

**НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ЦИФРОВОГО СИНХРОННО-ФАЗОВОГО ДЕМОДУЛЯТОРА НА БАЗЕ ДВУХКОЛЬЦЕВОЙ СФС ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ТИПА**

Душин И.Н., Кукушкин Д.С.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, [kazakov@uniyar.ac.ru](mailto:kazakov@uniyar.ac.ru)

Известно, что аналоговые синхронно-фазовые демодуляторы и измерители обеспечивают характеристики, близкие к оптимальным в условиях сигналов с угловой модуляцией и аддитивных широкополосных помех [1]. Переход на цифровые технологии обработки в некоторой степени снижает это преимущество. Объясняется это тем, что в цифровых системах фазовой синхронизации, составляющих основу синхронных схем, имеется задержка на один такт, возникающая при интегрировании в преобразователе частота-фаза. Выходом из положения может служить применение многокольцевых синхронных схем обработки, которые позволяют ослабить или полностью компенсировать влияние указанной задержки и повысить качество. В линейном приближении подобные многокольцевые схемы рассмотрены в [1]. На основе сравнительного анализа амплитудно-частотных характеристик аналоговых и цифровых схем показано, в что в условиях малых случайных аддитивных воздействий цифровые двухкольцевые демодуляторы имеют помехоустойчивость более высокую, чем аналоговые.

В [2,3] авторами доклада на основе аппарата марковских процессов подробно исследованы нестационарные статистические характеристики ошибок слежения цифрового синхронно-фазового демодулятора на основе двухкольцевой СФС. Найдены оптимальные параметры, обеспечивающие минимальные ошибки в нелинейном приближении. Показано, что и с учетом нелинейных свойств двухкольцевой цифровой демодулятор обеспечивает помехоустойчивость, соизмеримую или выше аналогового демодулятора. Исследования выполнены для различных типов входных информационных и случайных воздействий.

В предлагаемом докладе продолжены исследования нелинейных свойств двухкольцевого демодулятора в условиях сложных воздействий. Рассматривается задача о срыве слежения в одном или двух кольцах СФС. Срыв слежения может оказать существенное влияние на работоспособность СФС, приводит к резкому увеличению мгновенных ошибок по частоте.

Предметом исследования является среднее время до срыва слежения в цифровом синхронно-фазовом демодуляторе на базе двухкольцевой СФС при наличии на входе аддитивной смеси белого гауссового шума и сосредоточенной по спектру помехи в виде гармонической составляющей. Исследование выполнено на основе математической модели в виде системы разностных уравнений, описывающих простую трехмерную марковскую последовательность [3]:

$$\bar{x}_{k+1} = f_i(x_k^1, x_k^2, x_k^3, \bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, n_k, A, \beta), \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где  $\bar{x}_k(x_k^1, x_k^2, x_k^3)$  ? трехмерная марковская последовательность;  $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2$  ? векторы параметров первого и второго колец соответственно;  $n_k$  ? случайный аддитивный процесс;  $A$  ? амплитуда детерминированной помехи;  $\beta$  ? нормированная частотная расстройка детерминированной помехи;  $f_i$  ? нелинейные функции.

При наличии на входе системы детерминированной помехи, задача определения среднего времени до срыва слежения усложняется. Связано это с тем, что условная ПРВ фазовой ошибки в данных условиях является нестационарной величиной. Кроме того, в установившемся режиме отсчеты фазовой ошибки изменяются во времени, а значит границы, достижение которых можно рассматривать как срыв слежения, уже не являются фиксированными.

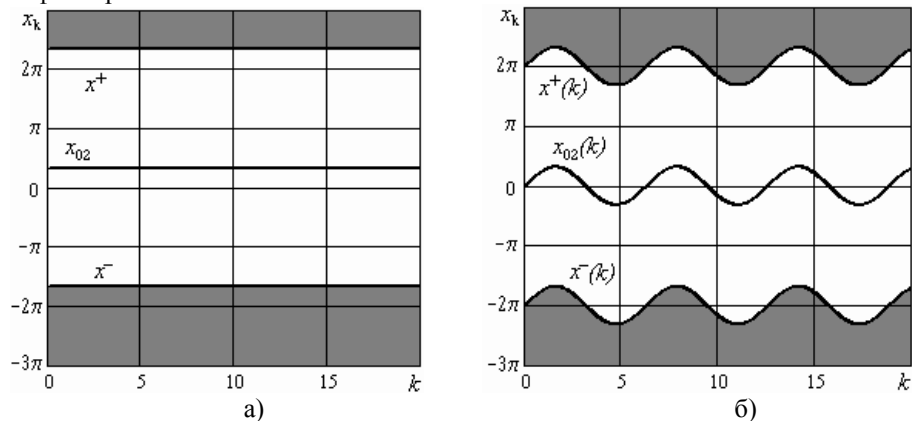


Рис. 1. Границы области изменения фазовой ошибки, достижение которых определяет срыв слежения, при наличии на входе  
 а) гармонического сигнала; б) ФМ-сигнала

