Использование нелинейного спектрального оценивания в задаче исследования многоканального распространения сигналов

Сорохтин М.М., Сорохтин Е.М., Морозов О.А.

Научно-Исследовательский Физико-Технический Институт Нижегородского Государственного Университета им. Н.И. Лобачевского (НИФТИ ННГУ)

В ряде областей прикладной физики и техники, таких как акустика, радиолокация, геофизика, диагностика и неразрушающий контроль одной из важных и распространенных является задача обнаружения и оценки параметров сигнала известной формы на фоне других сигналов и шумов. В частности, в задачах диагностики через объект исследования пропускается сигнал специальной формы; после прохождения через исследуемую среду или отражения ею он регистрируется датчиком. В принятом сигнале требуется найти излученный сигнал специальной формы. Аналогичная задача возникает в радиосвязи, радиолокации и радионавигации. Для обеспечения надежности обнаружения сигналов часто используются короткие по длительности пакеты сложной формы с частотной или фазовой модуляцией [1].

Традиционное решение задачи определения положения сигнала известной формы с помощью взаимной корреляционной функции (ВКФ) обладает следующим недостатком: появление частотного сдвига, обусловленного движением исследуемой среды, возможными нелинейными явлениями в среде, рассогласованием приемной и передающей систем или эффектом Доплера, проявляется в смещении, искажении или значительном подавлении главного максимума ВКФ.

В условиях возможного изменения параметров исследуемого сигнала, в частности частоты заполнения, надежный алгоритм обнаружения может быть реализован на основе метода функции неопределенности [1].

В работе предлагается модификация метода определения временного и частотного сдвига на основе использования нелинейного спектрального оценивания методом максимальной энтропии с явным получением множителей Лагранжа.

Задача формулируется следующим образом. Для двух сигналов, принимаемых синхронизированными по времени датчиками, необходимо определить временную задержку Δt_0 и частотный сдвиг Δf_0.

$$v_1(t) = A(t)\sin(M(f,t) + \Phi_1(t)) + n_1(t), \qquad (1)$$

$$v_2(t) = \widetilde{A}(t)\sin(M(f - \Delta f_0, t - \Delta t_0) + \Phi_2(t)) + n_2(t), \qquad (2)$$

где $A(t)$, $\tilde{A}(t)$ – определяют форму огибающей сигнала, $\Phi_i(t)$– случайные изменения фазы, обусловленные различными неаддитивными шумовыми процессами, $n_i(t)$– аддитивный шум в полосе, соответствующей полосе частот сигнала, $M(f, t)$– функция, определяющая вид модуляции сигналов. Сигнал $v_1(t)$ будем считать эталонным сигналом, который либо известен априорно, либо регистрируется с хорошим отношением сигнал/шум. Сигнал $v_2(t)$, содержащий в себе сдвинутую по времени искаженную средой распространения копию сигнала $v_1(t)$, будем называть исследуемым сигналом.

Для учета возможного частотного сдвига в исследуемом сигнале выполняется переход от традиционного коррелирования сигналов к коррелированию спектров [2]. Функция взаимной корреляции спектра $V_1(f)$ опорного сигнала $v_1(t)$ и $V_2(f)$ сигнала $v_2(t)$, сдвинутого по времени на величину Δt: $v_2(t+\Delta t)$, будет выглядеть следующим образом:

$$G(f,\Delta t) = R_{V_1,V_2} = V_1(f) \otimes V_2(f,\Delta t). \qquad (3)$$

Учитывая, что $V_i(f)$ являются Фурье-преобразованиями функций $v_i(t)$, получаем:

$$G(f,\Delta t) = F\{v_1(t)\} \otimes F\{v_2(t)\} = F\{v_1(t) \cdot v_2(t+\Delta t)\}, \qquad (4)$$

где F – оператор преобразования Фурье, $\otimes$ - операция свертки. Таким образом, данная функция представляет собой Фурье-преобразование от произведения эталонного сигнала на исследуемый, сдвинутый на время Δt.

Сечение функции неопределенности строится путем корреляционного сравнения спектров сигналов с временным перебором. При каждом значении временного сдвига Δt производится перемножение эталонного сигнала на исследуемый. Затем производится спектральное преобразование, в результате получается оценка взаимной корреляционной функции спектров эталонного и исследуемого сигналов. В полученной спектральной оценке определяется отсчет с наибольшим значением модуля и запоминается как само значение, так и его координата (соответствующая оптимальному частотному сдвигу при данном значении временного сдвига).

В результате перебора значений временного сдвига накапливается информация, представляющая собой описание кривой, сопоставляющей каждому значению временного сдвига оптимальное значение частотного, и сечение функции неопределенности этой кривой. Глобальный максимум сечения дает значение временного сдвига, а значение секущей кривой в точке найденного максимума – частотный сдвиг.

