

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ РАЗНОСТНЫХ ЗАДЕРЖЕК И ЧАСТОТНЫХ СДВИГОВ

Подчиненко Н.Е., Скрипкин А.А., Щербачёв В.А.

ФГУП «ГКБ «Связь» email: alexyscrypkin@rostov.ru

Введение.

При сопровождении подвижных источников радиоизлучений многопозиционной пассивной системой первичными данными часто [1-3] служат измерения разностей времен прихода (РВП) и разностей частот приема (РЧП) принятых сигналов. Совместная оценка параметров РВП τ и РЧП Δf , как правило, связана с оптимизацией двумерной взаимно-корреляционной функции (ДВКФ) $C_{XY}(\tau, \Delta f)$ [1-3], где показаны соответствующие оптимальные свойства получаемых оценок. Следует отметить, что оптимизация ДВКФ остается актуальной даже при использовании в системе только РВП в качестве исходных измерений о движущемся объекте, т.к. исключение неопределенности по частоте позволяет приблизить оценку РВП к оптимальной.

Результаты оценивания в классических постановках и их свойства относятся к случаю, когда $C_{XY}(\tau, \Delta f)$ рассматривается как функция непрерывных переменных. Однако, при цифровой обработке выборок сигнала объема N_{FFT} с частотой F_S , временным задержкам и разностным частотным сдвигам соответствуют смещения на целое число точек дискретной ДВКФ $C_{XY}[n, m] = C_{XY}(n \cdot F_S^{-1}, m \cdot F_S N_{\text{FFT}}^{-1})$. При достижимых на практике ОСШ и базах сигнала потенциальная точность определения, например, задержки τ может существенно превосходить шаг по времени F_S^{-1} , ограничивающий результирующую точность при непосредственной оптимизации $C_{XY}[n, m]$. Прямой путь снижения указанной погрешности дискретизации – увеличение частоты выборки (или интерполяция реализаций сигнала, что в данном случае равносильно) вызывает существенное увеличение вычислительной нагрузки, что может оказаться неприемлемым при функционировании измерителя в реальном времени.

В данной работе предложено решение, позволяющее снизить указанные погрешности дискретизации, практически не увеличивая вычислительной нагрузки. Эффект достигается за счет применения нелинейной аппроксимации ДВКФ, для параметров которой получены соотношения в явном виде.

Постановка задачи

Пусть заданы выборки с частотой F_S из реализаций двух сигналов $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{C}^N$ (в общем случае данные могут быть комплексными), для которых определена дискретная ДВКФ

$$C_{XY}[n, m], \quad n = \overline{0, N_{\text{FFT}} - 1}, \quad m = \overline{-M, M}, \quad 0 \leq M < N_{\text{FFT}} / 2, \quad (1)$$

где шаг на 1 по параметру n (задержке) равен F_S^{-1} , а по параметру m (частоте) – $F_S N_{\text{FFT}}^{-1}$. Интервал неопределенности по частоте $-\overline{M, M}$, введенный в (1), как правило, может быть ограничен из априорных соображений о динамике объекта.

Для вычисления дискретной ДВКФ известны различные методы [4, 5], здесь для определенности, кратко приведем метод оценки ДВКФ на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ), с выделением огибающей. Исходные реализации \mathbf{x}, \mathbf{y} , которые для упрощения будем считать центрированными и нормированными, преобразуем в их Фурье образы

$$\mathbf{X} = F(Z(\mathbf{x}, N_{\text{FFT}})), \quad \mathbf{Y} = F(Z(\mathbf{y}, N_{\text{FFT}})), \quad (2)$$

где F – оператор БПФ, а Z – операция дополнения выборки сигнала нулями до размерности $N_{\text{FFT}} \geq N$, позволяющая уменьшить указанный шаг по частоте. Дискретный Фурье-образ от ДВКФ с относительным частотным сдвигом на $m \cdot F_S N_{\text{FFT}}^{-1}$ определяется на основе (2), как

$$\mathbf{C}_m = \begin{cases} \mathbf{Y} \square \ell^m(\mathbf{X}^*), & m > 0 \\ \ell^{-m}(\mathbf{Y}) \square \mathbf{X}^*, & m \leq 0 \end{cases}, \quad (3)$$

