

ОЦЕНИВАНИЕ ПСЕВДОГРАДИЕНТА ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МЕЖКАДРОВЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Самойлов М.Ю., Ташлинский А.Г.

Ульяновский государственный технический университет

Пусть два исследуемых кадра $\mathbf{Z}^{(1)} = \{z_j^{(1)}\}$ и $\mathbf{Z}^{(2)} = \{z_j^{(2)}\}$ двумерного изображения, определенного на сетке отсчетов $\Omega: \{\bar{j} = (j_1, j_2)\}$, представляют собой аддитивную смесь информационного изображения $\{x_{\bar{j}}\}$ и изображения $\{\theta_{\bar{j}}\}$ независимого гауссовского шума:

$$\{z_j^{(1)}\} = \{x_{\bar{j}} + \theta_{\bar{j}}^{(1)}\}, \quad \{z_j^{(2)}\} = \{x(\bar{j}, \bar{\alpha}) + \theta_{\bar{j}}^{(2)}\}, \quad \bar{j} \in \Omega, \quad (1)$$

где $\bar{\alpha}$ - вектор неизвестных параметров геометрического преобразования $f(\bar{\alpha})$ изображения $\{x_{\bar{j}}^{(1)}\}$ в $\{x_{\bar{j}}^{(2)}\}$. Модель межкадровых геометрических деформаций изображений (МГДИ) определена с точностью до набора параметров \mathbf{b} и задана целевая функция (ЦФ) оценивания $J(\mathbf{b})$ МГДИ. Требуется на основании анализа кадров $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ изображений найти оценку \mathbf{b} . Эта задача может быть сформулирована как задача минимизации $J(\mathbf{b}) = J(\mathbf{b}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)})$

$$\mathbf{b}_t = \mathbf{b}_{t-1} - \mathbf{L}_t \nabla J(\mathbf{b}_{t-1}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}), \quad (2)$$

где \mathbf{b}_t - следующее за \mathbf{b}_{t-1} приближение точки минимума $J(\mathbf{b}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)})$; \mathbf{L}_t - матрица усиления, определяющая величину приращения параметров; $\nabla J(\mathbf{b}_{t-1}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)})$ - градиент функции $J(\mathbf{b}_{t-1}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)})$. Однако градиентные алгоритмы вида (2) при обработке изображений практически нереализуемы, т.к. требуют громадных вычислительных ресурсов.

Анализ подходов к синтезу алгоритмов оценивания МГДИ показывает, что требованию простоты, быстрой сходимости и работоспособности в различных ситуациях удовлетворяют рекуррентные псевдоградиентные алгоритмы (ПГА) [1] вида

$$\mathbf{b}_t = \mathbf{b}_{t-1} - \mathbf{L}_t \mathbf{v}_t, \quad (3)$$

где \mathbf{v}_t - псевдоградиент ЦФ; \mathbf{b}_0 - начальное приближение параметров.

Очень важным этапом при синтезе ПГА оценивания МГДИ является выбор ЦФ оценивания и получение соответствующего этому выбору псевдоградиента. Рассмотрим эту проблему подробнее.

В работе [2] показано, что при оценивании \mathbf{b} ЦФ ПГА можно найти из оптимальных алгоритмов оценивания, полученных методом максимального правдоподобия. Соответственно для градиента ЦФ с использованием лексико-графического представления матриц можно записать

$$\nabla J(\mathbf{b}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}) = \nabla \left[(\mathbf{Z}^{(2)} - \hat{\mathbf{X}}(\mathbf{b}))^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{Z}^{(2)} - \hat{\mathbf{X}}(\mathbf{b})) \right], \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{b})$ - оптимальный линейный прогноз деформированного изображения $\mathbf{Z}^{(2)}$ по опорному изображению $\mathbf{Z}^{(1)}$; \mathbf{V} - ковариационная матрица условного распределения вероятностей $w(\mathbf{Z}^{(2)} / \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{b})$.

