

МЕТОДИКА СРАВНЕНИЯ СТРУКТУР ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ПО СЛОЖНОСТИ

Лесников В.А.¹, Наумович Т.В.²

Вятский государственный университет, кафедра радиоэлектронных средств

610000, г. Киров, ул. Московская, 36,

тел. (+7-8332)-693295, факс (+7-8332)-626578, e-mail: lesnlex@mail.ru¹, ntv953@dgc.mnov.ru²

Реферат. Цифровой фильтр с конкретной передаточной функцией может быть реализован по различным структурным схемам. Для корректного сравнения этих структур предлагается ввести понятие «эквивалентная каноническая структура».

Известно, что цифровые фильтры (ЦФ) могут быть реализованы при помощи разных вариантов структурных схем. Эти структуры отличаются друг от друга уровнем шумов округления результатов арифметических операций, чувствительностью к точности представления коэффициентов, уровнем паразитных колебаний предельных циклов и т. п. В цикле работ авторов [1 – 12] предлагается подход позволяющий генерировать все возможные структуры ЦФ с заданным числом узлов, произвести нумерацию любых структур, объяснить природу низкой чувствительности некоторых структур. Этот подход используется авторами для разработки эффективного алгоритма структурного синтеза ЦФ. Однако при синтезе возникает проблема корректного сравнения различных структур по сложности. В данной работе предлагается методика, позволяющая сравнивать структуры еще до разработки функциональных и принципиальных схем.

В работах авторов [1, 9, 10 - 12] предложена универсальная методика генерации и описания всех возможных структурных схем ЦФ, основанная на использовании топологических матриц $\hat{T}(z^{-1})$ коэффициентов передачи между узлами структурной схемы ЦФ. Для вычислимых структур ЦФ топологическая матрица сводится к такому виду (будем называть его *каноническим*), что все отличные от нуля и от z^{-1} коэффициенты передачи c_{ij} находятся ниже главной диагонали, а элементы z^{-1} - выше, причем в строках и столбцах топологической матрицы не более одного элемента z^{-1} .

В работе [10] введена система обозначений структур ЦФ, определяемая структурой топологических матриц. Любую каноническую топологическую матрицу будем обозначать следующим образом

$$N\{N\}z\{n\}p\{P_1\}d\{N_1\}\dots p\{P_n\}d\{N_n\}(i\{inp\}o\{out\}).$$

Вместо символов в фигурных скобках подставляются конкретные значения, характеризующие структуру ЦФ. N - размерность топологической матрицы. n - число блоков задержки, порядок ЦФ. P_i , N_i - числа, определяющие положение n квадратных подматриц $\hat{T}_i(z^{-1})$ в матрице $\hat{T}(z^{-1})$, причем $P_1 < P_2 < \dots < P_n$. Главные диагонали подматриц $\hat{T}_i(z^{-1})$ лежат на главной диагонали матрицы $\hat{T}(z^{-1})$. Последние элементы первой строки подматриц равны z^{-1} . Элементы с индексами (P_i, P_i) матрицы $\hat{T}(z^{-1})$ являются элементами с индексами $(1,1)$ матрицы $\hat{T}_i(z^{-1})$. N_i - размерность подматриц. **inp** и **out** - номера входного и выходного узлов соответственно.

Наиболее сложным элементом структуры является блок умножения. Поэтому имеет смысл критерий для сравнения структур строить на основе учета общей сложности всех блоков умножения. Такой критерий дает, конечно, приближенную оценку сложности, так как не учитываются операции сложения, подсистема организации межрядных переносов и т. п. Кроме того, система коэффициентов получаемых структур избыточна, и некоторые коэффициенты могут быть произвольно выбранными. Однако для предварительного анализа такой подход представляется вполне допустимым.

Выражения для количества блоков умножения N_{mpy} в структурах выводятся элементарно

$$N_{mpy}(N) = N_{mpy}(N-1) + (N-1), \quad (1)$$

$$N_{mpy}(N) = \frac{(N-1)N}{2} \quad (2)$$

Но само по себе количество блоков умножения, необходимое для реализации предложенных структур, мало информативно, так как структуры с одинаковым числом узлов, обладая одинаковым числом блоков умножения, обладают различными шумовыми свойствами, различной чувствительностью. Поэтому количество блоков умножения целесообразно нормировать на критерий сложности канонической формы с эквивалентной подсистемой умножения.

Для примера на рис. 1 приведена структура $N5z2p1d3p3d2(i2o5)$.

