ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ В ДВУМЕРНЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРАХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ТРЕМЯ УРОВНЯМИ КВАНТОВАНИЯ*

Рудых Д.В.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14, Тел. (0852) 79-77-75, E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

В работе исследуются эффекты квантования арифметических операций в автономных двумерных рекурсивных цифровых фильтрах первого порядка с тремя уровнями квантования. В рамках детерминированного подхода предлагается методика построения бифуркационной диаграммы системы. С ее помощью находятся условия существования двумерных предельных циклов различных периодов на выходе системы, выраженные через коэффициенты фильтра.

1. Исходные положения

Благодаря простоте исполнения и возможности работать в реальном масштабе времени двумерные цифровые фильтры малых порядков [1] возможно использовать в качестве базовых составляющих более сложных устройств цифровой обработки сигналов Примером таких устройств могут служить корреляторы двумерных цифровых устройств, применяемых в радиоастрономии.

В работе рассмотрены автономные двумерные рекурсивные цифровые фильтры первого порядка [2-4] описываемые нелинейным разностным уравнением вида:

$$X(m,n) = f(a * X(m-1,n) + b * X(m,n-1) + c * X(m-1,n-1)).$$

Здесь m и n дискретные переменные принимающие значения от –1 до бесконечности; a, b и c независимые коэффициенты фильтра. Функция f описывает нелинейные свойства сумматора, её вид зависит от способа квантования, числа уровней квантования и типа функции нелинейности.

Структурная схема фильтра представлена на рис. 1.

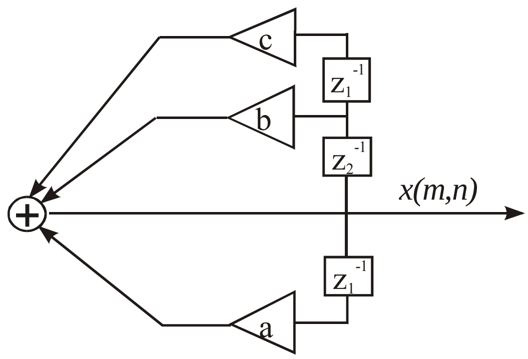

Рис.1. Структурная схема автономного двумерного рекурсивного цифрового фильтра первого порядка

В качестве характеристики сумматора выбрана функция нелинейности с насыщением и тремя уровнями квантования. Вид данной функции представлен на рис. 2.

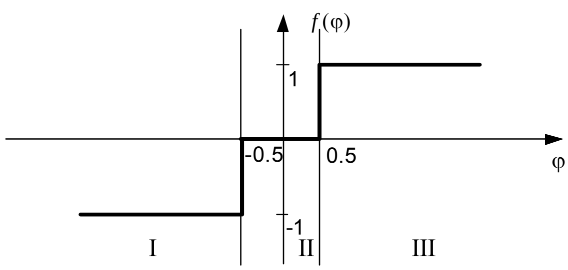

Рис. 2. Функция нелинейности сумматора с насыщением и трехуровневым квантованием

Для систем с нелинейным сумматором и квантователями наиболее информативен детерминированный подход. В частности он использовался при изучении нелинейных свойств одномерных цифровых фильтров [5]. Детерминированный подход используется для решения задач, связанных с изучением условий

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Образования РФ (грант № А04-2.9-622)

зарождения предельных циклов разных периодов в результате нелинейной характеристики сумматора и с оценкой их амплитуды с учетом эффектов квантования.

2. Методика исследования

Суть подхода заключается в следующем. Область определения функции нелинейности разбивается на зоны с различными значениями. Затем путем последовательного перебора возможных переходов системы по этим зонам находятся ограничения на параметры системы, соответствующие определенным движениям. В результате все пространство параметров системы делится на области с различными типами движений.

Следует заметить, что любое начальное условие для двумерной системы первого порядка представляет собой бесконечный в двух направлениях вектор, тогда как для одномерной системы первого порядка начальным условием служит один отсчет [5]. Перебрать всевозможные начальные условия для двумерной системы становится нереальным при ее исследовании. В связи с этим, при исследовании двумерных систем с произвольными начальными условиями предлагается находить условия возникновения заранее заданных типов движения. Например, двумерных предельных циклов [3-4]. В этом случае достаточно рассматривать определение этих циклов и аналитический вид функции нелинейности. Рассмотрим это более подробно на примере нахождения областей существования циклов периода 1x0, 0x1 и 1x1.

3. Нахождение областей существования ДПЦ

Исходя из разностного уравнения и определения ДПЦ найдем область существования цикла периода 1x0

$$\begin{cases} X(m,n) = f(aX(m-1,n) + bX(m,n-1) + cX(m-1,n-1)) \\ X(m,n) = X(m-1,n). \end{cases}$$

Согласно разбиению функции нелинейности отсчет $X(m,n)$ может принимать одно из трех значений. Рассмотрим каждый случай отдельно. Пусть $X(m,n) \in$ III зоне, т.е.

$$\begin{cases} X(m,n) = f(aX(m-1,n) + bX(m,n-1) + cX(m-1,n-1)) \\ X(m,n) = X(m-1,n) = 1, \end{cases}$$

это равносильно выражению

$$1 = f(a + bX(m,n-1) + cX(m-1,n-1)).$$

Таким образом, из задания функции нелинейности имеем

$$a + bX(m,n-1) + cX(m-1,n-1) > 0.5.$$

Отсчеты $X(m,n-1)$ и $X(m-1,n-1)$ также могут принимать одно из трех значений. В соответствии с этим получим набор условий (таблица 1), соответствующих различным значениям отсчетов $X(m,n-1)$ и $X(m-1,n-1)$.

