

**АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, АППРОСИМИРОВАННЫХ ДИСКРЕТНОЗНАЧНЫМ МАРКОВСКИМ ПРОЦЕССОМ**

Трубин И.С., Буторин Е.Л.

Вятский государственный университет, кафедра радиоэлектронных средств  
610000, г. Киров, ул. Московская д.36, тел. (8332)32-16-44, факс. (8332)62-65-78,  
e-mail: res@riac.ru, i\_trubin@mail.ru

При обработке изображений, искаженных шумами, когда априорная информация о степени корреляции между элементами изображения на приемной стороне неизвестна, целесообразно использовать адаптивные методы фильтрации, позволяющие непосредственно в процессе приема информации вычислять недостающие статистические данные и использовать их для повышения качества восстановления изображения.

В работах [1, 2], посвященных адаптивной фильтрации случайных процессов с частичной или полностью неизвестными априорными данными о статистике фильтруемого процесса, недостающие априорные знания заменяются апостериорными в процессе обучения с “учителем”, при наличии связи с источником информации, что не всегда приемлемо на практике.

В данной работе рассматриваются методы адаптивной фильтрации оцифрованных полутоновых изображений, искаженных аддитивным гауссовским белым шумом, отличающиеся простой реализацией и малой вычислительной сложностью. Элементы полутонового изображения  $\mu(i, j)$ , где  $1 \leq i \leq h, 1 \leq j \leq v$ , а  $h$  и  $v$  размеры изображения по горизонтали и вертикали соответственно, после оцифровки представляют собой  $m$  – разрядные двоичные числа  $y(i, j) = \{y^{(m)}(i, j), \dots, y^{(1)}(i, j)\}$ , где  $y^{(l)}(i, j)$  -  $l$ -й разряд двоичного числа, последовательность которых может быть аппроксимирована двумерным дискретнозначным марковским процессом с  $2^m$  состояниями и матрицей вероятностей перехода  $\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{pmatrix}$ .

При последовательной развертке кадра изображения от левого верхнего угла вправо вниз и поразрядной обработке элементов оцифрованного изображения, система уравнений нелинейной фильтрации имеет вид [3]:

$$\begin{aligned} u^{(l)}(i, j) = & f(\Phi_1^{(l)}(i, j)) - f(\Phi_2^{(l)}(i, j)) + u^{(l)}(i-1, j) + \\ & + z_1^{(l)}(u^{(l)}(i-1, j), \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)}) + u^{(l)}(i, j-1) + z_2^{(l)}(u^{(l)}(i, j-1), \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)}) - \\ & - u^{(l)}(i-1, j-1) - z_3^{(l)}(u^{(l)}(i-1, j-1), \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{m(l)}), l = \overline{1, m}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $Z_v^{(l)}(u^{(l)}(q, r), \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{(l)}) = \ln \frac{\mathfrak{K}_{\alpha\alpha}^{(l)} + \mathfrak{K}_{\beta\alpha}^{(l)} \exp\{-u^{(l)}(q, r)\}}{\mathfrak{K}_{\beta\beta}^{(l)} + \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{(l)} \exp\{u^{(l)}(q, r)\}}$ .

В нелинейные функции  $Z_v^{(l)}(\cdot)$  необходимо, в соответствии со значением  $v = 1, 2, 3$ , подставлять значения оценок элементов матриц вероятностей переходов по горизонтали, вертикали и диагонали  $\mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{(l)}, \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)}, \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{m(l)} (\alpha, \beta, = 1, 2)$ , связанные между собой соотношением

$$\mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{m(l)} = \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)} \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)} = \begin{bmatrix} \mathfrak{K}_{\alpha\alpha}^{r(l)} & \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)} \\ \mathfrak{K}_{\beta\alpha}^{r(l)} & \mathfrak{K}_{\beta\beta}^{r(l)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathfrak{K}_{\alpha\alpha}^{r(l)} & \mathfrak{K}_{\alpha\beta}^{r(l)} \\ \mathfrak{K}_{\beta\alpha}^{r(l)} & \mathfrak{K}_{\beta\beta}^{r(l)} \end{bmatrix}.$$

Все априорные статистические данные о фильтруемом процессе содержатся в параметре  $\mathfrak{K}_{ij}^{(l)}$  функции  $Z_v^{(l)}(u^{(l)}(q, r), \mathfrak{K}_{ij}^{(l)})$ , входящей в выражение (1). Поэтому для решения поставленной задачи синтеза адаптивного алгоритма фильтрации элементов полутоновых изображений, необходимо выбрать способ вычисления оценки  $\mathfrak{K}_{ij}^{(l)}$ . Один из методов рассмотрен в работе [3], где оценка  $\mathfrak{K}_{ii}^{r(l)}$  по горизонтали определяется через среднюю длину последовательности символов одного знака. Поскольку сканирование изображения идет построчно, получать оценку вероятности перехода по вертикали, таким образом, не представляется возможным без существенных усложнений алгоритма и увеличений требований к его ресурсам.

