

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ С НИЗКИМ ПИК-ФАКТОРОМ ДЛЯ MC-CDMA СИСТЕМ

Кренгель Е.И.

Кедах Электроникс Инжиниринг
Зеленоград, Москва, Россия, Ph +7-095-5300102, evgeniy.krengel@kedah.ru

Фундаментальная проблема уменьшения динамического диапазона тригонометрических рядов исследовалась многими математиками, но значительный практический интерес она вызвала только в последние 15 лет в связи с появлением систем, использующих ортогональное частотное мультиплексирование (OFDM) [1-2]. Как известно, численной характеристикой уменьшения динамического диапазона служит пик-фактор, определяемый как отношение пиковой мощности сигнала к его средней мощности. С учетом этого пик-фактор (PAPR) сигнала $s(t)$ определяется выражением

$$\text{PAPR} = \max |s(t)|^2 / M[|s(t)|^2], \quad (1)$$

где $M[\]$ – математическое ожидание.

В литературе описаны различные методы уменьшения пик-фактора OFDM сигналов [1,2]. Наиболее эффективный из них – метод т.н. “расширяющих” кодовых последовательностей. В результате его применения система OFDM преобразуется в MC-CDMA систему, являющуюся комбинацией CDMA и OFDM систем. MC-CDMA система обладает всеми преимуществами CDMA и OFDM систем, т.е. позволяет бороться с многолучевостью и частотно-селективными замираниями. Однако платой за это является существенное уменьшение по сравнению с OFDM скорости передачи данных.

В общем случае BPSK модулированный MC-CDMA сигнал может быть представлен в следующем виде

$$s(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=0}^{N-1} b c_n e^{i2\pi F n t / T} \right], \quad (2)$$

где N – число поднесущих, b – информационный символ (1 или -1), $\mathbf{c} = \{c_n\}$ – кодовая последовательность длины N , F – расстояние между соседними поднесущими, T – период OFDM символа. Функциональная блок-схема MC-CDMA модулятора приведена на Рис.1. Здесь S/P и P/S преобразователи из последовательного кода в параллельный и из параллельного в последовательный, IFFT – блок быстрого преобразования Фурье, LPF – фильтр нижних частот.

Как правило, в многопользовательских MC-CDMA системах кодовые последовательности выбираются ортогональными или биортогональными. При этом ядро OFDM системы – блок IFFT/FFT преобразований наиболее просто реализуется, когда длина последовательности равна 2^m . Подробный анализ кодовых последовательностей для MC-CDMA систем с BPSK модуляцией дан в работах [2-4]. Согласно [4] пик-фактор BPSK модулированного MC-CDMA сигнала на основе бинарной кодовой последовательности длины N удовлетворяет следующему неравенству

$$\text{PF} \leq 2 \frac{\max |S(f)|^2}{E_c}, \quad (3)$$

где $S(f)$ и E_c – дискретное преобразование Фурье и энергия кодовой последовательности \mathbf{c} .

В [2] были исследованы различные последовательности: двоичные (коды Баркера, m -последовательности, последовательности Голда, последовательности Уолша, последовательности Шапиро-Рудина и порожденные на их основе) и многофазные (комплементарные последовательности Голея, последовательности Фрэнка и Задова-Чу). Этот список можно расширить, включив дополнительно к m -последовательностям другие двоичные последовательности типа Адамара, а также за счет многофазных последовательностей Милевского [5].

В результате было установлено, что наименьший пик-фактор с $\text{PAPR} \leq 2$ (3dB) в MC-CDMA системах демонстрируют идеальные многофазные последовательности Фрэнка, Задова-Чу и Милевского, имеющие идеальную автокорреляцию, тогда как двоичные последовательности на основе последовательностей Шапиро-Рудина обеспечивают $\text{PAPR} \leq 4$ (6dB) [2-4]. Недостатком вышеперечисленных идеальных последовательностей является то, что объем их алфавита (число различных фаз) увеличивается с ростом N . Так, например, объем алфавита последовательностей Фрэнка длины 2^m равен $2^{m/2}$.