где \square – операция покомпонентного умножения векторов, ℓ – оператор сдвига вектора на одну компоненту влево, «*» – комплексное сопряжение. Тогда во временной области ВКФ, соответствующая дискретному частотному сдвигу m , задается вектором

$$\mathbf{c}_m = \left| F^{-1}(\widehat{\mathbf{C}}_m) \right|, \quad (4)$$

где F^{-1} - обратное БПФ, взятие модуля от комплексного вектора понимается покомпонентно, а выделение огибающей для (3) может быть получено по правилу

$$\widehat{C}_m[i] = \begin{cases} C_m[i], & i = 0, i = N_{\text{FFT}}/2 \\ 2C_m[i], & 0 < i < N_{\text{FFT}}/2 \\ 0, & N_{\text{FFT}}/2 < i < N_{\text{FFT}} \end{cases} \quad (5)$$

Теперь величины (1) определяются через компоненты (4) как $C_{XY}[n, m] = c_m[n]$.

Отметим, что предлагаемый ниже метод снижения ошибок дискретизации применим независимо от способа вычисления дискретной ДВКФ, но при моделировании и экспериментальном исследовании реализовывались соотношения (2-5).

Для оценки потенциального с.к.о. корреляционных измерений задержки при упрощающих условиях одинакового в каналах \mathbf{x} и \mathbf{y} отношения сигнал/шум η (ОСШ) и равномерности спектральной плотности шума в полосе, для аналогового случая известно [2] соотношение

$$\sigma_\tau^2 = 3 \cdot (1 + 2\eta) / (8\pi^2 T \cdot F^3 \cdot \eta^2), \quad (6)$$

где T – длительность реализаций сигналов, а F – ширина их полос. При цифровой реализации данная оценка должна практически сохраняться при условии корректной дискретизации $F_s = r \cdot 2F$, $r \geq 2$, где r – коэффициент передискретизации. Однако, в ряде практически важных случаев разрешение F_s^{-1} может существенно превосходить оценку СКО, полученную из (6). Например, в условиях $T = 25$ мс, $F = 10$ КГц, $\eta = 15$ дБ получим из (6) оценку потенциального с.к.о., равную 0.312 мкс, в то время как $F_s^{-1} = 5$ мкс при передискретизации $r = 10$. Даже при меньших ОСШ потенциальное с.к.о. ($\sigma_\tau(\eta = 8\text{дБ}) = 0.721\text{мкс}$, $\sigma_\tau(\eta = 10\text{дБ}) = 0.565\text{мкс}$) оказывается существенно ниже ошибок дискретизации. Увеличение частоты дискретизации или интерполяция данных приводит, даже при использовании БПФ для определения ДВКФ, к сверхлинейному возрастанию вычислительной нагрузки, что для приведенного примера может снизить быстродействие измерителя в несколько раз.

Таким образом, ставится задача оценивания точки максимума ДВКФ, позволяющего минимизировать погрешности дискретизации без существенного увеличения вычислительных затрат, присущих методам интерполяции исходных сигналов.

Метод уточнения точки максимума ДВКФ

Решая задачу снижения ошибки дискретизации, трудно избежать интерполяции в том или ином смысле, но вместо затратной в вычислительном отношении интерполяции реализаций сигналов предлагается интерполировать дискретную ДВКФ (1), и лишь в окрестности найденной начальной оценки максимума

$$C_{XY}[n_0, m_0] = \max_{n,m} (C_{XY}[n, m]). \quad (7)$$

Как известно [3], ДВКФ $C_{XY}(\tau, \Delta f)$ в окрестности максимума может быть аппроксимирована поверхностью эллиптического параболоида (ЭП), уравнение которого в координатах (x : РВП, y : РЧП, z : ДВКФ) можно записать в виде

$$C - z = (x - \tau^*)^2 / A + (y - \Delta f^*)^2 / B, \quad (8)$$

где неизвестные параметры $A, B > 0$ задают форму эллипса в сечениях ЭП, а C — максимальное значение ДВКФ, соответствующее вершине ЭП в точке максимума $(\tau^*, \Delta f^*)$.