Если произведение $\hat{\mathbf{X}}^T(\mathbf{b}) \mathbf{V}^{-1} \hat{\mathbf{X}}(\mathbf{b})$ можно считать не зависящим от параметров деформаций \mathbf{b} , то градиент ЦФ можно найти [2] как

$$\nabla J(\mathbf{b}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}) = - \nabla \left[\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{b}) \mathbf{V}^{-1} \mathbf{Z}^{(2)} \right]. \quad (5)$$

Заметим, что в последнем случае при нахождении оптимальных оценок МГДИ осуществляется максимизация ЦФ. Это требует выполнения шагов рекуррентного алгоритма в направлении градиента, чему в (5) соответствует знак минус.

Соотношения (4) и (5) соответствуют градиентам для оптимальных ЦФ и требуют громоздких вычислений. Уменьшения объема вычислений можно достичь при переходе к псевдоградиенту. При минимизации ЦФ ПГ может быть получен за счет упрощения градиента (4), а при максимизации ЦФ – градиента (5). Например, оптимальный прогноз $\hat{\mathbf{X}}(\mathbf{b})$ значений деформированного кадра можно заменить более простой оценкой $\hat{\mathbf{X}}(\bar{j}, \mathbf{b})$, а вместо $\nabla J(\mathbf{b}, \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)})$ использовать его усечение $\nabla J(\mathbf{b}, \mathbf{Z}_t)$, где $\mathbf{Z}_t = \{z_{j_t}^{(2)}, \hat{\mathbf{X}}_t(\bar{j}, \bar{\alpha})\}$ - двумерная локальная выборка ЦФ на t -й итерации [3].

Если предположить, что изображение от кадра к кадру изменяется незначительно (т.е. $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ это зашумленные реализации одного и того же изображения), то можно принять, что $\mathbf{V} \approx \sigma_0^2 \mathbf{I}$,

где \mathbf{I} - единичная матрица, а σ_0^2 - дисперсия аддитивного шума в соответствии с моделью наблюдений (1). При этом вычислительные затраты резко сокращаются, т.к. отпадает необходимость вычисления громоздкой ковариационной матрицы \mathbf{V}_z условного распределения $w(\mathbf{Z}^{(2)} / \mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{b})$. Тогда псевдоградиенты для выражения (4) и (5) для ПГ можно представить в виде

$$\mathbf{v}_t = \sigma_0^2 \sum_{j \in \Omega_t} \frac{\partial \mathfrak{K}(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} (\mathfrak{K}(\bar{j}, \mathbf{b}) - z_j^{(2)}), \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_t = -\sigma_0^2 \sum_{i \in \Omega_t} \frac{\partial \mathfrak{K}(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} z_j^{(2)}. \quad (7)$$

Заметим, что выражение (6), определяющее ПГ ЦФ соответствуют задаче минимизации среднего квадрата межкадровой разности (СКМР). Выражения (7), служащее той же цели, соответствуют задаче максимизации выборочного коэффициента межкадровой корреляции (ВКМК). Таким образом, в практических задачах оценивания параметров МГДИ основными ЦФ могут являться СКМР и ВКМК. В отличие от (6) ПГ (7) инвариантен к общему изменению яркости отсчетов изображения $\mathbf{Z}^{(2)}$. Выбор в качестве ЦФ СКМР целесообразен при отсутствии в принятых моделях изображений $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ мультипликативных искажений и нецентрированных помех.

Вычисление оптимального прогноза $\mathfrak{K}(\bar{j}, \bar{\alpha})$ при больших размерах изображения также предполагает большие вычислительные затраты. Их сокращения можно добиться заменой прогноза оценкой, сформированной по ограниченной локальной области. Большее упрощение может быть получено при использовании интерполяции [3], использующей на каждой очередной итерации алгоритма оценки \mathfrak{K} , полученные на предыдущей итерации. При этом на t -й итерации алгоритма локальная выборка ЦФ будет представлять собой:

$$\mathbf{Z}_t = \{z_{j_t}^{(2)}, \tilde{z}_{j_t}^{(1)}\}; z_{j_t}^{(2)} \in \mathbf{Z}^{(2)}, \tilde{z}_{j_t}^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \bar{\alpha}_{t-1}) \in \tilde{\mathbf{Z}},$$

где $\tilde{\mathbf{Z}}$ - непрерывное изображение, полученное из $\mathbf{Z}^{(2)}$ с помощью интерполяции.

