ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ДВУМЕРНЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА*

Лебедев М.В.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14, Тел. (0852) 79-77-75, E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Предлагается новый метод преобразования сигналов на основе двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка. Показан принцип конвертирования сигналов из бинарного и трехуровневого в различные коды. На базе указанного двумерного фильтра предложен алгоритм кодирования и сжатия сигналов.

1. Исходные положения

Кодирование и сжатие информации в настоящее время играет важную роль в цифровых системах передачи сигналов. Обработка сигналов в реальном времени требует минимальных временных задержек и, соответственно, максимального быстродействия устройств обработки. К таким устройствам принадлежат двумерные рекурсивные цифровые фильтры низких порядков.

В большинстве работ, посвященных исследованию нелинейных свойств таких систем, обычно рассматривается случай фильтров первого порядка [1-2]. Однако, чем больше порядок фильтра, тем больше возможностей для его использования, хотя вместе с порядком фильтра возрастает и сложность его исследования. Данные системы являются ещё недостаточно изученными, и представляют большой интерес для исследования. Одним из проявлений нелинейных свойств данных систем является получение различных сигналов на выходе при нулевом входном воздействии. Двумерные системы позволяют более эффективно использовать кодирование и сжатие сигналов по сравнению с одномерными.

В работе рассмотрен двумерный рекурсивный цифровой фильтр второго порядка [3-4] описываемый нелинейным разностным уравнением вида:

$$X(m, n)=f\{a*[X(m-1, n)+X(m-2, n-1)]+b*[X(m, n-1)+X(m-1, n-2)]+ \\ +c*[X(m-1, n-1)+X(m-2, n-2)]+ U(m, n)\}, \quad (1)$$

где a, b и c – независимые коэффициенты фильтра, а функция $f(\varphi)$ учитывает нелинейные свойства фильтра. Её вид зависит от выбора характеристики сумматора, и количества уровней квантования. Функция $U(m,n)$ – нулевое входное воздействие. Рассматривается случай восьмиуровневого квантования, т. е. отсчет после аппроксимации может принимать одно из восьми значений в соответствии с характеристикой квантователя.

Для систем с нелинейным сумматором и квантователем наиболее информативен детерминированный подход. В частности, он использовался при изучении нелинейных свойств одномерных цифровых фильтров [5]. Детерминированный подход используется для решения задач, связанных с изучением условий зарождения различных циклов на выходе системы в результате нелинейной характеристики сумматора. А также для оценки амплитуды колебаний на выходе системы с учетом эффектов квантования. Структурная схема автономного двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка представлена на рис. 1.

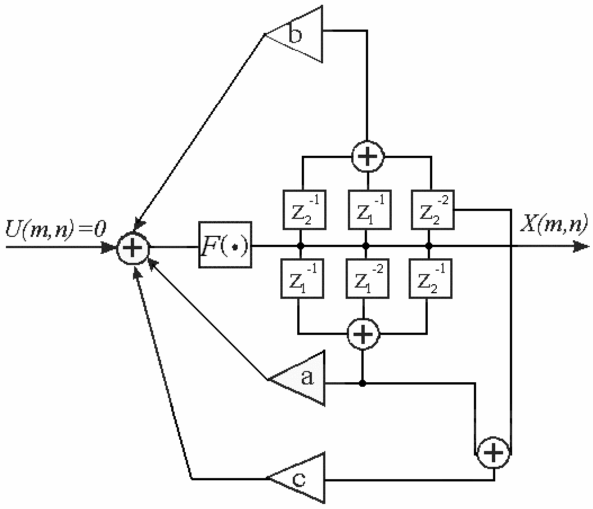

Рис. 1. Структурная схема автономного двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка

Начальными условиями для данной системы является совокупность четырех бесконечных последовательностей $X(m, -1)$, $X(m, -2)$ и $X(-1, n)$, $X(-2, n)$. Обычно на граничные условия двумерных систем принято накладывать дополнительные условия такие, что отличными от нуля могут являться только первые

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Образования РФ (грант № А04-2.9-622)

несколько вертикальных и горизонтальных отсчетов, а все остальные равны нулю. Существует несколько разновидностей функций нелинейности. В качестве характеристики сумматора выбрана функция нелинейности с насыщением и восьмью уровнями квантования. Вид данной функции представлен на рис. 2.

