

## МНОГОКАНАЛЬНЫЙ БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ АФФИННЫХ ПРОЕКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБРАТНОГО QR РАЗЛОЖЕНИЯ

Джиган В. И.

ГУП НПЦ “ЭЛВИС”, а/я 19, Центральный проспект, Зеленоград, г. Москва К-460, Россия 124460  
Тел.: +7-095-531-1961. Эл. почта: [djigan@elvees.ru](mailto:djigan@elvees.ru). Интернет: <http://www.elvees.ru>

**Аннотация:** В статье рассматривается многоканальный быстрый алгоритм аффинных проекций (FAP) для адаптивных фильтров с неодинаковым числом весовых коэффициентов в каналах. В алгоритме используется быстрое обратное QR разложение для вычисления весовых коэффициентов фильтров линейного предсказания и энергий ошибок предсказания, являющихся частью вычислений, необходимых в таких алгоритмах. Результаты моделирования демонстрируют работоспособность и эффективность FAP алгоритма по сравнению с многоканальным NLMS алгоритмом в решении задачи подавления акустического эхо.

Алгоритм аффинных проекций (Affine Projection, AP) [1] в настоящее время широко применяется в адаптивных фильтрах с большим числом весовых коэффициентов (например, для подавления сигналов акустического эхо). Это обусловлено существованием быстрой одноканальной версии этого алгоритма (Fast AP, FAP) [2], вычислительная сложность которой сравнима со сложностью нормализованного алгоритма по критерию наименьшего среднеквадратичного отклонения (Normalized Least Mean Squares, NLMS). В работе [3] был рассмотрен способ построения многоканального FAP алгоритма для фильтров с одинаковым числом весовых коэффициентов в каналах. Во всех FAP алгоритмах требуется вычислять весовые коэффициенты фильтров  $\mathbf{h}_{L-1}^f(k)$ ,  $\mathbf{h}_{L-1}^b(k)$  и энергии ошибок  $E^f(k)$ ,  $E^b(k)$  линейного предсказания. Для этой цели могут быть использованы быстрые рекурсивные алгоритмы адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) со скользящим окном (Sliding Window, SW) в части вычисления коэффициентов Калмана. В [4], для этого был использован SW FTF (Fast Transversal Filter) алгоритм.

В настоящей статье представлена вычислительная процедура многоканального FAP алгоритма с неодинаковым числом комплексных весовых коэффициентов в каналах, табл. 1, и быстрая процедура для вычисления переменных  $\mathbf{h}_{L-1}^f(k)$ ,  $\mathbf{h}_{L-1}^b(k)$ ,  $E^{-0.5f}(k)$  и  $E^{-0.5b}(k)$ , табл. 2, на основе обратного QR разложения.

В табл. 1,  $\mathbf{c}_N(k) = [\mathbf{x}_{N_1}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_m}^T(k), \dots, \mathbf{x}_{N_M}^T(k)]^T$  – вектор входных сигналов многоканального адаптивного фильтра,  $\mathbf{X}_{NL}(k) = [\mathbf{c}_N(k), \mathbf{c}_N(k-1), \dots, \mathbf{c}_N(k-L+1)]$  – SW матрица входных данных фильтра,  $N = \sum_{m=1}^M N_m$  – суммарное число весовых коэффициентов фильтра,  $N_m$  – число коэффициентов в  $m$ -м канале,  $M$  – число каналов,  $L$  – размер проекции,  $k$  – номер итерации алгоритма,  $\alpha(k)$  – ошибка на выходе фильтра (выходной сигнал).