Введя обозначение $\rho = A/B$, уравнение (8) можно тождественно переписать как

$$AC - Az + 2x\tau^* - \tau^{*2} - \rho y^2 + 2y\rho\Delta f^* - \rho\Delta f^{*2} = x^2,$$

или в матричном виде

$$\mathbf{f}(x, y)^T \cdot \mathbf{r} + \mathbf{g}(z)^T \cdot \mathbf{r} = x^2, \quad (9)$$

где $\mathbf{f}(x, y) = [x \ y \ y^2]^T$, $\mathbf{r} = [2\mathbf{J} \ 2\rho\Delta f^* \ -\rho]^T$, $\mathbf{g}(z) = [1 \ z]^T$, $\mathbf{r} = [AC - \tau^{*2} - \rho\Delta f^{*2} \ -A]^T$.

Уравнение (8) содержит 5 неизвестных параметров ЭП $A, B, C, \tau^*, \Delta f^*$, столько же компонентов совместно содержат векторы \mathbf{f}, \mathbf{g} , при этом очевидно взаимнооднозначное соответствие данных компонент и параметров ЭП (8). При заданной дискретной ДВКФ (1) каждой точке

$$(x = n, y = m, z = C_{XY}[n, m]), \quad n \in \{n_0 \pm i, \ i = \overline{0, N_0}\}, \quad m \in \{m_0 \pm j, \ j = \overline{0, M_0}\} \quad (10)$$

из окрестности начального приближения (7) соответствует уравнение вида (9) относительно неизвестных $\hat{\mathbf{r}}; \mathbf{J}$, объединив $(2N_0 + 1) \times (2M_0 + 1)$ таких уравнения, получим систему вида

$$\mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{r}} + \mathbf{G} \cdot \hat{\mathbf{r}} = \mathbf{d}, \quad (11)$$

где \mathbf{F} и \mathbf{G} матрицы со строками $\mathbf{f}(x, y)^T$ и $\mathbf{g}(z)^T$, соответственно, а столбец свободных членов имеет вид согласно (9,10)

$$\mathbf{q} = \left[(n_0 - N_0)^2, \dots, (n_0 - 1)^2, n_0^2, (n_0 + 1)^2, \dots, (n_0 + N_0)^2 \right]^T.$$

Разумеется, размеры окрестности N_0, M_0 выбраны так, чтобы не выйти за область определения (1), причем уже при $N_0 = M_0 = 1$ в системе (11) имеем 9 уравнений относительно 5 неизвестных.

Если $\text{rank}([\mathbf{F} \ \mathbf{G}]) = 5$, то из (11) методом наименьших квадратов (МНК) однозначно определяется оценка компонентов векторов $\hat{\mathbf{r}}; \mathbf{J}$, а, следовательно, в силу указанной взаимной однозначности, и параметры ЭП, включающие искомые координаты точки максимума ДВКФ. Это один из возможных вариантов решения.

Есть несколько иное решение [6], обладающее меньшей размерностью и лучшей обусловленностью. Исходя из задачи уточнения точки максимума $(\tau^*, \Delta f^*)$, нет необходимости определять все 5 параметров ЭП, например, в системе уравнений (11) достаточно получить оценку только вектора $\hat{\mathbf{r}}$, для чего уравнение (11) можно упростить к виду

$$(\mathbf{QF}) \cdot \hat{\mathbf{r}} = \mathbf{Qq}, \quad (12)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{I} - \mathbf{GG}^+$ — проектор такой, что по определению $\mathbf{QG} = \mathbf{0}$, операция \mathbf{G}^+ означает псевдообращение матрицы \mathbf{G} . Если $\text{rank}(\mathbf{QF}) = 3$, то из (12) имеем МНК оценку

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{QF})^+ \mathbf{Qq}, \quad (13)$$

откуда оценки РВП и РЧП определяются через компоненты $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2 \ \hat{\theta}_3]^T$ как

