Acoustic Echo Cancellation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, pp. 1862–1875, Aug. 1992.
8. O. Tanrikulu, B. Baykal, A.G. Constantinides, and J.A. Chambers, “Residual Signal in Subband Acoustic Echo Cancellers,” *Proceedings of EUSIPCO 96*, I, pp. 21–24, Sept. 1996.
9. Крошьер Р.Е. и Рабинер Л.Р. Интерполяция и децимация цифровых сигналов: Методический обзор // ТИИЭР, №3, 1981. – С.14-49.
10. R.E. Crochiere and L.R. Rabiner, “*Multirate Digital Signal Processing*,” Prentice Hall, 1983.
11. Z. Cvetković and M. Vetterli, “Oversampled Filter Banks,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, pp. 1245-1255, May 1998.
12. Z. Cvetković and M. Vetterli, “Tight Weyl-Heisenberg Frames in  $\mathbb{P}(\mathbb{Z})$ ,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, pp. 1256-1259, May 1998.
13. M. Harteneck, S. Weiss, and R. W. Stewart, “Design of Near Perfect Reconstruction Oversampled Filter Banks for Subband Adaptive Filters,” *IEEE Transactions on Circuits & Systems II*, vol. 46, pp. 1081–1086, August 1999.
14. Линович А.Ю., Витязев В.В. Субполосная адаптивная фильтрация в задачах обратного моделирования // Цифровая обработка сигналов, №1, 2004. – С.41-48.