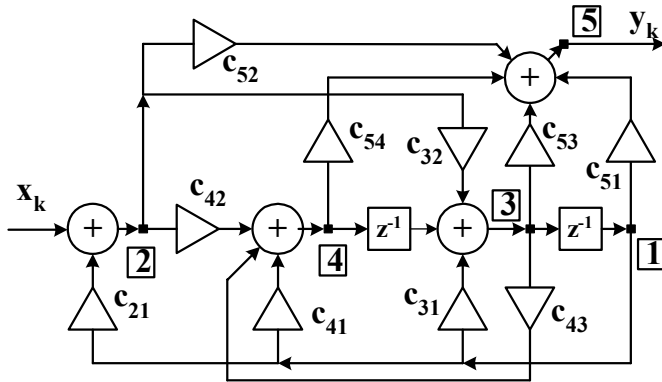


Рис. 1. ЦФ со структурой $N5z2p1d3p3d2(i2o5)$

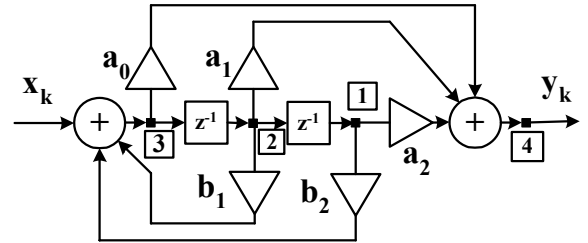


Рис. 1. Каноническая форма рекурсивного ЦФ второго порядка

Передаточная функция этого ЦФ имеет вид

$$H(z) = \frac{\left[\begin{aligned} &(c_{32}c_{43}c_{54} + c_{32}c_{53} + c_{42}c_{54} + c_{52})z^2 + \\ &+ (-c_{31}c_{42}c_{54} + c_{32}c_{41}c_{54} - c_{31}c_{52} + c_{32}c_{51} + c_{42}c_{53} - c_{43}c_{52})z \\ &+ (-c_{41}c_{52} + c_{42}c_{51}) \end{aligned} \right]}{z^2 - (c_{21}c_{32} + c_{31} + c_{43})z - (c_{21}c_{42} - c_{41})} \quad (3)$$

Структурная схема ЦФ, реализованного в канонической форме, представлена на рис. 2. Его передаточная функция имеет вид:

$$H(z) = \left(\sum_{i=0}^2 a_i z^{-i} \right) / \left(1 - \sum_{i=1}^2 b_i z^{-i} \right). \quad (4)$$

Однако для сравнительного анализа эта схема мало подходит, так как коэффициенты сравниваемых структур имеют различную разрядность. Для обеспечения одинаковой точности представления коэффициентов при условии, что коэффициенты c_{ij} имеют одинаковую разрядность q , коэффициенты a_0, a_1, a_2, b_1 и b_2 должны иметь разрядность мантиссы, равную соответственно $3q, 3q, 2q, 2q$ и $2q$. Если двоичная точка чисел, представляющих коэффициенты, фиксирована в старших разрядах, то коэффициенты канонической формы ЦФ можно представить в виде

$$\left\{ \begin{aligned} a_0 &= a_{00} + a_{01} 2^{-q} + a_{02} 2^{-2q} & b_1 &= b_{10} + b_{11} 2^{-q} \\ a_1 &= a_{10} + a_{11} 2^{-q} + a_{12} 2^{-2q} & b_2 &= b_{20} + b_{21} 2^{-q} \\ a_2 &= a_{20} + a_{21} 2^{-q} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где a_{ij}, b_{ij} - составные части коэффициентов a_i и b_i , имеющие q -разрядную мантиссу. Соответствующая эквивалентная структурная схема канонической формы ЦФ представлена на рис. 3.

