ГЕНЕРАЦИЯ НОРМАЛЬНОГО ШУМА НА ПРОЦЕССОРЕ Л1879ВМ1 (NEUROMATRIX6403)

Борисов А.В.
Муромский институт Владимирского государственного университета

В радиолокации для испытаний аппаратуры первичной и вторичной обработки сигналов (ЦОС) возникает необходимость в аппаратуре имитации принимаемого радиолокационного сигнала. Радиолокационный сигнал обычно представляет собой сумму полезного сигнала с нормальным шумом. При этом математическое ожидание нормального шума равно нулю, а дисперсия равна единице. К качеству шума, генерируемого аппаратурой имитации радиолокационного сигнала, предъявляются жесткие требования. Плотность распределения генерируемого шума должна быть как можно ближе к теоретической.

Имитация радиолокационного сигнала должна проводиться в реальном масштабе времени, то есть сигнал должен выдаваться с той же скоростью, с какой он поступает на вход аппаратуры ЦОС в условиях ее работы в составе РЛС.

Генерация нормального шума может занять значительную часть времени работы аппаратуры имитации радиолокационного сигнала по следующей причине. Аппаратура ЦОС может содержать несколько угломестных каналов, а сигнал от каждого из них состоит из двух квадратурных составляющих. Кроме того, в случае приема фазокодоманипулированного (ФКМ) сигнала дискретизация осуществляется с частотой вдвое большей, чем частота преобразования кодовой последовательности в аналоговый вид при излучении. Количество дискрет по дальности у современных РЛС может составлять от нескольких сот до тысячи и более. Шум присутствует во всех дискретах дальности квадратурных составляющих каждого угломестного канала. Поэтому количество отсчетов шума, необходимых для имитации информации одного зондирования может в несколько раз превышать количество дискрет по дальности. Отсюда следует относительно большое время, необходимое для генерации шума.

Таким образом, возникает задача быстрой генерации нормального шума.

Были исследованы различные методы генерации нормально распределенного шума с точки зрения вычислительной сложности, качества генерируемого шума (близости к нормальному распределению) и возможности программной реализации этих методов на процессоре Л1879ВМ1 (NeuroMatrix6403) в реальном масштабе времени. На основе этих исследований разработан алгоритм генерации нормального шума, обеспечивающий генерацию шума в реальном масштабе времени.

Указанный алгоритм был программно реализован на процессоре Л1879ВМ1 (NeuroMatrix6403). Полученная программа позволяет за 1.33 мс сгенерировать два массива, каждый из которых состоит из 1600 двоичных 64-разрядных слов, причем в каждом слове упаковано по 4 16-разрядных отсчета нормального шума.

Алгоритм генерации нормального шума включает в себя следующие этапы.

1. Генерация равномерного шума.

Генерируются отсчеты равномерного шума для дальнейшего их преобразования в отсчеты нормального шума. Для генерации равномерного шума применена линейная мультипликативная формула. В соответствии с ней, очередной (i+1)-й отсчет равномерного шума получается из i-го отсчета следующим образом

$$x[i+1] = \langle F \cdot x[i] \rangle_M , \qquad (1)$$

где $x[i]$ - i-й отсчет равномерного шума;

F - параметр, фактически задающий все отсчеты шума, этот параметр можно отождествлять с генератором шума;

$\langle \cdot \rangle_M$ - операция взятия числа по модулю M (результатом операции является остаток от целочисленного деления числа на модуль M).

Параметр F имеет вид

$$F = 5^{2p+1},\ p = 0,1,2,\ldots \text{ или} \qquad (2)$$

$$F = 2^m + 3,\ m = 3,4,5,\ldots \qquad (3)$$

Модуль M имеет вид

$$M = 2^p,\ p > 2. \qquad (4)$$

В качестве x_0 берется нечетное число (в данной программе $x_0 = 1$). Числовая последовательность $\{x[i]\}$, генерируемая с помощью (1) будет периодичной. При F и M, приведенных в (2),(3) и (4), период L последовательности $\{x[i]\}$ будет равен

$$L = 2^{p-2}. \qquad (5)$$

Для генерации шума в алгоритме используется модуль $M = 2^{32}$. В этом случае отсчеты равномерного шума будут 32-разрядными. Тогда период L последовательности $\{x[i]\}$ будет равен 2^{30}. Такого периода недостаточно для имитации шума в радиолокационном сигнале. Поэтому используется несколько значений параметра F, получаемых по (2) и (3), задавая различные p и m соответственно. После того как с помощью одного значения F сгенерировано 2^{30} отсчетов равномерного шума, значение F заменяется на другое.