Таблица 1. Многоканальный FAP алгоритм

Вычисления	Ссылки
<p><b>Initialization :</b> <math>\mathbf{c}_N(0) = \mathbf{0}_N</math>; <math>\hat{\mathbf{h}}_N(0) = \mathbf{0}_N</math>; <math>\mathbf{X}_{NL}(0) = \mathbf{0}_{NL}</math>; <math>\mathbf{b}_L(0) = \mathbf{0}_L</math>; <math>\mathbf{p}_L(0) = \mathbf{0}_L</math>;</p> <p><math>\mu(0) = \mu</math>; <math>\mathbf{r}_{L-1}(k) = \mathbf{0}_{L-1}</math>; <math>\mathbf{s}_{L-1}(k) = \mathbf{0}_{L-1}</math>; <math>\mathbf{h}_{L-1}^f(0) = \mathbf{0}_{L-1}</math>; <math>\mathbf{h}_{L-1}^b(0) = \mathbf{0}_{L-1}</math>;</p> <p><math>E^{-0.5f}(0) = \delta^{-0.5}</math>; <math>E^{-0.5b}(0) = \delta^{-0.5}</math>; <math>\mathbf{g}_{L-1,m}^U(0) = \mathbf{0}_{L-1}</math>; <math>\mathbf{g}_{L-1,m}^D(0) = \mathbf{0}_{L-1}</math>; <math>\mathbf{u}_{L-1,m}^U(0) = \mathbf{0}_{L-1}</math>;</p> <p><math>\mathbf{u}_{L-1,m}^D(0) = \mathbf{0}_{L-1}</math>; <math>b_{L-1,m}^U(0) = 1</math>; <math>b_{L-1,m}^D(0) = 1</math>; <math>m = 1, \dots, M</math></p>	(1.0)
<b>For</b> $k = 1, 2, \dots, K$	
$\mathbf{r}_{L-1}(k) = \mathbf{r}_{L-1}(k-1) + \sum_{m=1}^M [x_m(k)\mathbf{x}_{L-1,m}^*(k-1) - x_m(k-N_m)\mathbf{x}_{L-1,m}^*(k-N_m-1)]$	(1.1)
$\mathcal{E}(k) = d(k) - \hat{\mathbf{h}}_N^H(k-1)\mathbf{c}_N(k)$	(1.2)
$\alpha(k) = \mathcal{E}(k) - \bar{\mathbf{p}}_{L-1}^H(k-1)\mathbf{r}_{L-1}(k)$	(1.3)

$$\mathbf{f}_L(k) = \begin{bmatrix} \alpha(k) \\ [1 - \mu(k-1)]\mathbf{f}_{L-1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

**For**  $m = 1, 2, \dots, M$

$$\text{Вычисление } E^{-0.5f}(k), E^{-0.5b}(k), \mathbf{h}_{L-1}^f(k), \mathbf{h}_{L-1}^b(k) \quad (1.5)$$

**End for**  $m$

$$\mathbf{e}_L(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{s}_{L-1}(k-1) \end{bmatrix} + E^{-1f} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{h}_{L-1}^f(k) \end{bmatrix} [1, -\mathbf{h}_{L-1}^{fH}(k)] \mathbf{f}_L^*(k) \quad (1.28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{L-1}(k) \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{e}_L(k) - E^{-1b}(k) \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{h}_{L-1}^b(k) \end{bmatrix} [1, -\mathbf{h}_{L-1}^{bH}(k)] \mathbf{f}_L^*(k) \quad (1.29)$$

$$\mathbf{s}_{L-1}(k) = [1 - \mu(k)]\mathbf{z}_{L-1}(k) \quad (1.30)$$

$$\mathbf{p}_L(k) = \mu(k)\mathbf{e}_L(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{p}}_{L-1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_N(k) = \hat{\mathbf{h}}_N(k-1) + \mathbf{c}_N(k-L+1)p_{L-1}(k) \quad (1.32)$$

**End for**  $k$

Табл. 2 представляет собой часть быстрого SW RLS алгоритма на основе обратного QR разложения [5], модифицированного для использования в многоканальном FAP алгоритме с комплексными весовыми коэффициентами.

Таблица 2. Вычисление переменных  $E^{-0.5f}(k)$ ,  $E^{-0.5b}(k)$ ,  $\mathbf{h}_{L-1}^f(k)$ ,  $\mathbf{h}_{L-1}^b(k)$

