СТРУКТУРИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ИМ МНОГОМЕРНЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ МОДЕЛИ

Коновалов Г.В.

Центральный научно-исследовательский институт связи,
1-й Проезд Перова поля д. 8, 111141, Москва, Россия, zniis-gerkon@mtu-net.ru

Аннотация – В докладе рассмотрены вопросы моделирования структурированных сигналов (СС) и развития теории СС на основе многомерного представления их структуры, использования правил алгебры N -мерных матриц при нахождении спектральных плотностей мощности СС, типичных для современных систем телекоммуникаций, и на основе, в перспективе, тензорного анализа СС.

Ключевые слова **– Структурированные сигналы, N-мерные матрицы, спектральная плотность мощности, компьютерное моделирование.**

I. Введение

Доклад посвящен моделированию структурированных сигналов (СС), типичных для современных систем телекоммуникаций и систем их надежной поддержки, таких, например, как системы сетевой синхронизации.

Целью доклада является обоснование целесообразности общего подхода к развитию теории и к моделированию СС на основе использования математического аппарата многомерных матриц [1] (N –матриц [2]) и соответствующих многомерных массивов исходных данных о детерминированных и вероятностных взаимосвязях элементов моделируемых СС.

II. Многомерные представления структурированных сигналов

Сущность рассматриваемого подхода состоит в том, что каждая из реализаций структурированного сигнала (в общем случае представляющего собой случайный импульсный процесс) задается матрицей или семейством матриц $\mathbf{B}_{<N>}$, имеющих N измерений, с элементами, определенными согласно реальной структуре СС.

При исследовании и моделировании СС матрица $\mathbf{B}_{<N>}$, элементы $b_{i_1,i_2,...,i_N}$ которой индексированы определенным образом, рас-сматривается как своеобразный каркас для множества разных реализаций последовательностей контейнеров структурных блоков СС. Например, в случае периодически стационарной последо-вательности такого рода контейнеров, индексация может производиться согласно приведенной ниже Таблицы 1, а значения $b_{i_1,i_2,...,i_N}$ могут отождествляться со значениями определенного параметра элементов (импульсов) структурных блоков реализации СС [3-8].

При последовательной нумерации элементов СС, например, когда r - порядковый номер элемента реализации сигнала в интервале времени наблюдения L_N контейнеров структурных блоков СС, имеем

$$r = L_{N-1}...L_2L_1(i_N - 1) + L_{N-2}...L_2L_1(i_{N-1} - 1) + ... + L_1(i_2 - 1) + i_1. \qquad (1)$$

При $r \le L_1L_2...L_{N-1}$ значение r соответствует номеру элемента в первом из L_N контейнеров, а максимальное значение $r_{\max} = L_1L_2...L_{N-1}L_N$ - номеру последнего элемента в L_N - ом контейнере (последнем контейнере в интервале наблюдения).

В общем случае возможно разной формы различных элементов реализаций СС (в предположении, все же, что максимальное число функций, описывающих форму элементов, не превышает значения L_0) для характеристики детерминированных и вероятностных взаимосвязей элементов СС может быть использовано семейство двухмерных квадратных матриц вида

$$\mathbf{P}_{<2>}(\Delta_N, i_{N-1}, j_{N-1},..., i_1, j_1) = \| p_{i_0,j_0}(\Delta_N, i_{N-1}, j_{N-1},..., i_1, j_1) \| \qquad (2)$$

где элемент $p_{i_0,j_0}(\Delta_N, i_{N-1}, j_{N-1},..., i_1, j_1)$ равен вероятности совместного формирования импульса i_0 -ой формы в i_1 -ом тактовом интервале i_2 -й кодовой комбинации в i_3 -ем цикле и т. д., входящих в i_N -й контейнер, и импульса j_0 -ой формы в j_1 -ом тактовом интервале j_2 -ой кодовой комбинации в j_3 -ем цикле и т. д., входящих в j_N -й контейнер. При этом целочисленное значение $\Delta_N = i_N - j_N$, а значения индексов i_0 и j_0 не превышают $L_0 = i_{0\max} = j_{0\max}$. Все элементы семейства матриц (2) могут быть размещены в $2N$ - мерной матрице

$$\mathbf{P}_{<2N>}(\Delta_N) = \| p_{i_{N-1},j_{N-1},...,i_1,j_1,i_0,j_0}(\Delta_N) \|, \qquad (3)$$

где $p_{i_{N-1},j_{N-1},...,i_1,j_1,i_0,j_0}(\Delta_N) = p_{i_0,j_0}(\Delta_N, i_{N-1}, j_{N-1},...,i_1, j_1)$.