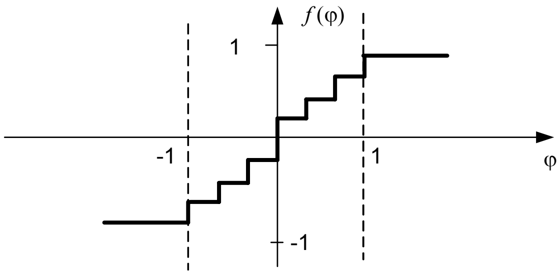

Рис. 2. Функция нелинейности сумматора с насыщением и восьмиуровневым квантованием

2. Кодирование бинарных сигналов

Двумерная рекурсивная цифровая система второго порядка, описываемая уравнением (1), генерирует различные последовательности на выходе при отсутствии сигнала на входе. Это проявление нелинейных свойств данных систем можно использовать для кодирования сигналов.

Рассмотрим сигналы на выходе системы размером 2x2. Отсчеты выходного сигнала могут принимать восемь различных значений и количество возможных двумерных сигналов на выходе системы очень велико, но выполнив несложное преобразование функции нелинейности:

$$f(\varphi)=\begin{cases}1, & \varphi\ge 0\\ -1, & \varphi<0\end{cases},$$

получим множество бинарных сигналов. Установлено, что при определенных начальных условиях и выборе коэффициентов система способна генерировать все возможные виды сигналов с бинарным квантованием (их количество 16). Найдены начальные условия и коэффициент c= -0.05, при которых выполняется данное свойство:

$X(m\text{-}2, n\text{-}2)= -1$ $X(m\text{-}1, n\text{-}2)= 0$ $X(m , n\text{-}2)= -1$ $X(m+1, n\text{-}2)=0$
$X(m\text{-}2, n\text{-}1)= -1$ $X(m\text{-}1, n\text{-}1)= 0$ $X(m\text{-}1, n\text{-}1)=0$ $X(m\text{-}1, n\text{-}1)=0$
$X(m\text{-}2, n)= -1$ $X(m\text{-}1, n)= 0$
$X(m\text{-}2, n+1)= -1$ $X(m\text{-}1, n+1)= 1$

Пространство параметров системы (1) трехмерно, однако ввиду сложности восприятия и отображения трехмерных изображений оно обычно представляется на плоскости в виде сечений с фиксированным коэффициентом c. При изменении коэффициента c разбиение этой плоскости будет меняться. На рис. 3 оттенками серого показаны 16 областей. Каждой области соответствует различный сигнал.

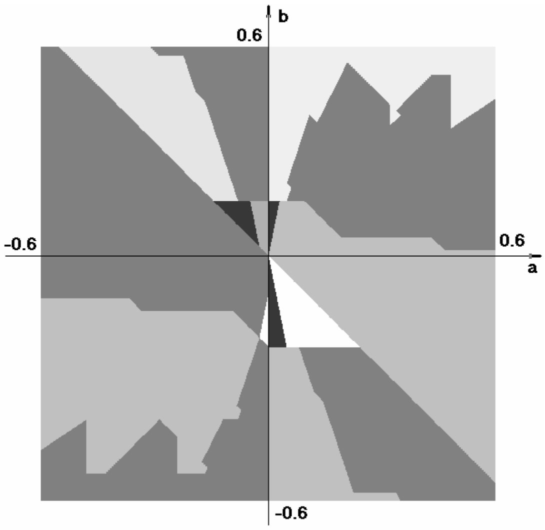

Рис. 3. Бифуркационный портрет системы при c= -0,05

Бифуркационный портрет имеет более сложный вид, по сравнению с портретом системы с бинарным квантованием. Это связано с преобразованием восьмиуровневого сигнала на выходе системы в бинарный. Из нескольких сотен восьмиуровневых сигналов получаются 16 бинарных, при объединении которых, получаются ломаные границы. Продемонстрируем алгоритм кодирования на следующем примере. Пусть A бинарный код из 36 символов, отсчеты имеют значения –1 и 1:

A: -11-11111111111-1-11-11-1-11-1-1-11-1-11-111-111-1-1.