Вычисления	Ссылки
$\alpha_{L-1,m}^{fU}(k) = x_m^*(k) - \mathbf{h}_{L-1}^{fH}(k-1)\mathbf{x}_{L-1,m}^*(k)$	(2.1)
$\tilde{a}_{L,m}^{fU}(k) = E^{-0.5f}(k-1)\alpha_{L-1,m}^{fU}(k)$	(2.2)
$b_{L,m}^U(k) = \sqrt{b_{L-1,m}^{2U}(k-1) + \tilde{a}_{L,m}^{fU*}(k)\tilde{a}_{L,m}^{fU}(k)}$	(2.3)
$c_m^{fU}(k) = b_{L-1,m}^U(k-1) / b_{L,m}^U(k)$	(2.4)
$s_m^{fU}(k) = \tilde{a}_{L,m}^{fU*}(k) / b_{L,m}^U(k)$	(2.5)
$\mathbf{q}_{L-1,m}^{fU}(k) = c_m^{fU}(k)\mathbf{u}_{L-1,m}^U(k-1) - s_m^{fU*}(k)\mathbf{h}_{L-1}^f(k-1)E^{-0.5f}(k-1)$	(2.6)
$\mathbf{h}_{L-1}^{fU}(k) = \mathbf{h}_{L-1}^f(k-1) + \mathbf{g}_{L-1,m}^U(k-1)\alpha_{L-1,m}^{fU*}(k)$	(2.7)
$q_{L-1,m}^{fU}(k) = E^{-0.5f}(k-1)s_m^{fU*}(k)$	(2.8)
$E^{-0.5fU}(k) = c_m^{fU}(k)E^{-0.5f}(k-1)$	(2.9)
$\begin{bmatrix} q_{L-1,m}^{fU}(k) \\ \mathbf{q}_{L-1,m}^{fU}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L-1,m}^{bU}(k) \\ q_{L-1,m}^{bU}(k) \end{bmatrix}$	(2.10)
$\alpha_{L-1,m}^{bU}(k) = x_m^*(k-L) - \mathbf{h}_{L-1,m}^{bH}(k-1)\mathbf{x}_{L-1,m}^*(k)$	(2.11)
$\tilde{a}_{L,m}^{bU}(k) = E^{-0.5b}(k-1)\alpha_{L-1,m}^{bU}(k)$	(2.12)
$b_{L-1,m}^U(k) = \sqrt{b_{L,m}^{2U}(k) - \tilde{a}_{L,m}^{bU*}(k)\tilde{a}_{L,m}^{bU}(k)}$	(2.13)
$c_m^{bU}(k) = b_{L-1,m}^U(k) / b_{L,m}^U(k)$	(2.14)
$s_m^{bU}(k) = \tilde{a}_{L,m}^{bU*}(k) / b_{L,m}^U(k)$	(2.15)

$$\mathbf{u}_{L-1,m}^U(k) = c_m^{-1bU}(k) \left[ \mathbf{q}_{L-1,m}^{bU}(k) + E^{-0.5b}(k-1) s_m^{bU*}(k) \mathbf{h}_{L-1}^b(k-1) \right] \quad (2.16)$$

$$\mathbf{g}_{L-1,m}^U(k) = \mathbf{u}_{L-1,m}^U(k) / b_{L-1,m}^U(k) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{h}_{L-1}^{bU}(k) = \mathbf{h}_{L-1}^b(k-1) + \mathbf{g}_{L-1,m}^U(k) \alpha_{L-1,m}^{bU*}(k) \quad (2.18)$$

$$E^{-0.5bU}(k) = c_m^{bU}(k) E^{-0.5b}(k-1) \quad (2.19)$$

$$\alpha_{L-1,m}^{fD}(k) = x_m^*(k - N_m) - \mathbf{h}_{L-1}^{fUH}(k) \mathbf{x}_{L-1,m}^*(k - N_m - 1) \quad (2.20)$$

$$\tilde{a}_L^{fD}(k) = E^{-0.5fU}(k) \alpha_{L-1,m}^{fD}(k) \quad (2.21)$$

$$b_{L,m}^D(k) = \sqrt{b_{L-1,m}^{2D}(k-1) - \tilde{a}_{L,m}^{fD*}(k) \tilde{a}_{L,m}^{fD}(k)} \quad (2.22)$$