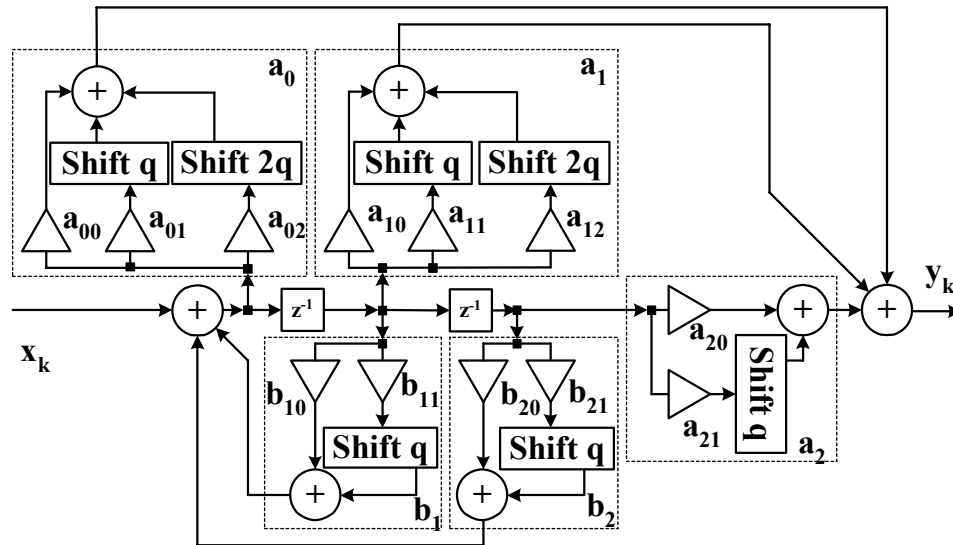


Рис. 3. Каноническая форма, эквивалентная структуре $N5z2p1d3p3d2(i2o5)$

На этой схеме блоки **Shift q** и **Shift 2q** - блоки сдвига кода соответственно на **q** и на **2q** разрядов в сторону младших разрядов по правилам соответствующей арифметики, действие которых равносильно умножению на 2^{-q} и на 2^{-2q} .

Для сравнительного анализа структур введем *коэффициент структурной сложности*, который определим как

$$K_{str\ mpy} = N_{mpy} / N_{mpy\ can} \quad (1)$$

Если $K_{str\ mpy} = 1$, то сложность обобщенной структуре считается равной сложности эквивалентной канонической формы. Если $K_{str\ mpy} > 1$, то мы имеем дело с избыточными структурами. В этом случае можно попытаться снизить избыточность, за счет придания избыточным коэффициентам значений **0**, **1** или **-1**, т. е. переходя к разреженным структурам. При этом следует стремиться к сохранению структуры коэффициентов a_i и b_i . При анализе структур коэффициентов обращает на себя внимание факт существования структур, для которых $K_{str\ mpy} < 1$. Например, для структур $N6z3p2d2p3d2p4d3(i1o5)$, $N6z3p2d2p3d4p4d2(i1o4)$, $N6z3p2d5p3d2p4d2(i1o3)$

$K_{str\ mpy} = 0.75$. Эти структуры имеют меньшую сложность, чем каноническая форма. Однако, при принятии решения о применении таких структур следует иметь в виду, что число степеней свободы при реализации передаточной функции меньше, чем у канонической формы, поэтому не все значения нулей и полюсов, которые можно реализовать эквивалентной канонической формой, реализуемы данной структурой. Такие структуры будем называть *связанными*.

Предлагаемая методика сравнения структур будет применена в разрабатываемом алгоритме структурного синтеза ЦФ с ограниченной точностью представления коэффициентов.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Lesnikov V., Naumovich T. Generation and enumeration of structures of IIR digital filters. - GSPx-2005, (Pervasive Signal Processing Conference), Santa Clara, Ca, USA, October 24 - 27, 2005 (paper number: 1837).
2. Лесников В. А., Наумович Т. В. Синтез цифровых фильтров с конечной разрядностью коэффициентов. – Труды РНТОРЭС им. А. С. Попова, Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение – М.: 2005. Выпуск: VII - 1 – с. 85 - 89. - http://www.autex.spb.ru/cgi-bin/download.cgi?dspa2005_1_53
3. Lesnikov V., Naumovich T. Number-theoretic and algebraic aspects of structural synthesis of digital filters. - GSPx-2004, (The Embedded Signal Processing Conference), Santa Clara, Ca, USA, September 27 - 30, 2004 (paper number: 1374). - http://www.techonline.com/community/ed_resource/tech_paper/38912
4. Lesnikov V., Naumovich T. Explanation of effect of low sensitivity of digital filters with some structures. - GSPx-2004, (The Embedded Signal Processing Conference), Santa Clara, Ca, USA, September 27 - 30, 2004 (paper number: 1270). - http://www.techonline.com/community/tech_group/dsp/tech_paper/38793