Учитывая сказанное, соотношения (5) и (6) для ПГ с точностью до постоянного множителя примут соответственно вид

$$\mathbf{v}_t = \sum_{j_t \in \Omega_t} \frac{\partial \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} (\tilde{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \mathbf{b}) - z_{j_t}^{(2)}) \Big|_{\mathbf{b}=\mathbf{b}_{t-1}}, \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_t = -\sum_{j_t \in \Omega_t} \frac{\partial \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}_t, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} z_{j_t}^{(2)} \Big|_{\mathbf{b}=\mathbf{b}_{t-1}}. \quad (9)$$

Заметим, что в ряде случаев [4] в качестве ПГ ЦФ можно выбрать вектор $\mathbf{v}_t = \varphi(\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, \mathbf{Z}_t))$, где φ - векторная функция той же размерности, что и $\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, \mathbf{Z}_t)$. Например, очень простые и в то же время хорошо сходящиеся алгоритмы оценивания параметров получают при выборе в качестве φ знаковой функции [3]

$$\mathbf{v}_t = \text{sgn}(\nabla J(\bar{\alpha}_{t-1}, \mathbf{Z}_t)). \quad (10)$$

Алгоритмы, использующие ПГ вида (10) нашли широкое применение в различных задачах, требующих оценивания МГДИ в условиях сложного комплекса помех [4,5].

Проведены экспериментальные исследования псевдоградиентов (8) и (9) при использовании их в различных алгоритмах оценивания МГДИ. В частности, при трех способах оценивания псевдоградиента ЦФ и аффинной модели МГДИ. Первый способ основан на аналитическом дифференцировании заданной ЦФ $Q(\mathbf{b}, \mathbf{Z}_t)$ и приближении производной по яркости конечными разностями. Так, для СКМР

$$\mathbf{v}_t = \sum_{j \in \Omega_t} \left(\frac{\partial \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial j_1} \cdot \frac{\partial j_1}{\partial \mathbf{b}} + \frac{\partial \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial j_1^*} \cdot \frac{\partial j_2}{\partial \mathbf{b}} \right) (\tilde{z}^{(1)}(\bar{j}, \mathbf{b}) - z_j^{(2)}), \quad (11)$$

$$\text{где } \frac{\partial \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial j_1} \approx \frac{\tilde{z}_{j_t+1, j_{2t}}^{(1)} - \tilde{z}_{j_t-1, j_{2t}}^{(1)}}{2}$$

Второй способ использует свойство сложной производной:

$$\mathbf{v}_t = \sum_{j \in \Omega_t} \left(\frac{\partial Q(\mathbf{b}, \mathbf{Z}_t)}{\partial j_1(\bar{j}, \mathbf{b})} \cdot \frac{\partial j_1(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} + \frac{\partial Q(\mathbf{b}, \mathbf{Z}_t)}{\partial j_2(\bar{j}, \mathbf{b})} \cdot \frac{\partial j_2(\bar{j}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} \right), \quad (12)$$

где $\frac{\partial Q(\mathbf{b}, Z_t)}{\partial j_1(\bar{j}_t, \mathbf{b})} \approx \frac{Q_{j_{1t}+1, j_{2t}} - Q_{j_{1t}-1, j_{2t}}}{2}$, $\frac{\partial Q(\mathbf{b}, Z_t)}{\partial j_2(\bar{j}_t, \mathbf{b})} \approx \frac{Q_{j_{1t}, j_{2t}+1} - Q_{j_{1t}, j_{2t}-1}}{2}$.