Рассмотрим способ, позволяющий получать оценку  $\mathfrak{K}_{ii}^{m(l)}$  по вертикали практически одновременно с оценкой  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)}$ . В соответствие с принятой математической моделью цифрового полутонового изображения в

окрестность фильтруемого элемента изображения  $v_4$  входят соседние элементы изображения по горизонтали  $v_1$ , вертикали  $v_2$  и диагонали  $v_3$ . Тогда условная вероятность появления элемента  $v_4$  со значением  $v_4 = M_\alpha; \alpha = 1, 2$  при таких же значениях соседних элементов будет иметь вид

$$W^{(l)}\left(v_4 = M_\alpha \mid v_1^{(l)} = M_\alpha; v_2^{(l)} = M_\alpha; v_3^{(l)} = M_\alpha\right) = \frac{\pi_{ii}^{r(l)} \pi_{ii}^{n(l)}}{\pi_{ii}^{m(l)}}$$

Учитывая, что  $\pi_{ii}^{m} = \pi_{ii}^r \pi_{ii}^n + (1 - \pi_{ii}^r)(1 - \pi_{ii}^n)$ , нетрудно получить оценку  $\mathfrak{K}_{ii}^{n(l)}$ , ( $i = 1, 2$ ) по вертикали

$$\mathfrak{K}_{ii}^{n(l)} = \mathfrak{K}_{ii}^{(l)} \cdot \frac{1 - \mathfrak{K}_{ii}^{r(l)}}{\left(\mathfrak{K}_{ii}^{r(l)} - \mathfrak{K}_{ii}^{(l)} \cdot (2 \cdot \mathfrak{K}_{ii}^{r(l)} - 1)\right)}$$

Рассмотренный метод оценки вероятностей перехода приводит к достаточно простой структуре приемного устройства (ПУ), отличающейся от оптимальной только наличием блока адаптации (БА), реализующего процедуру вычисления оценок вероятностей перехода  $\mathfrak{K}_{ii}^{r(l)}$  и  $\mathfrak{K}_{ii}^{n(l)}$ .

При наличии шумов в канале связи точность оценок  $\mathfrak{K}_{ii}^{r(l)}$  и  $\mathfrak{K}_{ii}^{n(l)}$  снижается. При подключении БА на входе нелинейного фильтра (рис. 1. а), зависимость оценки  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)}$  от истинного значения  $\pi_{ii}^{(l)}$ , при фиксированном отношении сигнал/шум, линейная. Это позволяет рассчитать скорректированную оценку  $\hat{\pi}_{ii}^{(l)} = \frac{\mathfrak{K}_{ii}^{(l)} - 2P_o(1 - P_o)}{1 - 4P_o(1 - P_o)}$ , где  $P_o$  - вероятность ошибки при приеме бинарного символа, зависящая от отношения сигнал/шум по мощности для элемента изображения  $\rho_e^2$ .

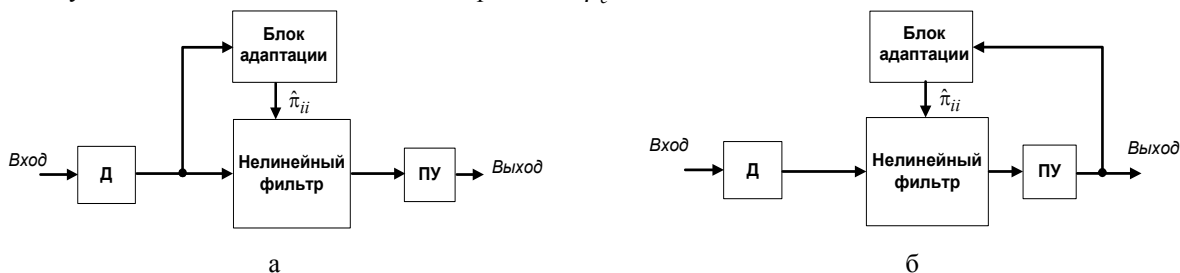


Рис. 1

Адаптивное устройство рис. 1 а, наряду с достоинством, которое заключается в инвариантности блока адаптации по отношению к фильтру при его простой реализации, имеет существенный недостаток, заключающийся в том, что при высоком уровне шумов ( $\rho_e^2 < -9$  дБ) для получения состоятельных оценок  $\hat{\pi}_{ii}^{(l)}$  требуется большое количество строк, что недопустимо. Для ослабления данного недостатка предлагается выполнять адаптацию по данным на выходе ПУ (рис. 1 б). В этом случае получаемая оценка  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)}$  зависит не только от отношения сигнал/шум, но и от параметров нелинейного фильтра  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)} = f(\pi_{ii_f}^r; \pi_{ii_f}^n; \rho_e^2)$ . Это существенно усложняет реализацию алгоритма. Учитывая, что для большинства оцифрованных изображений, полученных с помощью технических средств визуализации, справедливо соотношение:  $\pi_{ii}^{n(l)} \in (0,93 - 0,97) \pi_{ii}^{r(l)}$ , а также хорошую устойчивость двумерного алгоритма фильтрации к неточности представления статистических данных о фильтруемом процессе, можно принять  $\pi_{ii}^{n(l)} \approx \pi_{ii}^{r(l)} = \pi_{ii}^{(l)}$ .