На рис. 1-а изображен типичный вид проекции полученного сечения для ФМ-сигнала.

Для определения степени надежности обнаружения сигнала вводится критерий:

$$C = \frac{\max\{G(\omega,\Delta t)\} - \overline{G(\omega,\Delta t)}}{\sqrt{\mathrm{var}\{G(\omega,\Delta t)\}}}, \qquad (5)$$

где $\mathrm{var}\{\cdot\}$ – дисперсия функции неопределенности, рассчитанная по полученному сечению.

В основе алгоритма определения временного и частотного сдвига лежит спектральное преобразование. Наиболее известные подходы к получению оценок спектральной плотности мощности (СПМ) связаны с применением преобразования Фурье. Существенным их недостатком является вытекающая из принципа неопределенности несовместность требований состоятельной оценки СПМ, которая достигается введением временных окон, и высокой разрешающей способности, обратно пропорциональной пространственной протяженности сигнала. Использование традиционных линейных алгоритмов спектрального оценивания на основе БПФ является наиболее простым для технической реализации, но накладывает ограничения на эффективность обнаружения в случае работы с короткими выборками сигналов, которые часто используются в современных системах цифровой радиосвязи и радиолокации.

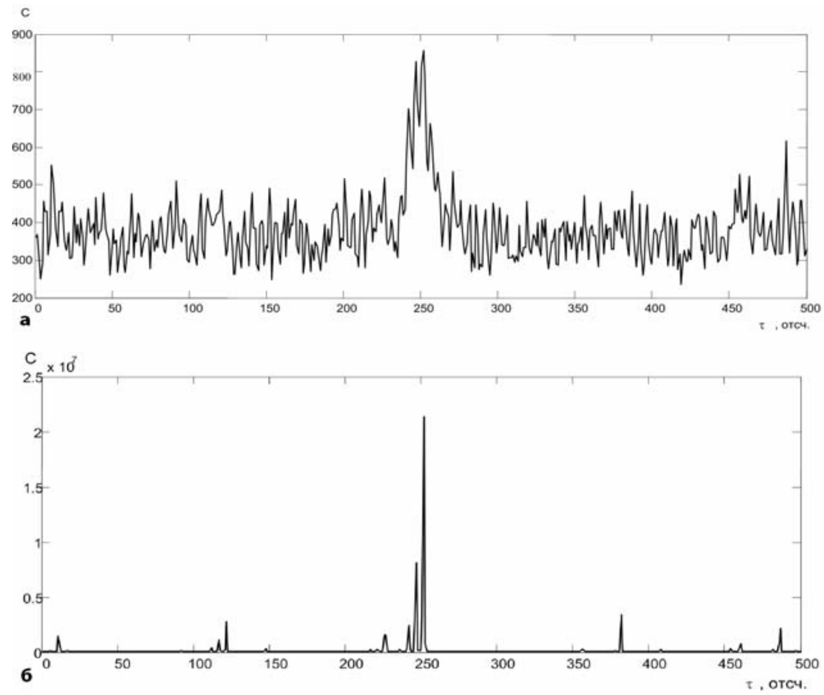

Рис. 1. Типичный вид сечения тела неопределенности, получаемого линейным (а) и нелинейным (б) методом.

Данные ограничения могут быть ослаблены путем использования нелинейных методов спектрального оценивания, позволяющих получать более высокое частотное разрешение. Одним из них является метод максимальной информационной энтропии [3], в котором для выбора возможного решения задачи априорная информация используется в сочетании с вариационным принципом.

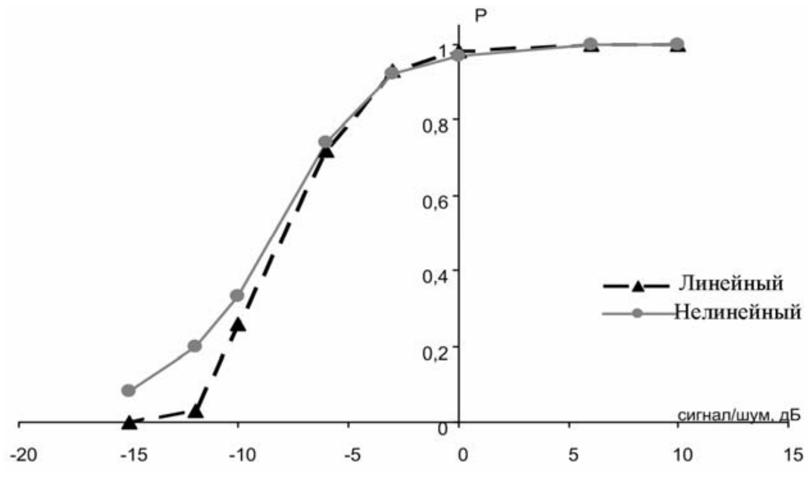

Рис. 2. Зависимость вероятности ошибочного обнаружения сигнала от отношения сигнал/шум.