$$c_m^{fD}(k) = b_{L-1,m}^D(k-1) / b_{L,m}^D(k) \quad (2.23)$$

$$s_D^{f(m)}(k) = \tilde{a}_{L,m}^{fD*}(k) / b_{L,m}^D(k) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{q}_{L-1,m}^{fD}(k) = c_m^{fD}(k) \mathbf{u}_{L-1,m}^D(k-1) - s_m^{fD*}(k) \mathbf{h}_{L-1}^{fU}(k) E^{-0.5fU}(k) \quad (2.25)$$

$$\mathbf{h}_{L-1,m}^f(k) = \mathbf{h}_{L-1}^{fU}(k) - \mathbf{g}_{L-1,m}^D(k-1) \alpha_{L-1,m}^{fD*}(k) \quad (2.26)$$

$$q_{L-1,m}^{fD}(k) = E^{-0.5fU}(k) s_m^{fD*}(k) \quad (2.27)$$

$$E^{-0.5f}(k) = c_m^{fD}(k) E^{-0.5fU}(k) \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} q_{L-1,m}^{fD}(k) \\ \mathbf{q}_{L-1,m}^{fD}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{L-1,m}^{bD}(k) \\ q_{L-1,m}^{bD}(k) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\alpha_{L-1,m}^{bD}(k) = x_m^*(k - L - N_m) - \mathbf{h}_{L-1}^{bUH}(k-1) \mathbf{x}_{L-1,m}^*(k - N_m) \quad (2.30)$$

$$\tilde{a}_{L,m}^{bD}(k) = E^{-0.5bU}(k) \alpha_{L-1,m}^{bD}(k) \quad (2.31)$$

$$b_{L-1,m}^D(k) = \sqrt{b_{L,m}^{2D}(k) + \tilde{a}_{L,m}^{bD*}(k) \tilde{a}_{L,m}^{bD}(k)} \quad (2.32)$$

$$c_m^{bD}(k) = b_{L-1,m}^D(k) / b_{L,m}^D(k) \quad (2.33)$$

$$s_m^{bD}(k) = \tilde{a}_{L,m}^{bD*}(k) / b_{L,m}^D(k) \quad (2.34)$$

$$\mathbf{u}_{L-1,m}^D(k) = c_m^{-1bD}(k) \left[ \mathbf{q}_{L-1,m}^{bD}(k) + E^{-0.5bU}(k) s_m^{bD*}(k) \mathbf{h}_{L-1}^{bU}(k) \right] \quad (2.35)$$

$$\mathbf{g}_{L-1,m}^D(k) = \mathbf{u}_{L-1,m}^D(k) / b_{L-1,m}^D(k) \quad (2.36)$$

$$\mathbf{h}_{L-1}^b(k) = \mathbf{h}_{L-1}^{bU}(k) - \mathbf{g}_{L-1,m}^D(k) \alpha_{L-1,m}^{bD*}(k) \quad (2.37)$$

$$E^{-0.5b}(k) = c_m^{bD}(k) E^{-0.5bU}(k) \quad (2.38)$$

Вычислительная сложность (число арифметических операций на одну итерацию) FAP алгоритма, табл. 1, примерно равна  $2N + 2ML + 8L$ . Сложность вычисления  $E^{-0.5f}(k)$ ,  $E^{-0.5b}(k)$ ,  $\mathbf{h}_{L-1}^f(k)$  и  $\mathbf{h}_{L-1}^b(k)$  с помощью алгоритма, табл. 2, равна  $16ML$ . Эти вычисления также требуют  $4M$  операций извлечения квадратного корня и  $6M$  делений.

Моделирование, рис. 1 и рис. 2, подтверждает работоспособность рассмотренного FAP алгоритма в задаче подавления акустического эхо. Двухканальный импульсный отклик ( $N_1 = N_2 = 1024$ ) определялся помощью FAP и NLMS алгоритмов. В экспериментах,  $\delta = 0.1 \approx 30\sigma_x^2$ , где  $\sigma_x^2$  – дисперсия входных сигналов, а отношение сигнал-шум на опорном входе равнялось 30 дБ. Рассматривались FAP и NLMS алгоритмы с постоянным шагом  $\mu(k) = 1$ . Многоканальный FAP алгоритм, подобно одноканальному, демонстрирует превосходство перед NLMS алгоритмом с точки зрения длительности переходного процесса в таких показателях качества как рассогласование  $\rho(k) = 20 \log_{10} \frac{\|\mathbf{h}_N(k) - \mathbf{w}_N\|_2}{\|\mathbf{w}_N\|_2}$  и ERLE (Echo

Return Loss Enhancement)  $ERLE(k) = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum_{i=k-B+1}^k d^2(i)}{\sum_{i=k-B+1}^k \alpha^2(i)} \right)$ . Здесь  $\mathbf{w}_N = [\mathbf{w}_{N_1}^T, \mathbf{w}_{N_2}^T]^T$  –

идентифицируемые импульсные отклики, а  $d(k) = \mathbf{w}_N^T \mathbf{c}_N(k)$ .