5. Лесников В. А., Наумович Т. В. Теоретико-числовые аспекты структурного синтеза цифровых фильтров. – Доклады 6-ой Международной конференции “Цифровая обработка сигналов и ее применение” – Москва-2004. Доклады-1 – с. 36-38.
6. Лесников В. А., Наумович Т. В. Теоретико-числовые и алгебро-топологические аспекты структурного синтеза цифровых фильтров. – Сборник трудов X-ой международной научно-технической конференции “Радиолокация, навигация и связь”. Т. 1, Воронеж, 2004. – с. 209-217.
7. Лесников В. А. Топография дискретизированной Z -плоскости при квантовании коэффициентов ЦФ. – Вятский гос. ун-т. – Киров, 2003. – 47 с. – Деп. ВИНТИ № 1714-B2003, 22.09.2003 г.
8. Лесников В. А. Природа эффекта низкой чувствительности характеристик цифрового фильтра к точности представления коэффициентов. - Доклады 5-ой Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применение" Москва – 2003. Доклады-1 – с. 68 - 71. - http://www.autex.spb.ru/cgi-bin/download.cgi?dspa2003_1_25
9. Лесников В. А., Наумович Т. В. Генерация структур цифровых фильтров. - Доклады 3-ей Международной конференции “Цифровая обработка сигналов и ее применение” – Москва-2001. Доклады-1 – с. 135-139. - http://www.autex.spb.ru/cgi-bin/download.cgi?dspa2000_1_33
10. Лесников В.А. Нумерация и декомпозиция структур цифровых фильтров - Доклады 3-ой Международной конференции "Цифровая обработка сигналов и ее применение" Москва – 2001. Доклады-1 – с. 140 - 144. - http://www.autex.spb.ru/cgi-bin/download.cgi?dspa2000_1_34
11. Лесников В. А., Наумович Т. В. Генерация и нумерация структур при структурном синтезе рекурсивных цифровых фильтров. – Сб. трудов 6-й Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь» – Воронеж, 2000. – т. 3. – с. 1858 – 1868.

TECHNIQUE OF COMPARISON OF STRUCTURES OF DIGITAL FILTERS ON COMPLEXITY

Lesnikov V.¹, Naumovich T.²

Vyatka State University,
36 Moscow str., Kirov, Russia,
Phone: 7-8332-322398, e-mail: lesnlex@mail.ru¹, ntv953@dgc.nnov.ru²

It is known, that digital filters (DF) can be realized by means of different variants of structures. In a cycle of papers of authors the approach develops, allowing generating all possible structures of DF with the fixed number of nodes, to make enumeration any structures, to explain the nature of low sensitivity of some structures. Authors for development of effective algorithm of structural synthesis ЦФ use this approach. However at synthesis there is a problem of correct comparison of various structures on complexity. In the given work the technique, allowing comparing structure even before development of functional and basic circuits is offered.

The most complex element of structure is the block of multiplication. Therefore it is meaningful to build criterion for comparison of structures on the basis of the account of the general complexity of all blocks of multiplication. Such criterion the subsystem of the organization of interdigit carries, etc. gives, certainly, the approached estimation of complexity, as operations of addition are not taken into account. Besides the system of factors of received structures is superfluous, and some factors can be any way chosen. However for the preliminary analysis such approach is represented quite allowable.

But in itself quantity of blocks of the multiplication, necessary for realization of the offered structures, poorly informatively, as structures with identical number of units, possessing identical number of blocks of multiplication, possess various noise properties, various sensitivity. Therefore the quantity of blocks of multiplication is expedient for normalizing on criterion of complexity of an initial form with an equivalent subsystem of multiplication. For the comparative analysis of structures *the factor of structural complexity* $K_{str\ mpy}$ is introduced.

If $K_{str\ mpy} = 1$, complexity to the generalized structure is considered equal complexity of an equivalent canonical form. If $K_{str\ mpy} > 1$, we deal with redundant structures. In this case it is possible to try to lower redundancy, due to giving to superfluous factors of values 0, 1 or -1, i.e. passing to rarefied structures. At the analysis of structures of factors the attention the fact of existence of structures, for which $K_{str\ mpy} < 1$ pays to itself. These structures have smaller complexity, than an initial form. However, at decision-making on application of such structures it is necessary to mean, that the number of degrees of freedom at realization of transfer function is less, than at an initial form, therefore not all values of zero and poles which can be realized an equivalent initial form, are sold by the given structure. Such structures we shall name *coupled*.

The offered technique of comparison of structures will be applied in developed algorithm of structural synthesis ЦФ with the limited accuracy of representation of factors.