С математической точки зрения метод МЭ сводится к оптимизации функционала информационной энтропии в форме Берга или Шеннона с ограничениями в виде учтенных посредством лагранжевых множителей априорных данных. При решении задачи спектрального оценивания в качестве линейных ограничений используются отсчеты автокорреляционной последовательности. Выражение для функционала с использованием энтропии Шеннона выглядит следующим образом:

$$\Phi(\boldsymbol{\lambda}) = -\int P(f)\ln P(f)\,df + \sum_{k=0}^{M} \lambda_k \Big(R_k - \int e_k(f)P(f)\,df\Big) \to opt\,,(6)$$

где $P(f)$ – спектральная плотность мощности, $\boldsymbol{\lambda}$ – вектор неопределенных множителей Лагранжа, M – длина автокорреляционной последовательности, $e_n(f)$=exp($2\pi inf$). Решение вариационной задачи имеет вид [4]:

$$P(f) = \exp\left[-\sum_{k=0}^{M} \lambda_k e_k(f)\right]. \qquad (7)$$

Выпуклость функционала обеспечивает единственность решения задачи оптимизации. Далее для определения вектора множителей Лагранжа производится подстановка (7) в корреляционные ограничения и численное решение полученной системы уравнений. Практическая реализация данного метода сводится к медленно сходящейся процедуре многомерной оптимизации.

В работе предлагается использовать нелинейный метод оценки СПМ на основе принципа максимума энтропии с определением множителей Лагранжа в явном виде. Данный метод позволяет свести количество операций к фиксированному значению и получить решение, обладающее достоинствами нелинейных спектральных оценок.

Выражение для спектральной оценки (7) при линейных автокорреляционных ограничениях можно переписать в матричном виде следующим образом:

$$\mathbf{p} = \exp(-\mathbf{E}\boldsymbol{\lambda})\,, \qquad (8),$$

где $\mathbf{p}$ – вектор-столбец значений спектральной оценки, $\boldsymbol{\lambda}$ – вектор-столбец неопределенных множителей Лагранжа, $\mathbf{E}$ – матрица комплексных экспонент с элементами

$$e_{nk} = \exp(2\pi ikf_n)\,. \qquad (9)$$

Метод прямого получения множителей Лагранжа состоит в обращении выражения (8). Такой подход хорошо зарекомендовал себя в задачах реконструкции и фильтрации сигналов [2] и обращения свертки [3].

Корреляционные ограничения можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{r} = \mathbf{E}^T\mathbf{p} = \mathbf{E}^T\exp(-\mathbf{E}\boldsymbol{\lambda})\,, \qquad (10)$$

где $\mathbf{r}$ – вектор-столбец отсчетов автокорреляционной последовательности. Умножая равенство (10) слева на обратную матрицу $\mathbf{E}^{-1}$, получим:

$$(\mathbf{E}^T)^{-1}\mathbf{r} = \exp(-\mathbf{E}\boldsymbol{\lambda})\,. \qquad (11)$$

Затем, логарифмируя и умножая равенство (11) слева на $-\mathbf{E}^{-1}$, получим:

$$\boldsymbol{\lambda} = -\mathbf{E}^{-1}\ln((\mathbf{E}^T)^{-1}\mathbf{r})\,. \qquad (12)$$

Если матрица $\mathbf{E}$ невырожденная, то для нее существует обратная матрица $\mathbf{E}^{-1}$, такая, что $\mathbf{E}^{-1}\mathbf{E}=\mathbf{E}\mathbf{E}^{-1}=\mathbf{I}$, где $\mathbf{I}$ – единичная матрица. Однако в случае необходимости работы по короткой выборке автокорреляционной последовательности матрица комплексных экспонент будет прямоугольной и в общем случае обратной иметь не будет. В этом случае можно вместо вычисления обратной матрицы воспользоваться приближением псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза $\mathbf{E}^+$. Однако в задаче спектрального оценивания операция псевдообращения для матрицы комплексных экспонент может быть заменена на эрмитово сопряжение. Таким образом получается псевдорешение для вектора множителей Лагранжа:

$$\boldsymbol{\lambda} = -\mathbf{E}^{+}\ln((\mathbf{E}^T)^{+}\mathbf{r})\,. \qquad (13)$$

На рис. 1-б изображен типичный вид функции неопределенности для ФМ-сигнала, рассчитанной методом максимума энтропии с явным выражением множителей Лагранжа.

