

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ АДАПТИРУЕМЫХ К СИГНАЛУ БАНКОВ ФИЛЬТРОВ

Гусинская Е.И.

Рязанская государственная радиотехническая академия

Банки фильтров являются важным инструментом во многих областях цифровой обработки сигналов. Корректный выбор класса банка фильтров, числа каналов, длины импульсных характеристик фильтров и типа разбиения частотного диапазона является необходимым для достижения максимального эффекта от применения этого инструмента. Для задач сжатия сигналов желаемым результатом является уменьшение среднего числа бит, отводимых на кодирование сигнала, степень сжатия зависит от того, насколько точно учитываются особенности сигнала в частотной области.

Построение банков фильтров, адаптируемых к частотным свойствам исследуемого сигнала, включает в себя две основные подзадачи, а именно, нахождение оптимальной формы амплитудно-частотных характеристик фильтров и расчет коэффициентов фильтров.

Решение первой задачи описывается в теории банков фильтров основных компонент (БФОК), которая описывает алгоритм построения оптимального банка фильтров с идеальными амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ) и заданным количеством субполос для сигнала с определенной спектральной плотностью мощности [1, 2].

Оптимальный банк фильтров должен максимизировать выигрыш субполосного кодирования, который определяется как отношение средних квадратов ошибок восстановления для случаев прямого квантования и субполосного кодирования при оптимальном распределении бит в субполосах [2]:

$$G_{SBC}(M) \equiv \frac{\varepsilon_{direct}}{\varepsilon_{SBC}} = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sigma_{x_i}^2}{\left(\prod_{i=0}^{M-1} \sigma_{x_i}^2\right)^{1/M}} = \frac{\sigma_x^2}{\left(\prod_{i=0}^{M-1} \sigma_{x_i}^2\right)^{1/M}}. \quad (1)$$

Исходный сигнал должен быть стационарным в широком смысле и иметь нулевое математическое ожидание.

Существует ряд алгоритмов, позволяющих решить задачу локализации энергии. Наиболее простой из алгоритмов построения «сжимающего фильтра» включает в себя следующие этапы [2]:

Шаг 1. Для каждой частоты ω_0 в диапазоне $[0; 2 \cdot \pi / M)$ определить M частот наложения

$$\omega_k = \omega_0 + 2\pi k / M, \text{ где } 0 \leq k \leq M - 1. \quad (2)$$

Шаг 2. Сравнить значения СПМ $S_{xx}(e^{j\omega})$ в этих M точках. Пусть L минимальное целое, такое, что $S_{xx}(e^{j\omega_L})$ максимальное на этом множестве. Тогда значение в этих точках будет определяться как:

$$H(e^{j(\omega_0 + (2k\pi/M))}) = \begin{cases} \sqrt{M}, & \text{при } k = L, \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (3)$$

Повторив эту процедуру для каждого ω_0 в диапазоне $0 \leq \omega_0 < 2\pi / M$, полностью определяем идеальный двухуровневый фильтр $H(e^{j\omega})$ без наложений и с суммарной шириной полосы пропускания $2\pi / M$.

Следует отметить, что такая методика может привести к тому, что некоторые из компонент фильтра окажутся слишком узкими. Естественным выходом из этой ситуации является некоторая модификация процедуры построения «сжимающего» фильтра. Данная модификация заключается в замене точки ω_0 при измерении СПМ $S_{xx}(e^{j\omega})$ на интервал $[\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega)$ и оценке среднего значения СПМ на данном интервале $\frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega_0}^{\omega_0 + \Delta\omega} S_{xx}(e^{j\omega}) d\omega$. Фактически, таким образом, просто укрупняется масштаб анализа СПМ сигнала с целью построения БФОК.

Повторив эту процедуру для всех субполос (модифицируя при этом СПМ сигнала) можно получить БФОК с идеальными многокомпонентными АЧХ фильтров.

Использование кусочно-линейной аппроксимации АЧХ фильтров БФОК дало возможность подобрать параметры фильтров, при заданных ограничениях на вычислительные затраты.

