

## ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ФРАКТАЛЬНОГО АЛГОРИТМА КОДИРОВАНИЯ

Манько В.Э., Манько Е.Э., Приоров А.Л.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14, Тел. (0852) 79-77-75, E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

**Реферат.** Предложен алгоритм фильтрации цифровых изображений, основанный на теории фракталов и определении дисперсии шума, содержащегося в изображении [1]. Метод заключается в воссоздании фрактального кода незашумленного изображения из кода зашумленного с использованием значения дисперсии шума. В качестве значения дисперсии шума берется наиболее часто встречающееся при определении дисперсии для небольших участков изображения (7x7 пикселей). Приведены основные результаты исследований.

В течение прошлого десятилетия наблюдался существенный интерес к фрактальному кодированию с целью сжатия изображения [2]. Применение же фрактального кодирования к другим аспектам обработки изображений было менее распространенным. В работе предлагается фрактальный метод восстановления зашумленного изображения. В основе метода лежит получение фрактального кода незашумленного изображения из кода зашумленного изображения, основываясь на знании дисперсии шума. Получаемый фрактальный код дает возможность получить при восстановлении значительно улучшенное по качеству изображение по сравнению с исходным. Улучшение качества в значительной степени связано с особенностями визуальной системы человека, в которой более сильно сглаживаются однородные области и области с малым количеством переходов, и меньше сглаживаются области с резкими перепадами яркости, например, границы изображения.

С потребностью в восстановлении изображения сталкиваются во многих практических применениях. Искажение белым Гауссовым шумом может быть вызвано особенностями окружающей среды или шумами, свойственными каналам связи. Линейная фильтрация широко использовалась для восстановления изображений из-за ее относительной простоты. Однако, так как эти методы основаны на предположении, что сигнал изображения является постоянным и сформированным с использованием линейной системы, их эффективность очень ограничена. Фактически, реальные изображения имеют типично нестационарные статистические характеристики и сформированы с помощью нелинейной системы. Существуют различные адаптивные и нелинейные методы восстановления изображений, основанные на изменении локальных статистических характеристик. Эти методы достигают лучшего восстановления изображения при сохранении его высокой контрастности.

В работе исследован адаптивный нелинейный метод восстановления изображения, основанный на фрактальном кодировании изображения.

В качестве тестового использовалось стандартное испытательное изображение "Фотограф", (512 x 512 пикселей, 8 бит/пиксель), которое было изменено белым Гауссовым шумом с дисперсией 625.

Для оценки качества изображений использовалась величина среднеквадратичного отклонения

$$CKO = \frac{1}{512} \left[ \sum_{i,j} (u_{ij} - \vartheta_{ij})^2 \right]^{1/2},$$

где  $u_{ij}$  - значения интенсивности точек исходного изображения,  $\vartheta_{ij}$  - значения интенсивности точек полученного изображения.

Первый этап обработки заключается в определении дисперсии шума ( $\sigma_N^2$ ) в изображении. Метод оценки  $\sigma_N^2$  основан на условии, что изображение имеет много областей постоянной интенсивности, и что любая неоднородность появляется из-за шума. Это предположение имеет силу для многих реальных изображений. Также предполагается, что шум (N) имеет постоянную дисперсию по всему изображению, так как для исследования выбран белый Гауссов шум. Вычисление локальной дисперсии шума производится в маленьких окнах (7x7 пикселей), и в качестве дисперсии шума берется наиболее часто встречающееся значение локальной дисперсии.

Затем производится фрактальное кодирование зашумленного изображения. Фрактальное кодирование основывается на теории систем итерированных функций [3, 4]. Суть кодирования заключается в разбиении изображения на ранговые блоки  $R_i$  и нахождении для них набора доменных областей  $D_i$  связанных соотношением

$$R_i = w_i(D_i),$$

где  $w_i$  - оператор, включающий в себя набор аффинных преобразований.

Пусть функция  $u(R_i)$  хорошо приближена функцией  $u(D_i)$ , т.е.

$$u(R_i) \cong \phi_i(u(D_i)) = \phi_i(u(w_i^{-1}(R_i))),$$

где  $\phi_i$  - оператор изменения яркости точек изображения.