Это позволило использовать для адаптации сравнение оценок вероятности перехода  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)}$  и  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)*}$ , где  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)}$  - оценка на выходе адаптивного ПУ (рис.1 б), а  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)*}$  - оценка на выходе фильтра, согласованного с параметрами обрабатываемого изображения, при известном отношении сигнал/шум на входе ПУ. Величина  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)*}$  вычисляется, как  $\mathfrak{K}_{ii}^{(l)*} = \Psi \pi_{ii_f}^{(l)}$ , где  $\pi_{ii_f}^{(l)}$  - вероятность перехода установленная в фильтре, а значение  $\Psi$  определено априорно для фильтра согласованного с параметрами изображения в зависимости от истинного значения  $\pi_{ii}^{(l)}$  при фиксированном отношении сигнал/шум  $\rho_e^2$  на входе ПУ (рис. 2). Оценка  $\mathfrak{K}_{ii_f}^{(l)}(r)$ , подставляемая в фильтр, на  $r$ -ом шаге адаптации (обычно шаг адаптации равен длине строки) определяется вы-

ражением  $\hat{\pi}_{ii}^{(l)}(r) = \hat{\pi}_{ii}^{(l)}(r-1) + \text{sign}(\hat{\pi}_{ii}^{(l)} - \hat{\pi}_{ii}^{(l)*}) * \Delta$ , где  $\Delta$  – величина шага коррекции, которая заранее определена.

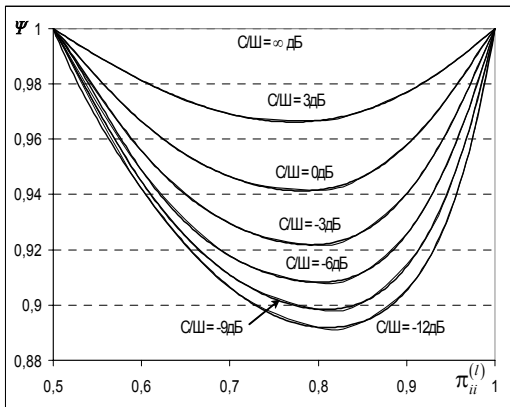


Рис.2

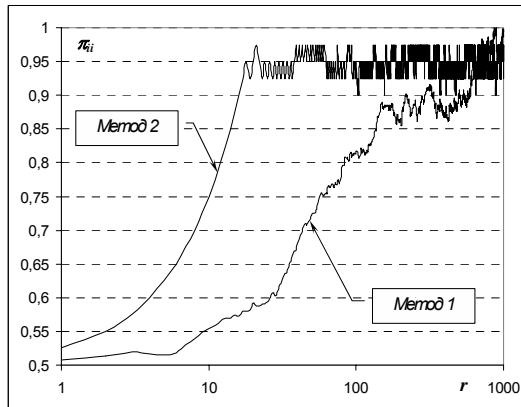


Рис.3

Для иллюстрации процесса адаптации на рис.3 приводятся зависимости изменения вероятности перехода в адаптивном фильтре от числа шагов адаптации при  $\rho_e^2 = -12\text{дБ}$ . На рисунке обозначение "метод 1" соответствует адаптации по входным данным (рис.1 а), а "метод 2" - адаптации по данным на выходе ПУ (рис. 1 б). Начальные значения элементов матрицы вероятности перехода заданы равными 0,5 (независимые процессы). Предпочтительнее задавать начальные значения матрицы вероятности переходов близкими к среднестатистическим, для данного класса изображений, что позволяет ускорить процесс адаптации в несколько раз. Как видно из рис.3, вариант включения блока адаптации на выходе ПУ обеспечивает получение оценок  $\hat{\pi}_{ii}^{(l)}$  с заданной точностью после 10-15 первых строк изображения (шагов адаптации), которые, как правило, малоинформативных с точки зрения восприятия человеком.

**Литература**

1. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ./ Под ред. В.В. Шахгильдяна. - М.: Радио и связь, 1988. - 440 с.
2. Фомин В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. - М.: Наука-Главная редакция ФМЛ, 1984. 287 с.
3. Трубин И.С., Тихонов И.Е. Адаптивная нелинейная цифровая фильтрация полутонных изображений // Радиотехника №12, 2003 г.