Существующие алгоритмы расчета коэффициентов БФОК, основанные на решении задачи линейного полубесконечного программирования [3], не могут обеспечить найденные параметры фильтров.

Метод, позволяющий рассчитать коэффициенты банка фильтров с произвольной формой АЧХ [4], сводится к задаче многомерной нелинейной оптимизации. Целевая функция имеет следующий вид:

$$\Phi(\theta) = \sum_{i=0}^{M-1} \left\{ \int_0^{\pi/M - \varepsilon} |H_i(e^{j\omega})|^2 d\omega + \int_{\pi(i+1)/M + \varepsilon}^{\pi} |H_i(e^{j\omega})|^2 d\omega \right\}. \quad (4)$$

и включает в себя интегрирование АЧХ фильтров в зоне непрозрачности.

Решение такой задачи с помощью градиентных методов оптимизации является достаточно сложным и длительным процессом из-за большого числа оптимизируемых параметров. Кроме того, сложный ландшафт целевой функции не позволяет однозначно определить ее глобальный минимум. Использование стохастических методов, таких как генетические алгоритмы (ГА), для поиска коэффициентов фильтров привело к сокращению времени расчета. Вместе с тем ГА дают возможность более полно просмотреть область определения целевой функции и не требуют знания ее производной [5, 6]. Недостатком таких методов является низкая скорость сходимости на конечном участке траектории поиска.

Генетические алгоритмы используют прямую аналогию с механизмом естественного отбора биологических организмов. Они работают с совокупностью «особей» (популяцией), каждая из которых является возможным решением оптимизационной задачи и представляет собой бинарную строку фиксированной длины.

В данном случае «особь» представляет собой совокупность углов планарного вращения, преобразованных в бинарную строку. Так как длина этих строк оказывается довольно большой, обычные операции скрещивания (кроссовера) оказываются не эффективными, поэтому эта операция была применена не ко всей «особи» целиком, а к отдельным «генам», соответствующим определенным углам. То есть с определенной вероятностью родительские особи обменивались либо старшими, либо средними, либо младшими битами гена. Каждой особи ставится в соответствие значение функции «приспособленности», которая включает в себя энергию полос непропускания всех фильтров. На каждой итерации в новом поколении остаются наиболее «приспособленные» особи. Чтобы избежать преждевременной сходимости для скрещивания выбираются наиболее удаленные друг от друга особи, а также применяется операция «мутации», которая заключается в случайном изменении генов особи. В результате применения генетических алгоритмов получается совокупность решений с определенным значением целевой функции «приспособленности», находящихся в различных точках области определения целевой функции.

Для различных тестовых спектральных плотностей мощности были рассчитаны оптимальные банки фильтров с полным восстановлением на основе совместного использования градиентных методов поиска и генетических алгоритмов. Предложенный алгоритм позволяет построить банки фильтров с произвольными (многокомпонентными) АЧХ фильтров. Кроме того, сокращается время поиска и появляется возможность получить несколько вариантов решения оптимизационной задачи.

Литература

1. Akkarakaran S., Vaidyanathan P.P. Filter-bank optimization with convex objectives, and the optimality of principal component forms// IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, Jan. 2001.
2. Vaidyanathan P.P. Theory of Optimal Orthonormal Subband Coders// IEEE Trans. Signal Processing, vol. 46, 1998, pp. 1528 – 1543.
3. Moulin P. and Mihçak M.K. Theory and Design of Signal-Adapted FIR Paraunitary Filter Banks// IEEE Trans. Signal Processing, vol. 46, no. 4, Apr. 1998, pp. 920 – 929.
4. Vaidyanathan P.P. Theory and Design of M-Channel Maximally Decimated Quadrature Mirror Filters with Arbitrary M, Having the Perfect-Reconstruction Property// IEEE Trans. On Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 35, no. 4, Apr. 1987, pp. 467 – 492.
5. Апальков И.В., Хрящев В.В., Нери Ф. Синтез цифровых КИХ-фильтров без умножителей с помощью генетических алгоритмов // Труды 7-ой МНК “Цифровая обработка сигналов и ее применение”, М. 2005. С. 75 – 78.
6. Mitchell M. Introduction to Genetic Algorithms. MIT Press 1996.