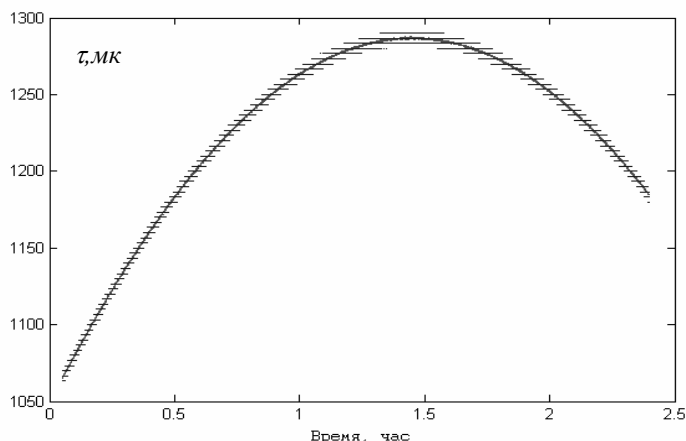
$$\hat{\tau} = \hat{\theta}_1 / 2F_s, \quad \Delta \hat{f} = -\hat{\theta}_2 F_s / (2\hat{\theta}_3 N_{\text{FFT}}). \quad (14)$$

Проведенные численные исследования показали, что в ряде случаев $\text{cond}(\mathbf{QF}) \ll \text{cond}([\mathbf{F} \ \mathbf{G}])$, что позволяет ожидать от оценок (14) лучшей точности, чем при прямом решении системы (11).

Следует отметить, что если конечный интерес представляет лишь оценка РВП, зависящая только от первой компоненты $\hat{\theta}_1$, то предложенная декомпозиция (11) может быть легко модифицирована присоединением второго и третьего столбцов матрицы \mathbf{F} к матрице «избыточных параметров» \mathbf{G} , в этом случае вектор $\hat{\mathbf{r}}$ становится однокомпонентным, а при вычислении (13) отпадает необходимость в псевдообращении матриц. Для оценки практической эффективности предложенного метода были проведены эксперименты по измерению задержек сигналов.

Экспериментальные исследования

Экспериментальные измерения проводились по реальному сигналу, излучаемому перемещающимся объектом, траектория изменения РВП, иллюстрирующая динамику объекта, приведена на рисунке для приблизительно 2.5 часового интервала наблюдения. Характеристики принимаемого сигнала и условия приема приблизительно соответствуют значениям параметров, приведенным в (6). Исследовались различные коэффициенты передискретизации γ (для частот выборки) и различные размерности N_{FFT} при вычислении дискретной ДВКФ. Например, на рисунке приведено две линии задержек, одна из которых выглядит непрерывной и соответствует измерениям со сглаживанием ЭП, а другая выглядит как последовательность горизонтальных отрезков, «перескоки» между которыми как раз и обусловлены погрешностями дискретизации при отсутствии сглаживания ЭП.



Из полученных результатов следует, что при практически минимальной передискретизации использование ЭП позволяет получить СКО, близкое к оптимальному, улучшив результаты оценивания без сглаживания более чем на порядок (выборочное СКО РВП без сглаживания составило 4.96 мкс, а со сглаживанием ЭП — 0.30 мкс, при соответствующим им выборочным СКО РЧП 0.64 и 0.47 Гц). Увеличение частоты дискретизации (в практически приемлемых пределах), в последующих экспериментах позволило несколько снизить СКО несглаженных измерений РВП, но 3-х кратное увеличение частоты дискретизации и 4-х кратное увеличение размерности N_{FFT} так и не позволили получить точность близкую к достигнутой с использованием ЭП [6].

Заключение

Таким образом, показано, что в представляющих практический интерес случаях цифрового измерения РВП и РЧП, определяемых как аргументы максимума ДВКФ, параметры дискретизации могут существенно ограничивать достижимую точность измерений вследствие возникающей методической погрешности. Снижение данной погрешности за счет увеличения частоты дискретизации приводит к чрезмерным вычислительным затратам, что может оказаться неприемлемым при реализации измерителя в реальном времени. Предложенный алгоритм уточнения точки максимума ДВКФ позволяет существенно снизить эффект от ошибок дискретизации, а в результате повысить точность измерений. Вследствие вычисления уточненных оценок в виде явных функций, использующих матричные операции малой размерности, предложенный метод уточнения практически не вносит дополнительных вычислительных затрат. Проведенные экспериментальные исследования подтверждают высокую достоверность и эффективность предложенного метода.