Таким образом, в настоящей статье рассмотрен многоканальный FAP алгоритм, который может быть использован в адаптивных фильтрах с большим числом весовых коэффициентов.

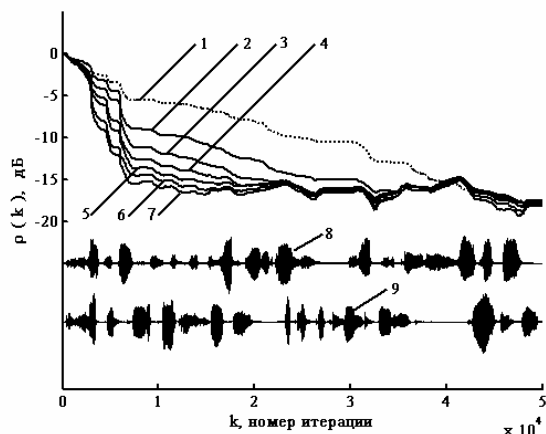


Рис. 1. Рассогласование: 1 – NLMS алгоритм; 2,3,...,7 – FAP алгоритм,  $L = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$ ; 8 – сигнал  $x_1(k)$ ; 9 – сигнал  $x_2(k)$ .

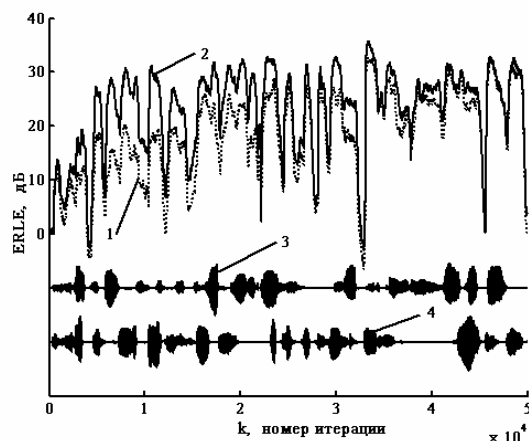


Рис. 2.  $ERLE$ : 1 – NLMS алгоритм; 2 – FAP алгоритм,  $L = 64$ ; 3 – сигнал  $x_1(k)$ ; 4 – сигнал  $x_2(k)$ .

#### Литература

1. Ozeki K., Umeda K. An adaptive filtering algorithm using orthogonal projection to an affine subspace and its properties // Trans. IEECE Japan. – 1984. – Vol. J67A. – №2. – P. 126–132.
2. Gay S.L. A fast converging, low complexity adaptive filtering algorithm // Third International Workshop on Acoustic Echo Control. – Plestin les Greves, France, 1993. – P. 223–226.
3. Джиган В.И. Быстрый многоканальный алгоритм аффинных проекций с комплексными коэффициентами для адаптивной фильтрации // Доклады 5-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения (DSPA-2003)». – Москва, 12 – 14 марта 2003. – Том 1. – С. 39–44.
4. Djigan V.I. Improved fast affine projection algorithm with gradient adaptive step-size // Proceedings of the 3-rd International Conference on Antennas, Radiocommunication Systems & Means (ICARSM'97) – Voronezh, May, 1997. – Vol. 3. – P. 23–32.
5. Djigan V.I. Linearly constrained sliding window square root IQRD based multichannel fast RLS adaptive filtering algorithm // Proceedings of the 4-th International Scientific and Practical Conference «Internet-Science-Education-2004 (ISE-2004)». – Baku-Vinnitsya-Tyrnovo, September 29 – October 12, 2004. – Vol. 2. – P. 692–696.