А третий способ – оценку производной через приращение Δ_{α_i} параметра α_i :

$$\beta_{it} = \frac{Q(\mathfrak{E}_{1,t-1}, \dots, \mathfrak{E}_{i,t-1} + \Delta_{\alpha_i}, \dots, \mathfrak{E}_{m,t-1}, Z_t) - Q(\mathfrak{E}_{1,t-1}, \dots, \mathfrak{E}_{i,t-1} - \Delta_{\alpha_i}, \dots, \mathfrak{E}_{m,t-1}, Z_t)}{2\Delta_{\alpha_i}} \quad (13)$$

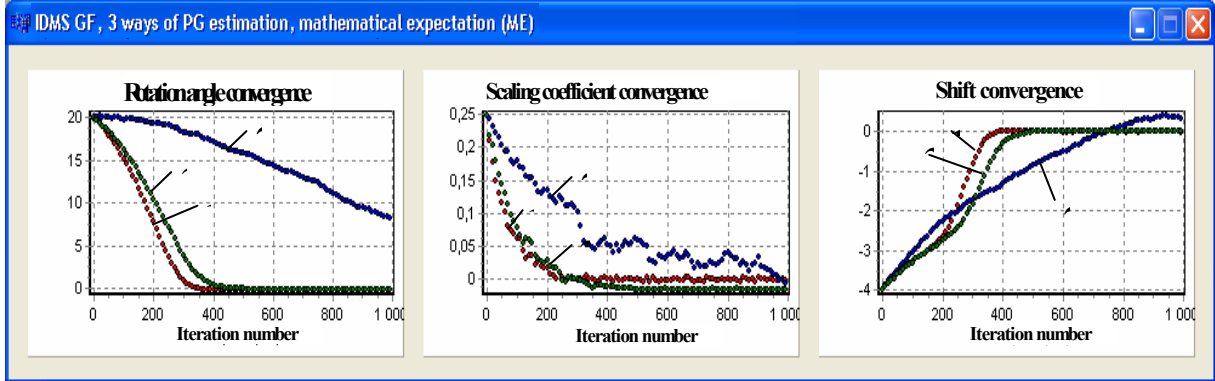


Рис. 1. ЦФ СКМР; параметры МГДИ $\varphi = 20^0$, $k = 1.25$, $h_x = 5$, $h_y = -4$; число реализаций 50; начальные приближения параметров $\varphi_0 = 0$, $k_0 = 1$, $h_{x0} = 0$, $h_{y0} = 0$; кривые 1(2,3) – первый (второй, третий) способы.

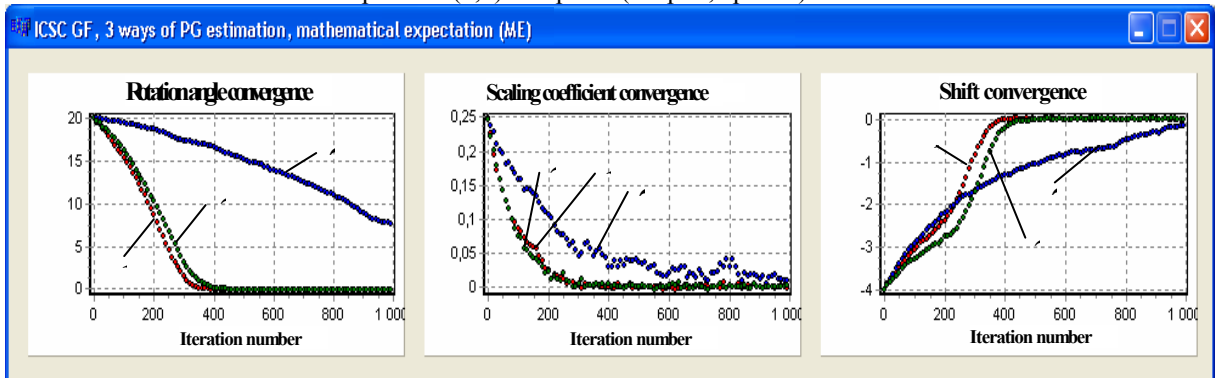


Рис. 2. ЦФ ВКМК; параметры МГДИ $\varphi = 20^0$, $k = 1.25$, $h_x = 5$, $h_y = -4$; число реализаций 50; начальные приближения параметров $\varphi_0 = 0$, $k_0 = 1$, $h_{x0} = 0$, $h_{y0} = 0$; кривые 1(2,3) – первый (второй, третий) способы.