Отсчеты равномерного шума вычисляются с помощью операции взвешенного суммирования процессора.

2. Получение из отсчетов равномерного шума аргументов для табличного преобразования.

Получение нормального шума из равномерного основано на следующем методе. Две последовательности чисел $\{\chi_1[i]\}$ и $\{\chi_2[i]\}$, элементы которых $\chi_1[i]$ и $\chi_2[i]$ равномерно распределены на интервале (0;1) и независимы, можно преобразовать в две последовательности чисел $\{\eta_1[i]\}$ и $\{\eta_2[i]\}$, элементы которых $\eta_1[i]$ и $\eta_2[i]$ имеют нормальное распределение, обладают нулевым математическим ожиданием, средним квадратическим отклонением σ и независимы, с помощью следующей формулы

$$\begin{cases} \eta_1[i] = \sigma \cdot \cos(2\pi\chi_1[i])\sqrt{-2\ln(\chi_2[i])}, \\ \eta_2[i] = \sigma \cdot \sin(2\pi\chi_1[i])\sqrt{-2\ln(\chi_2[i])}. \end{cases} \tag{6}$$

Интервал (0;1), в котором находятся равномерно распределенные аргументы $\chi_1[i]$ и $\chi_2[i]$, разбивается на 2^n равных дискрет с номерами от 0 до $2^n - 1$. Из этого следует, что номер дискрета может быть представлен n-разрядным двоичным числом без знака и величина дискрета будет равна $\frac{1}{2^n}$. Будем обозначать номер дискрета из интервала изменения аргумента $\chi_1[i]$ через $x_1'[i]$, а номер дискрета из интервала изменения аргумента $\chi_2[i]$ обозначим через $x_2'[i]$. Значения аргументов $\chi_1[i]$ и $\chi_2[i]$ в дискретах $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ будут следующими

$$\begin{cases} \chi_1[i] = \dfrac{x_1'[i]}{2^n}, \\ \chi_2[i] = \dfrac{x_2'[i]}{2^n}. \end{cases} \tag{7}$$

Чтобы последовательности $\{\chi_1[i]\}$ и $\{\chi_2[i]\}$ имели достаточно большой период, а их элементы $\chi_1[i]$ и $\chi_2[i]$ были распределены равномерно, необходимо, чтобы последовательности $\{x_1'[i]\}$ и $\{x_2'[i]\}$ также имели большой период, и их элементы $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ были распределены равномерно. Причем разрядность $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ равна n $(n < p)$. В качестве $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ берутся числа, состоящие из n старших двоичных разрядов $x_1[i]$ и $x_2[i]$. Можно доказать, что периоды последовательностей $\{x_1'[i]\}$ и $\{x_2'[i]\}$ останутся равными периодам последовательностей $\{x_1[i]\}$ и $\{x_2[i]\}$ несмотря на то, что их разрядность уменьшилась. Также можно доказать, что сохранится равномерность распределения элементов последовательностей $\{x_1'[i]\}$ и $\{x_2'[i]\}$. Подставляя (7) в (6) и учитывая, что $\eta_1[i]$ и $\eta_2[i]$ должны быть целыми, получим следующую формулу, позволяющую преобразовать целые аргументы $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ в целые отсчеты нормального шума $\eta_1[i]$ и $\eta_2[i]$

$$\begin{cases} \eta_1[i] = \left]\sigma \cdot \cos\left(2\pi\left(\dfrac{x_1'[i]}{2^n}\right)\right)\sqrt{-2\ln\left(\dfrac{x_2'[i]}{2^n}\right)}\right[; \\ \eta_2[i] = \left]\sigma \cdot \sin\left(2\pi\left(\dfrac{x_1'[i]}{2^n}\right)\right)\sqrt{-2\ln\left(\dfrac{x_2'[i]}{2^n}\right)}\right[, \end{cases} \tag{8}$$

где $]\cdot[$ - операция округления до ближайшего целого числа.