При периодической стационарности последовательности с периодом следования контейнеров, равным T_{N-1}, $2N$ -мерная матрица $\mathbf{P}_{<2N>}(\Delta_N)$ зависит от Δ_N, но не зависит от того, какие значения i_N и j_N образуют Δ_N. Если Δ_N стремится к бесконечности, то, как правило,

$p_{i_{N-1},j_{N-1},...,i_1,j_1,i_0,j_0}(\infty) = p_{i_0}(i_{N-1}, i_{N-2},...,i_1)\ p_{j_0}(j_{N-1}, j_{N-2},..., j_1)$, где $p_{i_0}(i_{N-1}, i_{N-2},...,i_1)$ - вероятность того, что форма элемента, расположенного в составе СС согласно индексам i_1, $i_2,\ldots,i_{N-1}$ соответствует i_0-й функции из L_0 возможных функций, описывающих форму элементов СС.

III. Усредненные спектральные плотности мощности периодически стационарных случайных импульсных процессов, являющихся моделями СС

Соотношения для расчета соответственно непрерывной и дискретной частей усредненных спектральных плотностей мощности (СПМ) математических моделей сигналов рас-сматриваемого класса, полученные с использованием принятых здесь и в [8] обозначений, имеют следующий вид

$$\mathrm{F_н}(\omega) = \frac{2}{T_N} \sum_{\Delta_N=-\Delta_{N\max}}^{\Delta_{N\max}} [(([\mathbf{P}_{<2N>}(\Delta_N) -$$

$$-\mathbf{P}_{<2N>}(\infty)]\{j_0\}\mathbf{G})\{i_0\}\bar{\mathbf{G}}]\{j_1\}\vartheta_1)\{i_1\}\bar{\vartheta}_1 \ldots \vartheta_{N-1})\{i_{N-1}\}\bar{\vartheta}_{N-1}]\exp(\mathrm{i}\omega\Delta_N T_N), \quad (4)$$

$$\mathrm{F_д}(\omega) = \frac{2}{T_N}\cdot \sum_{\Delta_N=-\Delta_{N\max}}^{\Delta_{N\max}} [(([(\mathbf{P}_{<2N>}(\infty)\{j_0\}\mathbf{G})\{i_0\}\bar{\mathbf{G}}]\{j_1\}\vartheta_1)\{i_1\}\bar{\vartheta}_1\ldots\vartheta_{N-1})\{i_{N-1}\}\bar{\vartheta}_{N-1}]\exp(\mathrm{i}\omega\Delta_N T_N), \quad (5)$$

где $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$, а $\mathbf{G} = \mathbf{G}_{<1>}(\omega)$ и $\bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{G}}_{<1>}(\omega)$ одномерные матрицы, характеризующие спектральные плотности функций описания формы элементарных импульсов. Матрицы $\vartheta_d = \vartheta_{d<1>}(\omega)$ и $\bar{\vartheta}_d = \bar{\vartheta}_{d<1>}(\omega)$ - это тоже одномерные матрицы соответственно с элементами $\exp(\text{-i}\omega j_d)$ и $\exp(\mathrm{i}\omega i_d)$, причем j_d и i_d принимают значения от единицы до L_d, где d - положительное целое число, не превышающее N. Значение T_N равно интервалу времени наблюдения L_N контейнеров СС.

В (4) и (5), так же, как и в [1], для операции умножения по определенному индексу применено обозначение { } с указанием соответствующего индекса в фигурных скобках.

Приведенные соотношения пригодны для расчета СПМ широкого класса моделей СС, включая СС с высокочастотным заполнением элементов-импульсов. Специфика наличия или отсутствия заполнения импульсов учитывается при вычислении элементов одномерных матриц G и $\bar{\mathrm{G}}$.