В качестве критерия срыва слежения рассматривается выход изображающей точки из интервала

$$R_k = [x_{02}(k) - 2\pi, x_{02}(k) + 2\pi], \quad (2)$$

где  $x_{02}(k)$  – отсчеты фазовой ошибки в установившемся режиме при отсутствии шума. Нижняя граница  $x^-(k)$  интервала (2) соответствует установившемуся состоянию фазовой ошибки в  $k$ -ый момент времени на предыдущем периоде фазового пространства, а верхняя граница  $x^+(k)$  интервала (2) – на следующем периоде.

Предлагаемый критерий срыва слежения является обобщением критерия, используемого при анализе среднего времени до срыва слежения в дискретных СФС при гармоническом воздействии. На рис.1 представлены типичные диаграммы работы дискретной СФС в отсутствие шума. Рис. 1а построен для гармонического сигнала на входе с некоторой начальной частотной расстройкой (поглощающие границы  $x^\pm$  постоянны). Рис. 1б построен для сосредоточенной помехи (поглощающие границы  $x^\pm$  являются нестационарными). В системе происходит срыв слежения, если под воздействием шума состояние системы оказывается в затемненной области.

Для определения статистических моментов  $m_h$  времени до срыва слежения, включая среднее значение, следует найти вероятности срыва слежения  $d_k(x_{10}, x_{20}, x_{30})$  на  $k$ -х шагах работы системы при начальном условии  $x_{10}, x_{20}, x_{30}$ . Затем, используя выражение

$$m_h(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = \sum_{i=1}^{\infty} i^h d_i(x_{10}, x_{20}, x_{30}), \quad (3)$$

можно определить любой начальный момент  $h$ -го порядка.

Для определения вероятности срыва удобнее решать обратную задачу, а именно определять вероятность отсутствия срыва слежения. При этом под отсутствием срыва на  $k$ -ом шаге будем понимать отсутствие срыва на каждом шаге до  $k$ -го включительно.

Вероятность отсутствия срыва слежения по второй координате на первом шаге  $p_1(x_{10}, x_{20}, x_{30})$  можно определить как вероятность того, что система на первом шаге будет находиться в интервале  $R_1$  (см. рис.2):

$$p_1(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{R_1} q_0(z_1, z_2, z_3 | x_{10}, x_{20}, x_{30}) dz_2 \right) dz_1 dz_3, \quad (4)$$

где  $q_0(z_1, z_2, z_3 | x_{10}, x_{20}, x_{30})$  – трехмерная ПРВ перехода из состояния  $(x_{10}, x_{20}, x_{30})$  в состояние  $(z_1, z_2, z_3)$ .

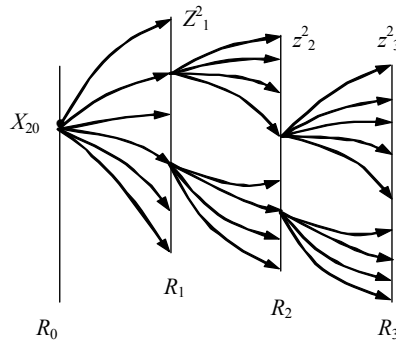


Рис. 2. Определение вероятности отсутствия срыва слежения на  $k$ -ом шаге

Вероятность срыва слежения на первом шаге определяется как:

$$d_1(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = 1 - p_1(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{R_1} q_0(z_1, z_2, z_3 | x_{10}, x_{20}, x_{30}) dz_2 \right) dz_1 dz_3. \quad (5)$$

Отсутствие срыва слежения на втором шаге означает, что система на первом шаге оказалась в интервале  $R_1$ , а на втором – в интервале  $R_2$ . Данная последовательность переходов схематично изображена на рис. 2. Вероятность срыва на втором шаге можно определить как разницу вероятности отсутствия срыва на первом шаге и вероятности отсутствия срыва на втором шаге:

$$d_2(x_{01}, x_{02}, x_{03}) = p_1(x_{01}, x_{02}, x_{03}) - p_2(x_{01}, x_{02}, x_{03}). \quad (6)$$

Легко обобщить рассуждения и для произвольного номера шага:

$$p_k(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{R_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \dots \int_{-\infty}^{\infty} \int_{R_{k-1}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{k-1} dz_2^k dz_1^k dz_3^k \dots \right) Q_0 dz_2^0 dz_1^0 dz_3^0, \quad (7)$$

где  $Q_i = q_i(z_1^{i+1} z_2^{i+1} z_3^{i+1} | z_1^i z_2^i z_3^i)$

Можно заметить, что из-за нестационарности ПРВ перехода  $q(\cdot)$ , а также нестационарности пределов интегрирования выражение (7) не удастся записать в итерационном виде, выразив  $p_k$  через  $p_{k-1}$ . Поэтому для вычисления вероятности срыва на  $k$ -м шаге требуется вычислять  $k$ -мерный интеграл, что делает это выражение непригодным для практического использования для вычисления среднего значения времени до срыва слежения по (3).