Для примера на рис. 1 и рис. 2 для трех рассмотренных способов оценивания псевдоградиента приведены результаты статистического моделирования, показывающие зависимость математического ожидания погрешности оценивания аффинных МГДИ от числа итераций (скорости сходимости оценок) для СКМР и ВКМК соответственно. На рис. 3 приведены соответствующие графики для среднеквадратического отклонения оценок. Параметры моделирования поясняются в подрисуночных подписях. Анализ приведенных зависимостей показывает, что наиболее предпочтительным способом оценивания псевдоградиента является первый способ, обеспечивающий наибольшую скорость сходимости оценок при прочих равных условиях.

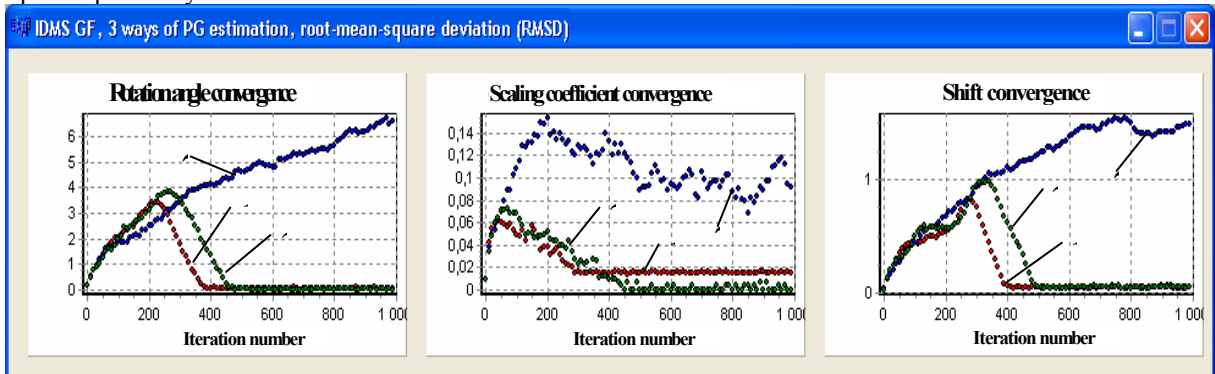


Рис. 1. ЦФ СКМР; параметры МГДИ $\varphi = 20^0$, $k = 1.25$, $h_x = 5$, $h_y = -4$; число реализаций 50; начальные приближения параметров $\varphi_0 = 0$, $k_0 = 1$, $h_{x0} = 0$, $h_{y0} = 0$; кривые 1(2,3) – первый (второй, третий) способы.

Литература

1. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации - М.: Наука. Физматлит, 1995. - 336 с.
2. Васильев К.К., Ташлинский А.Г. Оценивание параметров деформаций многомерных изображений, наблюдаемых на фоне помех // Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии: Труды IV Всероссийская конф., Ч.1. - Новосибирск: СО РАН, 1998. - С. 261-264.
3. Tashlinskii, A.G.: Image Sequence Spatial Deformation Parameters Estimation. UIGTU, Ulyanovsk, 2000. – 131 p.
4. Tashlinskii A.G. Pseudogradient estimation of image sequence spatial deformations / Automation, Control and Information Technology // A Publication of The International Association of Science and Technology for Development – IASTED. – Anaheim-Calgary-Zurich: ACTA Press, 2002. - Pp. 382-385.
5. Ташлинский А.Г., Кочкадаев А.В., Минкина Г.Л. Выбор целевых функций и псевдоградиента при оценивании межкадровых геометрических деформаций изображений / Вестник УлГТУ, № 4, 2003. – С. 54-56.