Если обозначить изображение как функцию  $u(x, y)$ , то можно записать

$$u(x, y) \cong (Tu)(x, y) = \sum_i \phi_i(u(w_i^{-1}(x, y))),$$

т.е. изображение аппроксимируется набором измененных операторами  $W_i$  и  $\phi_i$  - копий самого этого изображения.

Оператор изменения яркости  $\phi_i$  определяется следующим выражением

$$\phi(u) = \alpha^* u + \beta^*,$$

где коэффициенты  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  определяются по формулам

$$\alpha^* = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[ \sum_{i=1}^n x_i \right]^2},$$

$$\beta^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - \alpha^* \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где  $(x_i, y_i)$  – координаты точек зашумленного изображения.

В представленном алгоритме фильтрации в процессе фрактального кодирования определяются коэффициенты  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  зашумленного изображения, далее рассчитываются аналогичные коэффициенты  $(\alpha, \beta)$  для незашумленного изображения, используя определенное ранее значение дисперсии шума

$$\alpha = \left( 1 + \frac{\sigma_N^2}{4\sigma_X^2} \right) \alpha^*,$$

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \alpha \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где  $\sigma_X^2$  - дисперсия незашумленного изображения,  $(x_i, y_i)$  – координаты точек незашумленного изображения. После этого производится восстановление незашумленного изображения с использованием полученных коэффициентов.

Результаты обработки тестового изображения с использованием представленного метода для  $\sigma_N^2=625$  представлены на рис. 1. Для сравнения взят часто используемый адаптивный алгоритм фильтрации, известный как фильтр Ли. Этот фильтр, как и представленный, способен сгладить шум в однородных областях и оставить неизменными неоднородные области изображения. Для этого изображение разбивается на квадратные области размером 3x3, 5x5 или 7x7 точек и для каждой такой области вычисляются среднее значение и дисперсия.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i,$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2.$$

Избирательность фильтра Ли достигается использованием следующего алгоритма.

$$F(x_1, x_2, \dots, x_N) = \beta x_1 + (1 - \beta) \bar{x},$$

где  $x_1$  центральная точка в окне, а коэффициент  $\beta$  определяется по формуле

$$\beta = \max \left( \frac{\sigma_x^2 - \sigma_N^2}{\sigma_x^2}, 0 \right), \text{ где } \sigma_N^2 - \text{ дисперсия шума.}$$

В таблице 1 представлены результаты фильтрации для различных значений дисперсии шума.

Таблица 1.

Зашумленное изображение	Фрактальная фильтрация	Фильтр Ли
-------------------------	------------------------	-----------

$\sigma_N^2=100$	СКО=5,21	СКО=6,63
$\sigma_N^2=225$	СКО=6,03	СКО=9,10
$\sigma_N^2=625$	СКО=7,11	СКО=13,26
$\sigma_N^2=900$	СКО=7,78	СКО=14,99



а)



б)



в)

Рис. 1 а) Зашумленное изображение с дисперсией шума  $\sigma_N^2=625$ , б) Фрактальная фильтрация с СКО=7,11, в) Фильтр Ли с СКО=13,26

Таким образом, результаты показывают, что представленный метод дает лучшие результаты, по сравнению с широко используемым для фильтрации Гауссовых шумов фильтром Ли.

#### Литература

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Изд. РХД. Ижевск, 2002
2. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов / М., Мир, 1988.
3. Манько В.Э., Приоров А.Л. Применение цифровой фильтрации для предварительной обработки изображений при использовании фрактального алгоритма сжатия. // Докл. 5-ой междунард. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М., 2003. Т. 2. С 440-442.
4. Манько В.Э., Манько Е.Э. Исследование влияния предварительной морфологической обработки полутоновых изображений на коэффициент компрессии при использовании фрактального алгоритма сжатия. // Докл. 6-ой междунард. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». М., 2004. Т. 2. С 130-132.