К сожалению, вне поля зрения исследователей оказались не так давно открытые идеальные обобщенные 4-фазные последовательности Ли длины $N = (p^m + 1) \equiv 2 \pmod{4}$ с одним нулем [6], идеальные 8-фазные последовательности Люке длины $N = (p^m + 1) \equiv 4 \pmod{8}$ с одним нулем [7], а также идеальные 8-фазные последовательности длины $N = 2(p^m + 1) \equiv 4 \pmod{8}$ [8] с двумя нулями. Все эти последовательности также демонстрируют $\text{PAPR} \leq 2$. И хотя длины этих последовательностей не равны 2^m , при существующих средствах цифровой обработки сигнала данное обстоятельство не представляется критичным для их использования в BPSK модулированных MC-CDMA системах.

С этой точки зрения целесообразно также рассмотреть сбалансированные почти-идеальные троичные (АРТ) последовательности длины $2(p^m+1)$ и $4(p^m+1) \equiv 8 \pmod{16}$ с числом нулевых элементов соответственно 2 и 4 нулей [9-10]. Напомним, что последовательность длины N называется почти-идеальной, если ее периодическая автокорреляционная функция при всех ненулевых сдвигах, кроме одного (при сдвиге $N/2$), принимает нулевые значения. При этом автокорреляционные пики сбалансированной АРТ последовательности связаны между собой следующим соотношением $\theta(0) = -\theta(N/2)$. Согласно [10] эти последовательности и их циклические сдвиги образуют множество из N биортогональных последовательностей длины N . Покажем теперь, что для МС-CDMA сигналов на базе сбалансированных АРТ последовательностей $\text{PAPR} \leq 4$.

Пусть $S(f)$ – дискретный спектр, а $\theta(k)$ – дискретная автокорреляционная функция некоторой периодической последовательности. Согласно свойству дискретного преобразования Фурье

$$|S(f)|^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \theta(k) e^{j2\pi k f / N} \quad (4).$$

Отсюда для сбалансированной АРТ последовательности находим, что $S(2l) = 0$ и $|S(2l+1)| = \sqrt{2\theta(0)}$, $0 \leq l < N/2$. Впервые на это свойство сбалансированных АРТ последовательностей указал Ланжевен [9]. В результате $\max |S(f)|^2 = 2\theta(0) = 2(N-q)$, где q - число нулей в кодовой АРТ последовательности. А поскольку энергия АРТ последовательности равна $(N-q)$, окончательно имеем $\text{PAPR} \leq 4$.

Зададимся теперь вопросом, что могут дать АРТ последовательности с двумя или четырьмя нулями по сравнению с двоичными ортогональными комплементарными последовательностями Голея, имеющими такой же пик-фактор [1-2]. Известно, что двоичные последовательности Голея включающие последовательности Шапиро-Рудина длины 2^m , в общем случае имеют длину $N = 2^a 10^b 26^c$, $a, b, c \geq 0$ [5]. Так, например, для $N \leq 100$ последовательности Голея существуют только при $N = 2, 4, 8, 10, 16, 20, 26, 32, 40, 52, 64, 80$ и 100, тогда как АРТ последовательности существуют при $N = 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36, 40, 48, 52, 56, 60, 64, 72, 76, 84, 88, 96$ и 100. Очевидно, в этом случае мы получаем дополнительно 12 новых значений длин. Посредством несложного анализа можно показать, что число новых значений длин с ростом N будет только увеличиваться.

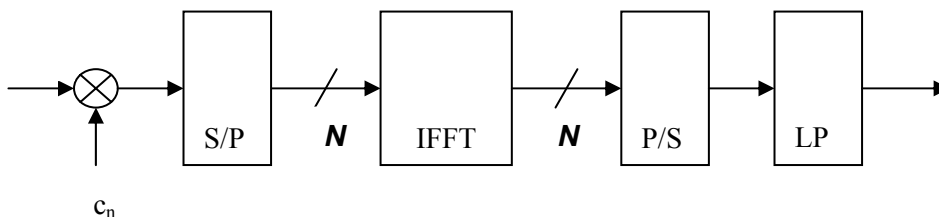


Рис. 1. Функциональная блок-схема МС-CDMA модулятора

Выводы

Идеальные 4-х и 8-ми фазные последовательности с нулями в BPSK модулированных МС-CDMA системах обеспечивают такой же $\text{PAPR} \leq 2$, как и идеальные последовательности без нулей. Соответственно сбалансированные АРТ последовательности с числом нулей, равным двум или четырем, обеспечивают $\text{PAPR} \leq 4$, т.е. такой же, как в случае двоичных комплементарных последовательностей Голея. При этом имеется бесконечное число значений длин АРТ последовательностей, для которых двоичных комплементарных последовательностей Голея не существует. Поэтому, несмотря на более сложную реализацию блока IFFT/FFT преобразований для исследуемых последовательностей, их применение существенно расширяет диапазон возможных значений длин для ортогональных “расширяющих” кодовых последовательностей с низким значением PAPR и небольшим объемом алфавита.