Заметим, что сопоставление приведенных соотношений для СПМ моделей СС с хорошо известными выражениями усредненных СПМ периодически стационарных случайных после-довательностей отдельных импульсов [9] или же случайных последовательностей импульсно-кодовых комбинаций [10-12] дает возможность в очередной раз убедиться в справедливости постулата первого обобщения, сформулированного Г. Кроном при изложении им вопросов тензорного анализа электрических цепей и сетей [1].

Для этого запишем, например, известную формулу для непрерывной части СПМ случайной последовательности импульсно-кодовых комбина-ций [10-12], которая с использованием принятых здесь обозначений, имеет вид

$$\mathrm{F_н}(\omega) = \frac{2}{T_2} \sum_{\Delta_2=-\Delta_{2\max}}^{\Delta_{2\max}} [(([\mathbf{P}_{<2>}(\Delta_2) - -\mathbf{P}_{<2>}(\infty)]\{j_0\}\mathbf{G})\{i_0\}\bar{\mathbf{G}}]\{j_1\}\vartheta_1)\{i_1\}\bar{\vartheta}_1]\exp(\mathrm{i}\omega\Delta_2 T_2)$$

и сопоставим ее с (4). Это сопоставление и подобное же сопоставление дискретных частей СПМ с очевидностью подтверждает, что «уравнения сложной системы (с N степенями свободы) могут быть найдены при анализе наиболее общего элемента системы при условии, что каждая величина заменяется соответствующей N –матрицей» (см. [2], Глава 2. Раздел 10. Постулат первого обобщения).

В связи с этим целесообразно обратить внимание на возможность развития теории СС не только с использованием достижений алгебры N –матриц, но и на основе тензорного анализа СС.

IV. Компьютерное моделирование СС

Для иллюстрации изложенного в докладе подхода к исследованию СС с использованием N –матриц автором, в процессе подготовки ряда ранее опубликованных работ [3-6], выполнено компьютерное моделирование некоторых разновидностей СС. На рис. 1, например, представлена N –мерная матрица (N =5), используемая как каркас для размещения элементов реализаций структурированного сигнала, используемого в системах телекоммуникаций не только как информационный, но и как синхронизирующий сигнал. В связи с этим в строках, выделенных в матрице $\mathbf{B}_{<N>}$ на рис. 1, наряду с детерминированной цикловой синхрогруппой 0011011 и с информационными символами, обозначенными звездочками и принимающими в разных реализациях различные значения, показаны также символы S . Эти символы, согласно действующим международным рекомендациям, используются для передачи сообщений SSM (сообщений о статусе синхронизации).

Таблица 1. Индексация элементов N –мерной матрицы в соответствии с элементами и структурными блоками периодически стационарного случайного импульсного процесса, ассоциированного с соответствующим СС.

Измерения N –матрицы	Элементы и структурные блоки математической модели СС	Индексы элементов N –матрицы
1-е	Символы в кодовых комбинациях	$i_1 (1 \le i_1 \le L_1 = i_{1\max})$
2-е	Кодовые комбинации символов	$i_3 (1 \le i_3 \le L_3 = i_{3\max})$
3-е	Циклы, содержащие кодовые комбинации символов от возможно разных источников информации	
4-е	Подсверхциклы, объединяющие определенные циклы.	$i_4 (1 \le i_4 \le L_4 = i_{4\max})$
5-е	Сверхциклы, состоящие из подсверхциклов.	$i_5 (1 \le i_5 \le L_5 = i_{5\max})$
…………	………………………………………………………………………………………	…………………………...….
N -е	Объединения (контейнеры) наиболее сложных структурных блоков СС	$i_N (1 \le i_N \le L_N = i_{N\max})$