Исследование эффективности предложенного подхода к определению временной задержки сигналов с различными частотами заполнения и шумовыми характеристиками осуществлено с помощью компьютерного моделирования. Процесс моделирования заключался в построении модели исходного эталонного сигнала и исследуемого сигнала, в котором присутствовала реализация эталонного со смещенной несущей частотой на фоне аддитивного белого шума. Обнаружение эталона производилось двумя методами – в основе линейного метода использовалось спектральное оценивание с помощью БПФ, в основе нелинейного метода – спектральная оценка максимума энтропии на основе прямого получения множителей Лагранжа. Для каждого исследуемого значения отношения сигнал/шум производилась обработка 1000 реализаций сигналов, в результате усреднения по реализациям получалась зависимость вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум, эти зависимости приведены на рис. 2. Оба метода показывают высокую эффективность обнаружения при шумах, характеризуемых значением отношения сигнал/шум до -6 дБ. При уменьшении отношения сигнал/шум до -10..-12 дБ на коротких выборках предложенный нелинейный метод дает несколько большую эффективность обнаружения.

Литература

1.Обнаружение радиосигналов. Под ред. Колосова А.А. М.:Радио и связь, 1989.

2.Аратский Д.Б., Морозов О.А., Солдатов Е.В., Фидельман В.Р. О реконструкции и улучшении качества сигналов теоретико-информационными методами максимальной энтропии. // Автометрия. №6. 1991. С. 5.

3.Морозов О.А., Рыжкова Т.Г., Фидельман В.Р. Эффективный вычислительный алгоритм реализации метода максимальной энтропии в задачах обращения свертки. // Известия вузов. Радиофизика. Т. XLV. №8. 2002. С. 722.

—————♦—————

Hardware Applying of algorithm special Signals location against a background of noise using indeterminancy body

Sorokhtin M., Sorokhtin E., Morozov O.

Physical-Technical Research Institute of Nizhni Novgorod State University

Location of special signals against a background of noise is one of the most important problems in such fields as digital communications, radiolocation acoustics and many others. Determining of the placement in such tasks is performed with emission special radio pulse and location of reflected pulse in received signal. Radio pulses used are usually PSK, FSK or linear frequency modulated packets. Besides determining of a distance there is often an additional issue – to detect velocity of the object by analyzing Doppler frequency shift.

Modern technologies make DSP and built-in computational systems the most reliable and efficient way to solve this problem.

Traditional way to detect pulse in signal by means of cross-correlation function has a definite defect: the result of correlation loses its one-valuedness and intensity in case of a frequency shift.

In this paper is considered hardware realization of algorithm special signals detection by means of analyzing of indeterminancy body – a function of similarity between two signals, depending of frequency and time shift.

We consider $v_1(t)$ to be initial pulse waveform and $v_2(t)$ – to be an waveform from input channel of receiver, in which the special signal must be located..

$$v_1(t) = A_1 \sin(f(\omega_1, t)) + n_1(t),$$

$$v_2(t) = A_2 \sin(f(\omega_2, t - t_0)) + n_2(t),$$

where A_1 и A_2 – magnitudes of harmonic signals, $f(\omega, t)$ – modulating function, that determines the law of signals modulation; $n_1(t)$ и $n_2(t)$ – additive uncorrelated noise.

To take into account possible Doppler frequency shift we perform conversion from traditional correlation of signals to correlation of spectrums. Cross-correlation function between spectrum $V_1(\omega)$ of signal $v_1(t)$ и and spectrum $V_2(\omega)$ of signal $v_2(t+\Delta t)$, shifted in time domain by Δt, will be the following:

$$G(\omega, \Delta t) = R_{V_1,V_2} = V_1(\omega) \otimes V_2(\omega) = F\{v_1(t)\} \otimes F\{v_2(t)\} = F\{v_1(t) \cdot v_2(t + \Delta t)\}.$$

Function $G(\omega, \Delta t)$ presents a surface in the space $(\omega, \Delta t)$. If analysed signal contains desired segment, this surface will have extremum in the point $(\Delta\omega, t_0)$, whose coordinates are respectively frequency shift ($\Delta\omega=|\omega_2-\omega_1|$) and time shift.

To evaluate reliability of detection results there is used criterion C:

$$C = \frac{\max\{IB(\omega, \Delta t)\} - \overline{IB(\omega, \Delta t)}}{\sqrt{\mathrm{var}\{IB(\omega, \Delta t)\}}}.$$

Numerical simulation of described algorithm has shown that it works properly and safely when signal-to-noise ratio (SNR) is better than -12 dB.

Algorithm of signals detection is applied in hardware as an stand-alone device with a built-in computational system containing some PLD's and two DSP's. On the PLD's there is realized a multiplier, that receives serie of input samples and multiplies them by samples of initial sequence with definite shift. On the basis of the first DSP it is performed the fast Fourier transform (FFT). The second DSP is responsible for analysing indeterminance body and control all other parts of the device.

Developed device was tested with analog signals emulated work of communication system.

—————♦—————