Учитывая, что $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ целые и при условии, что они состоят из небольшого количества двоичных разрядов, их можно преобразовать в отсчеты нормального шума $\eta_1[i]$ и $\eta_2[i]$ табличным способом. Для этого необходима таблица, состоящая из 2^n строк и 2^n столбцов. В ячейку таблицы, находящуюся в строке с номером a и столбце с номером b необходимо записать пару значений $\eta_{1табл}(a,b)$ и $\eta_{2табл}(a,b)$, вычисляемых по следующей формуле, аналогичной (8), но аргумент $x_1'[i]$ заменяется на a, аргумент $x_2'[i]$ заменяется на b

$$\begin{cases} \eta_{1табл}(a,b) = \left]\sigma \cdot \cos\left(2\pi\left(\frac{a}{2^n}\right)\right)\sqrt{-2\ln\left(\frac{b}{2^n}\right)}\right[; \\ \eta_{2табл}(a,b) = \left]\sigma \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{a}{2^n}\right)\right)\sqrt{-2\ln\left(\frac{b}{2^n}\right)}\right[. \end{cases} \tag{9}$$

Тогда имея пару аргументов $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$, соответствующие им значения $\eta_1[i]$ и $\eta_2[i]$ можно считать из ячейки таблицы, находящейся в строке с номером, равным $x_1'[i]$ и в столбце с номером, равным $x_2'[i]$.

Однако для реализации табличного преобразования на процессоре NeuroMatrix6403, таблица должна быть одномерной. Поэтому двумерная таблица преобразуется в одномерную, а n-разрядные аргументы $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ преобразуются в один $2n$-разрядный аргумент $x'[i]$. Это преобразование выполняется следующим образом. Двумерная таблица записывается по столбцам в одномерную. То есть первые 2^n ячеек одномерной таблицы образованы из первого столбца двумерной таблицы, следующие 2^n ячеек одномерной таблицы образованы из второго столбца двумерной таблицы и т.д.

Младшие n бит $x'[i]$ образуются из n бит $x_1'[i]$, n старших бит $x'[i]$ образуются из n бит $x_2'[i]$. Тогда аргументы $x_1'[i]$, $x_2'[i]$ и $x'[i]$ будут связаны следующими соотношениями

$$x'[i] = 2^n x_2'[i] + x_1'[i]; \tag{10}$$

$$x_1'[i] = \langle x'[i] \rangle_{2^n}; \tag{11}$$

$$x_2'[i] = x'[i]\ div\ 2^n, \tag{12}$$

где div - операция целочисленного деления.

Одномерная таблица состоит из 2^{2n} ячеек. Обозначим номер ячейки в одномерной таблице через c. Исходя из того, что аргумент $x_1'[i]$ в (9) заменяется на a, аргумент $x_2'[i]$ заменяется на b номер c ячейки в одномерной таблице будет связан с координатами a и b ячейки двумерной таблицы, содержащей ту же пару значений, что и ячейка c, следующими соотношениями, аналогичными соотношениям (10)-(12)

$$c = 2^n b + a; \tag{13}$$

$$a = \langle c \rangle_{2^n}; \tag{14}$$

$$b = c\ div\ 2^n. \tag{15}$$

В ячейку одномерной таблицы с номером c необходимо записать пару значений $\eta_{1табл}(c)$ и $\eta_{2табл}(c)$, вычисляемых по следующей формуле, аналогичной (9), но аргументы a и b выражаются через c с помощью (14) и (15) соответственно

$$\begin{cases} \eta_{1табл}(c) = \left\{\,\right\}\left]\sigma \cdot \cos\left(2\pi\left(\frac{\langle c \rangle_{2^n}}{2^n}\right)\right)\sqrt{-2\ln\left(\frac{c\ div(2^n)}{2^n}\right)}\right[; \\ \eta_{2табл}(c) = \left]\sigma \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{\langle c \rangle_{2^n}}{2^n}\right)\right)\sqrt{-2\ln\left(\frac{c\ div(2^n)}{2^n}\right)}\right[. \end{cases} \tag{16}$$

Имея пару аргументов $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$, соответствующие им значения $\eta_1[i]$ и $\eta_2[i]$ можно получить, преобразовав $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ в $x'[i]$ и считав содержимое ячейки одномерной таблицы, с номером c, равным $x'[i]$. Преобразование $x_1'[i]$ и $x_2'[i]$ в $x'[i]$ в соответствии с (10) производится с помощью операции взвешенного суммирования процессора.

3. Табличное преобразование аргументов в отсчеты нормально распределенного шума.

Табличное преобразование аргументов $x'[i]$ выполняется с помощью скалярных команд. Массив, содержащий таблицу, с помощью которой осуществляется преобразование состоит из 2^n 32-разрядных слов. Слово массива, имеющее номер c, содержит пару значений $\eta_{1табл}(c)$ и $\eta_{2табл}(c)$, вычисляемых по (16). Причем младшие 16 разрядов слова содержат $\eta_{1табл}(c)$, а старшие 16 разрядов содержат $\eta_{2табл}(c)$.

Литература

1. Полляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. - М.: Сов. радио. 1971.- 400 с.

———————♦———————