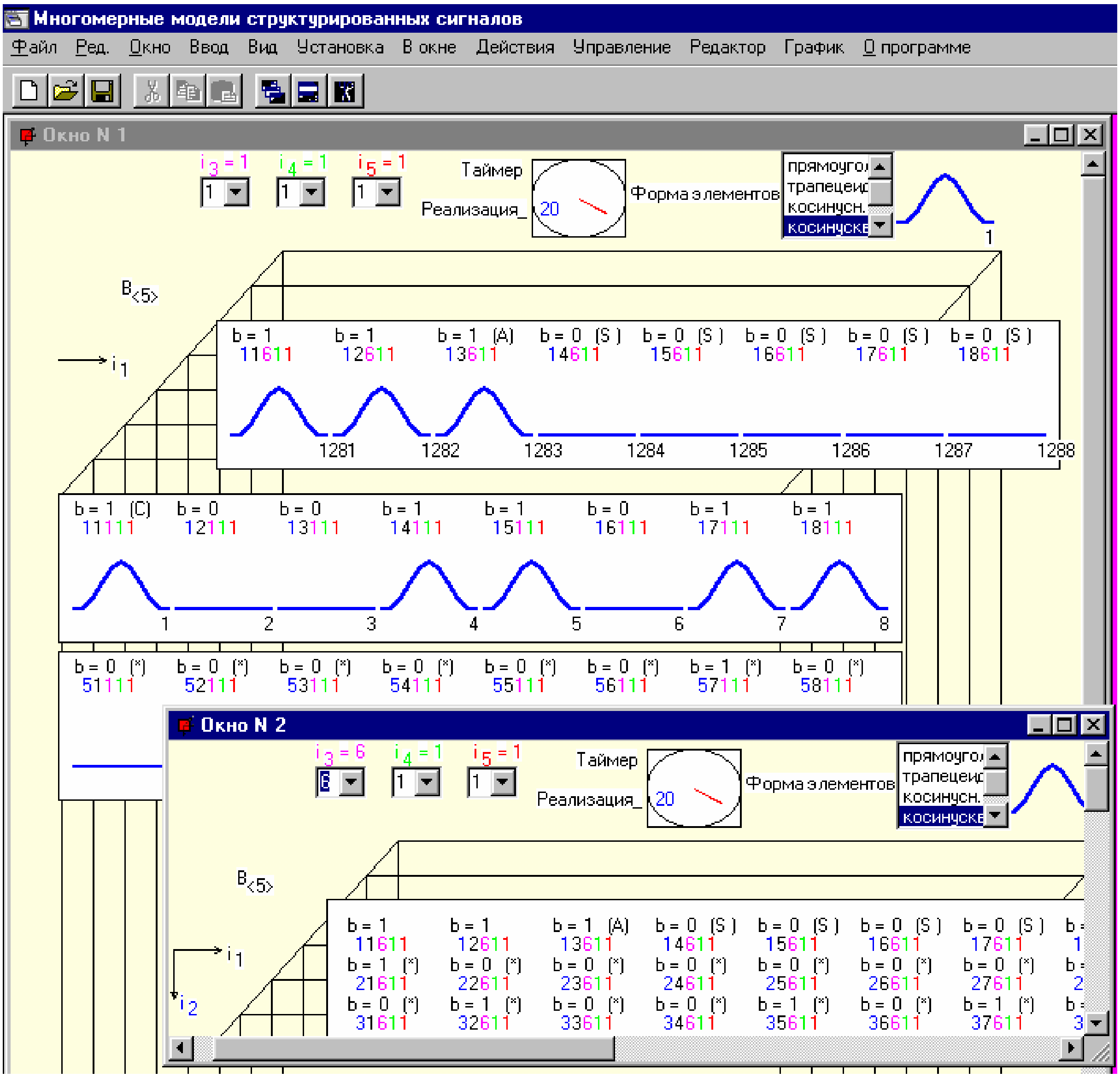

Рис. 1

V. Заключение

В заключение выразим надежду на дальнейшее развитие теории структурированных сигналов с использованием их многомерных представлений и современных достижений в областях матричной алгебры и тензорного анализа. Надо полагать, что, в связи с широким распространением структурированных сигналов в системах и сетях телекоммуникаций, совершенствование методов компьютерного моделирования разного рода структурированных сигналов [5, 6], вместе с развитием аналитических методов их исследования, сможет способствовать решению актуальных практических задач, возникающих при разработке и внедрении современных телекоммуникационных технологий.

Литература

[1] Соколов Н.П. Пространственные матрицы и их приложения. / М.: «Физматгиз», 1960, - 300 с.

[2] Крон Г. Тензорный анализ сетей. / Пер. с англ. под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. – М.: «Сов. Радио», 1978. – 720 с.