Литература

1. Многопозиционные радиотехнические системы/ Кондратьев В.С. и др., М.: Радио и связь, 1986.- 264с.
2. Weinstein E., Kletter D. Delay and Doppler estimation by time-space partition of the array data.// IEEE Trans. on Acoustics, speech, and signal processing, vol.ASSP-31, 1983, No.6, December
3. Moura Jose M.F., etc., Passive Systems Theory with Narrow-band and linear Constraints: Part 1 – Spatial Diversity.// IEEE Journal on Ocean Engineering, vol.OE-3, 1978, No.1, pp. 5-13, Jan.
4. Бендат Дж., Пирсол А., Прикладной анализ случайных данных, М., Мир, 1989.- 540 с.
5. US Patent No. 5874916, DesJardins G.A., Frequency selective TDOA/FDOA cross-correlation
6. Патент РФ, № 2256192, Подчиненко Н.Е., Скрипкин А.А., Щербачёв В. А., Способ измерения разностей времени прихода и частоты приема сигналов и устройство для его реализации, М., ФИПС, 2005, МПК G 01 S 11/02



TDOA/FDOA ESTIMATION WITH IMPROVED ACCURACY

Podchinenko N., Scrypkin A., Scherbachev V.

FGUP «GKB «Sviaz» email: alexyscrypkin@rostov.ru

TDOA/FDOA estimates are often used for moving sources tracking [1-5]. Joint TDOA/FDOA estimation TDOA τ (TDOA – time difference of arrival) and FDOA Δf (FDOA – frequency difference of arrival) is connected with two-dimensional optimization [1-3] of cross-correlation function (CCF) $C_{XY}(\tau, \Delta f)$. CCF optimization is actual with using only TDOA estimate about moving source, because joint TDOA/FDOA estimate is more accurate.

Classical papers about two-dimensional $C_{XY}(\tau, \Delta f)$ are devoted for continuous variables τ and Δf . Integer point shifts are corresponded TDOA and FDOA values of discrete time CCF $C_{XY}[n, m] = C_{XY}(n \cdot F_S^{-1}, m \cdot F_S N_{FFT}^{-1})$ with sample size N_{FFT} and sample rate F_S . Potential TDOA estimation accuracy may be essentially more than sampling period F_S^{-1} with practically achievable SNR and signal base. So, real TDOA estimation accuracy with direct CCF $C_{XY}[n, m]$ optimization is limited by sampling period. Increasing of sample rate, as direct way for estimation accuracy improving will lead to unacceptable computing load growth for real time TDOA estimation

The paper is devoted for TDOA/FDOA estimation accuracy improvement by discreteness error exclusion really without computing load growth. The result is achieved by nonlinear two-dimensional CCF approximation. Closed form algebraical expressions are deduced for approximation parameters and joint TDOA/FDOA estimates with improved accuracy.

It has been demonstrated by real moving source tracking, that practically attained joint TDOA/FDOA estimation accuracy with direct CCF $C_{XY}[n, m]$ optimization has been limited $C_{XY}[n, m]$ sampling parameters. It has been shown, that error reduction by direct FFT data interpolation can made impossible real time TDOA/FDOA estimation with using typical standard microprocessors. It has been created method to introduce clarity to disposition maximum point of CCF with interpolation the point vicinity by elliptical paraboloid.

Direct computing TDOA/FDOA estimates with small size matrix operations don't introduce significant additional computing load [6].

Литература

1. Многопозиционные радиотехнические системы/ Кондратьев В.С. и др., М.:Радио и связь, 1986.- 264с.
2. Weinstein E., Kletter D. Delay and Doppler estimation by time-space partition of the array data.// IEEE Trans. on Acoustics, speech, and signal processing, vol.ASSP-31, 1983, No.6, December
3. Moura Jose M.F., etc., Passive Systems Theory with Narrow-band and linear Constraints: Part 1 – Spatial Diversity.// IEEE Journal on Ocean Engineering, vol.OE-3, 1978, No.1, pp. 5-13, Jan.
4. Бендат Дж., Пирсол А., Прикладной анализ случайных данных, М., Мир, 1989.- 540 с.
5. US Patent No. 5874916, DesJardins G.A., Frequency selective TDOA/FDOA cross-correlation
6. Патент РФ, № 2256192, Подчиненко Н.Е., Скрипкин А.А., Щербачёв В. А., Способ измерения разностей времени прихода и частоты приема сигналов и устройство для его реализации, М., ФИПС, 2005, МПК G 01 S 11/02