АЛГОРИТМЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Чикин А.В.

ОАО «ТАКТ-КП» (НИИТП)

Введение

Рассматривается актуальная в области цифровой радиосвязи задача. Источник информации в течение интервала времени $\mathbf{T} = \{1,...,T\}$ генерирует некоторую цифровую последовательность, которая после преобразования в аналоговый вид передается по каналу связи. Источник выбирает последовательность из известной линейной совокупности, состоящей из N элементов. При отсутствии априорных статистических данных об источнике и канале связи необходимо синтезировать алгоритм, функционирующий в приемном устройстве и обеспечивающий наилучшее распознавание переданной последовательности по выбранному критерию качества.

Формальная постановка задачи

На примере задачи декодирования линейных кодов положим, что множество передаваемых кодовых комбинаций (последовательностей) представляется как векторное линейное пространство $\mathbf{V}^T$ над полем Галуа $GF(2)$. Данное пространство взаимно однозначно отображается в подмножество $\mathbf{U}_v^T$ евклидова T-мерного пространства $\mathbf{U}^T$ (*пространство наблюдений*). Таким образом, осуществляется преобразование цифрового сигнала в аналоговый. Наиболее распространено покоординатное отображение $\{\text{лог}.0, \text{лог}.1\} \leftrightarrow \{1,-1\}$. Влияние помехи условно описывается отображением $\mathbf{U}^T$ на себя.

По принятому элементу из пространства наблюдений $\mathbf{u} \in \mathbf{U}^T$ необходимо вынести решение о передаваемой кодовой комбинации. Функцию $g(\mathbf{u})$ на $\mathbf{U}^T$ со значениями в $\mathbf{V}^T$ принято называть решающим правилом (*алгоритмом*). В рамках ставящейся задачи данная функция полежит синтезу.

На вид решающего правила существенно влияет выбранный критерий качества. Задача осложнена отсутствием априорных статистических сведений. Тем не менее, математическая теория статистики предлагает в таких случаях пользоваться критерием наименьших расстояний[1]. Данный критерий выгоден тем, что синтезированные решающие правила в случае помехи, имеющий аддитивный характер и описываемой симметричным относительно нуля законом распределения, оказываются оптимальными[1]. Таким образом, класс получаемых оптимальных алгоритмов включает как подмножество класс алгоритмов, оптимальных для распространенных моделей каналов (например, гауссовых).

В соответствии с этим критерием в пространство наблюдений вводится метрика $\rho(\cdot,\cdot)$, в нашем случае совпадающая с естественной метрикой евклидова пространства. Далее вычисляется расстояние $\rho_{\min}$ между принятым вектором и множеством $\mathbf{U}_v^T$. Находится элемент $\hat{\mathbf{u}}_v$ из данного множества, для которого $\rho(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{u}}_v) = \rho_{\min}$. Считается, что элемент $\hat{\mathbf{v}} \leftrightarrow \hat{\mathbf{u}}_v$ есть оценка по методу наименьших расстояний.

Класс алгоритмов распознавания

Известно[1] оптимальное решающее правило, представляющее собой многоканальную схему. Число каналов равно числу кодовых комбинаций и в каждом из них выполняется вычисление функции расстояния для соответствующего вектора кодовой комбинации. По окончании за оценку принимается вектор, для которого в соответствующем канале функция расстояния приняла минимальное значение.

Несмотря существование данного метода, реализация алгоритма оказывается в большинстве задач затруднительной в связи с большими значениями как T, так и N. Тем не менее в работах[2-4] показано существование другого оптимального метода нахождения решающей функции. Для этого принимается во внимание, что кодовое пространство порождено совокупностью из m базисных векторов $\{\mathbf{v}_{b1},...,\mathbf{v}_{bm}\}$

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{v}_{bi} c_i = \mathbf{Bc}, \qquad \mathbf{B} = [\mathbf{v}_{b1},...,\mathbf{v}_{bm}], \tag{0.1}$$

где $\mathbf{c} = \{c_1,...,c_m\}$ - так называемый координатный вектор.

Далее от вектора наблюдений формируется достаточная статистика, представляющая собой вектор из пространства $\left(\mathbf{C}^m\right)^R$, где $\mathbf{C}^m = \left\{\mathbf{c}_1,...,\mathbf{c}_N\right\}$, $R = C_T^m = \dfrac{T!}{m!\left(T-m\right)!}$ - комбинаторная функция. Данное пространство статистик формируется посредством множества обратных отображений для (0.1)

$$\mathbf{c}_i = P_i\mathbf{B}^{-1} \cdot P_i\mathbf{v},\ i = 1,...,R \tag{0.2}$$

и каждой m-мерной ортопроекции $P_i\mathbf{u}$, $i = 1,...,R$. При этом предварительно находится соответствующая ортопроекция $P_i\mathbf{v} \leftrightarrow P_i\mathbf{u}$. Таким образом, искомая решающая функция оказывается заданной на $\left(\mathbf{C}^m\right)^R$ и принимающая значения в $\mathbf{V}^T$.

Может быть показано[4], что решающая функция $g\left(\mathbf{u}\right)$ выражается в виде интеграла на пространстве статистик с последующим выбором максимального значения. При этом для последовательности чисел $r_1 < r_2 < ... < R$ может быть выделен класс субоптимальных алгоритмов $A_{r_1} \prec A_{r_2} \prec ... \prec A_R$.

Заключение

В результате исследований выявлен упорядоченный по вычислительной сложности и статистическим характеристикам класс субоптимальных алгоритмов распознавания. Он может быть представлен как аппроксимационный ряд оптимального алгоритма. В зависимости от возможностей технической реализации из данного ряда может быть выбран необходимый алгоритм. Во многих практических задачах достаточно использовать лишь первый алгоритм приближения, в работе[3] описанный как *последовательный.*

Литература

1. Прокис Дж. Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000. – 800с.
2. Чикин А.В. Метод быстрого обнаружения и оценки псевдослучайных сигналов в широкополосных системах связи// Труды МАИ вып.13, 2003.
3. Чикин А.В. Быстрое декодирование линейных блоковых кодов// Труды МАИ вып.13, 2003.
4. Чикин А.В. Оценка линейных сигналов в условиях непараметрической априорной неопределенности// Труды МАИ вып.14, 2003.