Литература

1. R. van Nee and R. Prasad, OFDM for Wireless Multimedia Communications, Artech, 2000.
2. L. Hanzo, M. Munster, B.J. Choi and T. Keller. OFDM and MC-CDMA for Broadband multi-User Communications, WLANs and Broadcasting, John Wiley & Sons, Ltd., 2003.
3. Choi, B. J., Kuan, E. L. and Hanzo, L. (1999) Crest-Factor Study of MC-CDMA and OFDM. In Proceedings of VTC'99 (Fall), pages pp. 233-237, Amsterdam, The Netherlands, 1999.
4. B.M. Popovic. “Synthesis of power efficient multitone signals with flat amplitude spectrum”, IEEE Trans. Communications, vol.39, No.7, pp.1031-1033, 1991.
5. P. Fan and M. Darnell. “Sequence Design for Communications Applications”, Research Studies Press Ltd., London, 1996.
6. C.E. Lee. Perfect q-ary sequences from multiplicative characters over $\text{GF}(p)$. Electronics Letters, Volume: 28, Issue: 9, pp. 833 – 835, 23 April 1992.

7. H.D.Lüke, "BTP-transform and perfect sequences with small phase alphabet", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 32, pp. 497–499, Jan., 1996

8. E.I. Krengel. "Some new 8-phase perfect sequences with two zeroes", in Proceedings of the second International Symposium on Sequence Design and Its Application in Communications (IWSDA'05), Shimonoseki, Japan, pp.3-38, 10 - 14, October 2005

9. Langevin P.: "Les sommes de caractères et la formule de Poisson dans la théorie des codes, des séquences et des fonctions booléennes", Université de Toulon, 1999, <http://www.univ-tln.fr/~langevin/RECHERCHE/PUB/hdr.ps>.

10. E. I. Krengel, "Almost-perfect and odd-perfect ternary sequences", Proceedings 2004 International Conference on Sequences and Their Applications (SETA '04), LNCS, Springer-Verlag, pp. 197-207, 2005.

◆

ORTHOGONAL SEQUENCES FOR MC-CDMA WITH LOW PAPR

Krengel E.

Kedah Electronics Engineering, Zelenograd, Moscow, Russia
e-mail: evgeniy.krengel@kedah.ru

Peak-to-average power ratio (PAPR) of multicarrier code-division multiple access (MC-CDMA) signal usually varies in wide range and presents the serious problem in OFDM theory. It is known that Frank, Zadoff-Chu and Milewski polyphase perfect sequences of length $N=2^m$ as binary phase-shift keying (BPSK) MC-CDMA orthogonal spreading sequences, provide $\text{PAPR} \leq 3\text{dB}$. In the same time when binary Shapiro-Rudin based sequences of length 2^m are used, PAPR is found to be bounded by 6 dB. As a rule length 2^m is chosen here for simple FFT (IFFT) implementation. The shortcoming of usage of the polyphase perfect sequences for MC-CDMA is an increment of their alphabet size when N becomes large.

In this paper we suggest to use for BPSK MS-CDMA orthogonal spreading sequences generalized Lee 4-phase sequences of length $N=(p^m+1) \equiv 2 \pmod{4}$ with one zero, Luke 8-phase perfect sequences of length $N=(p^m+1) \equiv 4 \pmod{8}$ with one zero, recently constructed 8-phase perfect sequences of length $N=2(p^m+1) \equiv 4 \pmod{8}$ with two zeroes, and also almost-perfect ternary (APT) sequences of length $N=2(p^m+1)$ and $N=4(p^m+1) \equiv 8 \pmod{16}$ with two and four zeroes accordingly. It is shown that the perfect sequences with zeroes provide $\text{PAPR} \leq 3\text{dB}$ while in a case of the APT sequences $\text{PAPR} \leq 6\text{dB}$.

It is also shown that the APT sequences with small number of zeroes essentially enlarge a set of lengths for which there are spreading binary sequences with low PAPR. Therefore, in spite of more complex FFT/IFFT implementation the considered sequences with small alphabet size can be effectively used in modern MC-CDMA systems.

◆