Задачу удастся решить для случая, когда тактовая частота системы и частотная расстройка детерминированной помехи представляется рациональной дробью. При выполнении данного ограничения условная ПРВ, а также границы интервала носят периодический характер. При этом период повторения один и тот же. Описанное свойство позволяет преобразовать (7) к рекуррентному виду  $p_k(x_0) = F(p_{k-1}(x_0))$ .

Таким образом выражение для вероятности отсутствия срыва на  $(Lk)$ -ом шаге

$$p_{L(k+1)}(x_{01}, x_{02}, x_{03}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{R_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{R_L}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_{Lk}(z_L^1, z_L^2, z_L^3) q_{L-1}(z_L^1, z_L^2, z_L^3 | z_{L-1}^1, z_{L-1}^2, z_{L-1}^3) dz_L^2 dz_L^1 dz_L^3 \dots \dots q_0(z_1^1, z_1^2, z_1^3 | x_{01}, x_{02}, x_{03}) dz_1^2 dz_1^1 dz_1^3 \quad (8)$$

Выражение для статистических моментов  $h$ -го порядка времени до срыва слежения:

$$m_{h,L}(x_{01}, x_{02}, x_{03}) = \sum_{i=1}^{\infty} (Li)^h d_{Li}(x_{01}, x_{02}, x_{03}). \quad (9)$$

Выражение для среднего времени до срыва слежения, представленное в виде интегрального уравнения Фредгольма, выглядит следующим образом

$$m_L(x_{01}, x_{02}, x_{03}) = L + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{R_1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{R_L}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} m_L(z_L^1, z_L^2, z_L^3) q_{L-1}(z_L^1, z_L^2, z_L^3 | z_{L-1}^1, z_{L-1}^2, z_{L-1}^3) dz_L^2 dz_L^1 dz_L^3 \dots \dots q_0(z_1^1, z_1^2, z_1^3 | x_{01}, x_{02}, x_{03}) dz_1^2 dz_1^1 dz_1^3 \quad (10)$$

На рис. 3 представлены зависимости среднего времени до срыва слежения от начальных условий  $X_0$  при входном воздействии в виде аддитивной смеси полезного гармонического сигнала и гармонической помехи, полученные численным решением интегрального уравнения (10). Цифрой 1 обозначены результаты, относящиеся к однокольцевому демодулятору, цифрой 2 – к двухкольцевому для случая нормированной частотной расстройки помехи  $\beta = 2\pi/5$  и параметров колец, обеспечивающих минимальную фазовую ошибку (максимальную помехоустойчивость). Согласно приведенных результатов, среднее время до срыва слежения двухкольцевой схемы примерно на 20% больше, чем в однокольцевой схеме. Изменение частотной расстройки помехи относительно полезного сигнала практически не сказывается на относительном выигрыше двухкольцевой схемы. При этом с ростом  $\beta$  среднее время до срыва растет.

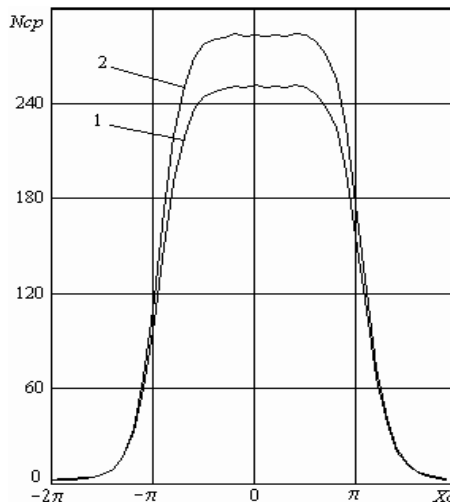


Рис. 3. Среднее время до срыва слежения в однокольцевом (1) и двухкольцевом (2) цифровых демодуляторах

#### Литература

1. Фомин А.Ф., Хорошавин А.И., Шелухин О.И. Аналоговые и цифровые синхронно-фазовые измерители и демодуляторы. // Радио и связь. 1984. – 248с.

2. Душин И.Н., Якимов И.М. Синхронно-фазовый на основе двухкольцевой системы фазовой синхронизации // Доклады 6-й Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применение" т. 1 С.23-25.

3. Душин И.Н., Казаков Л.Н., Шахтарин Б.И. Статистические характеристики двухкольцевой системы фазовой синхронизации в условиях комбинированных случайных воздействий. // Радиотехника и электроника. 2004, т 49, № 9. С.1054-1065.