Первым шагом алгоритма преобразуем одномерный сигнал в двумерный:

A’:

-1	1	-1	1	1	1
-1	1	1	1	1	-1
1	-1	-1	1	-1	1
-1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1

Затем с помощью двумерной системы каждому сигналу размером 2x2 поставим в соответствие число от 0 – (-1-1-1-1) до 15 - (1111) и получим шестнадцатеричный код B:

5	13	11
2	9	1
10	13	1

В данном примере 36 значений отсчетов свели к 9, то есть коэффициент сжатия равен 4 раза. Таким образом, благодаря простоте исполнения и возможности работать в реальном масштабе времени двумерные цифровые фильтры низких порядков можно использовать для кодирования и сжатия цифровых сигналов.

3. Кодирование трехуровневых сигналов

Рассмотрим сигналы на выходе системы размером 3*1. Отсчеты выходного сигнала имеют восемь уровней и количество различных двумерных сигналов велико, но выполнив преобразование функции нелинейности:

$$f(\varphi)=\begin{cases}-1, & \varphi<-1/3\\ 0, & -1/3\geq\varphi<1/3\\ 1, & \varphi\geq 1/3\end{cases}$$

получим совокупность трехуровневых сигналов. Система способна сгенерировать все различные виды сигналов с трехуровневым квантованием, таких переборов 27. Найдены начальные условия и коэффициент c = 0.6, при которых выполняется данное свойство:

$X(m\text{-}2, n\text{-}2)$=-1	$X(m\text{-}1, n\text{-}2)$=0	$X(m , n\text{-}2)$=-1	$X(m\text{+}1, n\text{-}2)$=-1
$X(m\text{-}2, n\text{-}1)$=-1	$X(m\text{-}1, n\text{-}1)$=0	$X(m\text{-}1, n\text{-}1)$= 0	$X(m\text{-}1, n\text{-}1)$=-1
$X(m\text{-}2, n)$=-1	$X(m\text{-}1, n)$=0		
$X(m\text{-}2, n\text{+}1)$=-1	$X(m\text{-}1, n\text{+}1)$=1		

Коэффициент сжатия сигналов в данном случае равен трем. Бифуркационный портрет имеет более сложный вид, чем на рисунке 3.

Увеличение уровней квантования системы и различные виды функций нелинейности позволяют увеличивать разрядность и размер сигналов на выходе системы, тем самым, увеличивая возможность использования двумерных рекурсивных цифровых систем второго порядка для задач кодирования и сжатия изображений. Кроме того, благодаря простоте исполнения и возможности работать в реальном масштабе времени системы низких порядков можно использовать в качестве автономных генераторов двумерных цифровых сигналов.

Литература

1. Rudykh D.V., Lebedev M.V., Kryashchev V.V., Priorov A.L. Investigation of the two-dimensional first-order recursive digital filters with saturation nonlinearity // Proc. of the 11-th Workshop on “Nonlinear Dynamics of Eletronic Systems” (NDES'2003). Switzerland, 2003. P. 213-216.
2. Rudykh D.V., Lebedev M.V., Priorov A.L. Limit cycles in autonomous two-dimensional first order recursive digital filters with nonlinear adder without quantization // Proc. of the 12th Int. Workshop on “Nonlinear Dynamics of Eletronic Systems” (NDES'2004). Portugal, 2004. P. 292-295.
3. Лебедев М.В., Рудых Д.В., Балусов И.Л. Автономный двумерный рекурсивный цифровой фильтр второго порядка с несимметричными коэффициентами // Труды. LVII науч. сессии, посвященной Дню радио. Москва, 2003. Т.1., С. 239-241.
4. Лебедев М.В., Балусов И.Л., Рудых Д.В. Динамика двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка при бинарном квантовании // Докл. 5-ой междунар. конф. и выставки “Цифровая обработка сигналов и ее применения” (DSPA’2003), Москва, 2003. Т.1. С. 65-67.
5. Брюханов. Ю.А. Периодические движения в цифровой рекурсивной системе второго порядка с нелинейностью насыщения // Изв. вузов. Радиофизика, 2000. Т 43. № 1. С. 59-65.