DESIGN STRATEGY OF SIGNAL-ADAPTED FILTER BANKS

Gusinskaya E.

Ryazan State Radio Engineering Academy

Filter banks are an important tool in many fields of digital signal processing. The correct choice of filter bank class, number of channels, filter length, and frequency domain decomposition type is necessary to obtain maximum effect of performance this tool. Design signal-adapted filter bank involve two fundamental parts, namely, to find optimal magnitude-frequency responses of filters and computation filter coefficients.

Solution of the first problem is given by the theory principal component filter bank, which describe design method signal-adapted filter bank with ideal two-level magnitude-frequency response (MFR) and with defined number of channels for signal with certain power spectrum density [1, 2].

Optimal filter bank must maximized subband coding gain that is defined by the ratio of the square means of reconstruction errors of direct quantization and subband coding at optimal bit location in subbands [2]:

$$G_{SBC}(M) \equiv \frac{\mathcal{E}_{direct}}{\mathcal{E}_{SBC}} = \frac{\sum_0^{M-1} \sigma_{x_i}^2}{\left(\prod_{i=0}^{M-1} \sigma_{x_i}^2\right)^{1/M}} = \frac{\sigma_x^2}{\left(\prod_{i=0}^{M-1} \sigma_{x_i}^2\right)^{1/M}}. \quad (1)$$

Input signal have to be zero mean wide sense stationary process.

Using piecewise-linear approximation filter MFR of principal component filter bank is given a chance to select filter parameters with constrained computational power.

Method for design filter bank with arbitrary MFR form is led to multivariable nonlinear optimization problem [3]. The goal function is given by

$$\Phi(\theta) = \sum_{i=0}^{M-1} \left\{ \int_0^{\pi/M-\varepsilon} |H_i(e^{j\omega})|^2 d\omega + \int_{\pi(i+1)/M+\varepsilon}^{\pi} |H_i(e^{j\omega})|^2 d\omega \right\}. \quad (2)$$

and involve integration filter MFR in stopband.

Solution of this problem by gradient optimization method is sufficiently difficult and long process because great number optimization parameters. Besides complicated landscape of goal function not allow unambiguously to find it global minimum. Using stochastic methods such as genetic algorithms for determination filter coefficients was led to reduce computation time. Furthermore genetic algorithms enable more detail research definitional domain of goal function and no necessary to know it derivative [4, 5]. Imperfection of these algorithms is low convergence rate on final search path part.

Genetic algorithms use direct analogy with natural selection mechanism of biological organisms. Their works with array of “individuals” (population), each of them is feasible solution optimization problem and represent fixed length binary string.

In this case “individuals” represent array of rotational angle transformed to binary string. Since length of these strings is found very long, usual cross operations (crossover) is not effective, therefore this operation was applied to single genes corresponding to certain angle. That is certain probability “parents” exchange either high or middle or low bits of genes. For each individual is obtained “suitability” function value, which consist of whole filters stopband energy. On every step of algorithm in next generation fittest “individuals” remains. In order to avoid early convergence outermost “individuals” are selected to crossover, as well as “mutation” operation is used, that consist in random change genes of individual. Genetic algorithms results in array of solutions with certain goal “suitability” function value, those locate in different points of goal function definitional domain.

For some test power spectrum density optimal perfect reconstruction filter banks were designed based on joint use gradient methods and genetic algorithms. Suggested approach allows designing filter banks with arbitrary MFR form. Furthermore search time is reduced and several optimization problem solutions are able to obtain.

Literature

1. Akkarakaran S., Vaidyanathan P.P. Filter-bank optimization with convex objectives, and the optimality of principal component forms// IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, Jan. 2001.