[3] Konovalov G.V. Multidimensional World of Digital Signals. // Krajove Symposjum Telekomunikacji '99. v. B. Referaty sekcji 1. Problemy podstawowe. Instytut Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej, 1999, pp. B-1.500 - B-1.506.

[4] Коновалов Г.В. Моделирование сигналов цифровых систем связи на основе многомерных матриц элементов сигналов. // Электросвязь. – 2000, - №1. - С. 18-21.

[5] Коновалов Г.В. Структурированные сигналы и синхросигналы: классификация и элементы теории. // Сборник материалов научно-технического семинара “Синхронизация, формирование и обработка сигналов”. 3–5 июля 2003. Ярославль. ЯГУ. 2003. – С. 3-11.

[6] Коновалов Г.В. Многомерные сигнальные и сетевые структуры в инфотелекоммуникациях. // Вісник Украінского Будинку економічних та науково-технічних знань. - 2005, - № 1. - С. 11-23.
[7] Коновалов Г.В. Спектрально-корреляционный анализ сложных импульсных случайных процессов. // Радиотехника и электроника. – 1980, - т . 25. - № 12. - С . 2566 – 2574.
[8] Коновалов Г.В. Возможности исследования сигналообразования цифровых систем передачи с помощью математического аппарата пространственных матриц. // Всероссийская НТК "Направления развития систем и средств радиосвязи": Воронеж, 1996. – Материалы конференции. - Т.2. - Воронеж: изд-во ВНИИС, 1996. - С. 571-575.
[9] Глава 11 в монографии Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радио-техники. Книга первая. Изд. 2-е, перераб. и доп. // М.: «Сов. Радио», 1974, - 552 с.
[10] Коновалов Г.В., Тарасенко Е.М. Импульсные случайные процессы в электросвязи. // М.: «Связь», 1973, - 304 с.
[11] Коновалов Г.В., Тарасенко Е.М. Матричные методы оценки статистических характеристик импульсно-кодовых сигналов. // Радиотехника. – 1970, - т . 25. - № 2. - С. 30-38.
[12] Cariolaro G.L., Tronca G.P. Spectra of Block Coded Digital Signals. // IEEE Transactions on Communications, v. COM 22, No. 10, 1974, pp. 1555-1564.

STRUCTURED SIGNALS AND THEIR MULTIDIMENSIONAL COMPUTER MODELS

Konovalov G.
ZNIIS, e-mail: zniis-gerkon@mtu-net.ru

The report is devoted to modeling of the structured signals (SS) typical for the modern telecommunication systems and systems of their reliable support, such as synchronization networks.

The purpose of the report is substantiation of expediency of the general approach to the developing the SS theory and to modeling such signals on the basis of multidimensional matrices (N -matrices) mathematical models and appropriate multidimensional arrays of the initial data about deterministic and statistical interrelations between elements of the structure blocks in simulated SS.

The essence of the considered approach is, that each of structured signal realizations (assuming SS is a stochastic pulse process in a common case) is set by a matrix $\mathbf{B}_{<N>}$ or by the family of N-matrices with N dimensions and with elements determined according to the real SS structure.

When researching and modeling SS the matrix $\mathbf{B}_{<N>}$, whose elements have proper indices, is considered as some kind of "carcass" or framework for set of different realizations of sequences, that are sequences of containers, that include the SS structural blocks of. It is noted, that by using such SS multidimensional representation, the general formula is derived for the average power spectral density (PSD) of periodically stationary stochastic pulse processes, which are the SS mathematical models. The comparison of this formula, derived by using rules of N-dimensional matrices algebra, with known expressions for PSD of stochastic sequences of pulse code combinations proves once again the validity of the first generalization postulate formulated by Gabriel Kron while considering tensor analysis of electrical networks. In this connection, the attention is paid to an opportunity of developing the SS theory not only through N -matrices algebra achievements but also on a basis of the SS tensor analysis.

To illustrate some report provisions the SS computer simulation examples are considered, that were performed by the author during preparation of his earlier SS devoted published papers.

References

1 N.P.Sokolov. Multidimensional Matrices and their Applications. / M.: Fizmatgiz, 1960, - 300 p. (In Russian).
2 G. Kron. Tensor Analysis of Networks. / N.Y. John Wiley and Sons, Second Printing, 1949. - 635 p.