Таблица 1. Набор условий на коэффициенты фильтра для различных значений отсчетов $X(m,n-1)$ и $X(m-1,n-1)$

№	$X(m,n-1)$	$X(m-1,n-1)$	**Соответствующее неравенство**
1	-1	-1	$a-b-c>0.5$
2	-1	0	$a-b>0.5$
3	-1	1	$a-b+c>0.5$
4	0	-1	$a-c>0.5$
5	0	0	$a>0.5$
6	0	1	$a+c>0.5$
7	1	-1	$a+b-c>0.5$
8	1	0	$a+b>0.5$
9	1	1	$a+b+c>0.5$

При соблюдении условий из таблицы 1, если $X(m-1,n)$ $\in$ III зоне функции нелинейности, то и $X(m,n)$ также будет принадлежать ей, при любых значений переменных m и n.

Рассмотрев аналогичным образом случаи $X(m,n) \in$ I зоне и $X(m,n) \in$ II зоне получим результирующую область соответствующую циклам периода 1x0 на выходе фильтра (рис. 3). Области существования цикла периода 0x1 и 1x1 находятся аналогично.

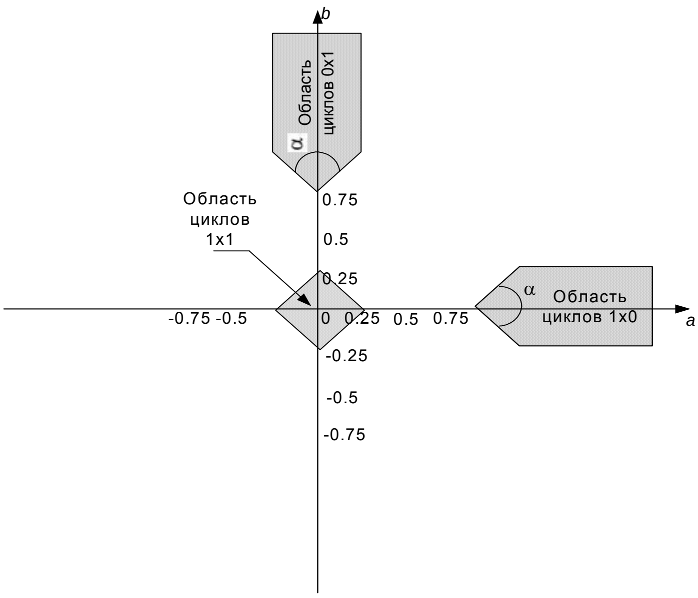

Рис. 3. Области существования циклов периода 1x0, 0x1 и 1x1, $c = 0.25$

Данное разбиение будет справедливо для произвольного вида начальных условий. В остальных точках пространства коэффициентов. Могут также существовать двумерные предельные циклы, как с переходными процессами, так и без них. Однако, существование предельных циклов в таких точках зависит от вида начальных условий и не является обязательным. В первой четверти плоскости коэффициентов наиболее вероятным сигналом является двумерный единичный импульс.

С ростом числа уровней квантования область циклов 1x0 будет удаляться от центра по осям координат, а величина угла α (рис. 3) увеличиваться. Кроме того, возрастет число зон с переходными видами сигналов.

Литература

1. Рудых Д.В., Лебедев М.В., Приоров А.Л. Исследование автономных двумерных рекурсивных цифровых фильтров первого порядка с нелинейностью насыщение и заданным числом уровней квантования // Труды. LVII науч. сессии, посвященной Дню радио. Москва, 2003. Т.1., С.172-174.
2. D.V. Rudyh, M.V. Lebedev, V.V. Kryashchev, and A.L. Priorov. Investigation of the two-dimensional first-order recursive digital filters with saturation nonlinearity // Proc. of the 11-th Workshop on “Nonlinear Dynamics of Eletronic Systems” (NDES'2003), Switzerland, 2003. pp. 213-216.
3. D.V. Rudyh, M.V. Lebedev and A.L. Priorov. Limit cycles in autonomous two-dimensional first order recursive digital filters with nonlinear adder without quantization// Proc. of the 12-th Workshop on “Nonlinear Dynamics of Eletronic Systems” (NDES'2004), Portugal, 2004.
4. D.V. Rudyh, M.V. Lebedev, A.L. Priorov and T.V. Malkova Limit cycles in autonomous two-dimensional first order recursive digital filters// Proc. of Int. Scientific Conference "Informatics, Mathematical Modelling and Design in the Technics, Controlling and Education» (IMMD’2004), 2004. С. 164-167.
5. Брюханов Ю.А. Периодические движения в цифровой рекурсивной системе второго порядка с нелинейностью насыщения// Известия вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, N 1.