

**СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ МЕЖКАДРОВЫХ ДЕФОРМАЦИЙ
ИЗОБРАЖЕНИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ ПСЕВДОГРАДИЕНТНЫМИ АЛГОРИТМАМИ**

Ташлинский А.Г., Самойлов М.Ю.

Ульяновский государственный технический университет

Оценивание параметров межкадровых геометрических деформаций изображений (МГДИ) одна из задач обработки последовательностей изображений [1], при решении которой используются псевдоградиентные процедуры (ПП) [2-4] вида

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \bar{\beta}_{t+1} (Q(Z_{t+1}, \hat{\alpha}_t)), \quad (1)$$

где $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ вектор оцениваемых параметров МГДИ $Z^{(1)} = \{z_j^{(1)}\}$ и $Z^{(2)} = \{z_j^{(2)}\}$, $\bar{j} = (j_x, j_y)^T$, $j_x = \overline{1, N_x}$, $j_y = \overline{1, N_y}$, $\bar{\beta}$ - псевдоградиент целевой функции Q , характеризующей качество оценивания; Λ_t - матрица усиления размера $m \times m$, задающая приращение оценки параметров на t -й итерации; Z_{t+1} - локальная выборка отсчетов изображений $Z^{(1)}$ и $Z^{(2)}$, используемая для нахождения $\bar{\beta}$ на $(t+1)$ -й итерации; $Z^{(1)}$ и $Z^{(2)}$ - наблюдаемые изображения. Объем локальной выборки (ОЛВ) μ_t во многом определяет как характер сходимости оценок $\bar{\alpha}$, так и вычислительные затраты. При этом вопросы оптимизации ОЛВ практически не исследованы. В работе анализируются величины, характеризующие сходимость оценок $\hat{\alpha}_t$ параметров, которые могут быть использованы для оптимизации ОЛВ по различным критериям. В качестве таких величин рассмотрены математическое ожидание, вероятность превышения некоторого порогового значения и доверительный интервал, а в качестве исходной информации используется плотность распределения вероятностей (ПРВ) скорости сходимости вектора оценок $\hat{\alpha}$.

Если ПП оценивается один параметр, то указанные характеристики непосредственно применимы к оценке параметра. Если же оценивается совокупность параметров, то в общем случае на одной и той же итерации для каждого i -го параметра, $i = \overline{1, m}$, может получиться свое значение ОЛВ μ_{it} , обеспечивающее выполнение заданного критерия. Такой подход неприемлем, т.к. противоречит принципам псевдоградиентного оценивания. Нужна единая мера, в качестве которой предлагается использовать ПРВ расстояний между одноименными точками изображений с опорного ($Z^{(1)}$) и деформированного ($Z^{(2)}$) кадров, вошедшими в локальную выборку.

Для определенности будем считать, что оцениваются параметры аффинной модели МГДИ: параллельный сдвиг $\bar{h} = (h_x, h_y)^T$, угол поворота φ и коэффициент масштаба k . (Такое ограничение набора параметров не ограничивает общности приведенного ниже рассмотрения, при котором важно аналитическое задание некоторой конкретной модели МГДИ). Тогда на t -й итерации при ОЛВ $\mu_{it}=1$ и векторе оценок $\hat{\alpha}_{t-1} = (\hat{h}_{x(t-1)}, \hat{h}_{y(t-1)}, \hat{\varphi}_{t-1}, \hat{k}_{t-1})^T$ для точки (a, b) деформированного кадра $Z^{(2)}$ на опорном кадре $Z^{(1)}$ в локальную выборку будет выбрана точка с координатами (x_a, y_b) :

$$\begin{aligned} x_a &= x_o + \hat{k}_{t-1} ((a - x_o) \cos \hat{\varphi}_{t-1} - (b - y_o) \sin \hat{\varphi}_{t-1}) + \hat{h}_{x(t-1)}, \\ y_b &= y_o + \hat{k}_{t-1} ((a - x_o) \sin \hat{\varphi}_{t-1} + (b - y_o) \cos \hat{\varphi}_{t-1}) + \hat{h}_{y(t-1)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где (x_o, y_o) - принятые координаты центра поворота. С использованием методики [5, 6] нахождения ПРВ оценок $w_{t-1}(\hat{h}_x)$, $w_{t-1}(\hat{h}_y)$, $w_{t-1}(\hat{\varphi})$ и $w_{t-1}(\hat{k})$ можно построить ПРВ расстояний между точкой (a, b) и возможными оценками местоположения этой точки на t -й итерации, т.е. получить распределение евклидова расстояния r между истинным положением точки и его оценкой. Назовем это расстояние евклидовым расстоянием оценки (ЕРО). Распределение $w_{t-1}(r)$ ЕРО можно использовать как основу для получения критериев оптимизации ОЛВ.

Приведем пример расчета ДРВ ЕРО. Пусть модель наблюдаемых изображений гауссовская, начальная невязка параметров составила: $\hat{h}_{x0} = 4$, $\hat{h}_{y0} = 4$, $\hat{\varphi}_0 = 15^\circ$, $\hat{k}_0 = 1.2$, отношение дисперсий изображений и шума $g = 14$ и используется релейная ПП [7] с матрицей усиления

$$\Lambda = \begin{vmatrix} \lambda_{hx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{hy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{\kappa} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.005 \end{vmatrix}.$$

Расчет ПРВ оценок параметров после 60 итерации дал ПРВ $w_{60}(r)$ ЕРО, приведенную на рис. 1,а. При этом математическое ожидание ЕРО составило 1,98, а дисперсия – 4,02.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда ОЛВ $\mu > 1$ и на каждой итерации ППП отсчеты деформированного изображения выбираются в соответствии с некоторым планом локальной выборки. Например, при $\mu = 3$ координаты (j_{x1}, j_{y1}) первого отсчета деформированного кадра $\mathbf{Z}^{(2)}$ для локальной выборки выбираются случайным образом в пределах некоторой зоны, в частности в полярных координатах:

$$(R_1, \zeta_1), \text{ где } R_1 = \sqrt{(j_{x1} - \hat{x}_0)^2 + (j_{y1} - \hat{y}_0)^2}, \zeta_1 = \arctg \frac{j_{y1} - \hat{y}_0}{j_{x1} - \hat{x}_0}, \text{ где } (\hat{x}_0, \hat{y}_0) - \text{ текущие оценки координат}$$

центра поворота, а двух последующих - по правилу: $(R_2, \zeta_2 = \zeta_1 + 120^\circ), (R_3, \zeta_3 = \zeta_1 + 240^\circ)$, где R_2 и R_3 - случайные значения в пределах некоторой области. Тогда каждой точке плана локальной выборки

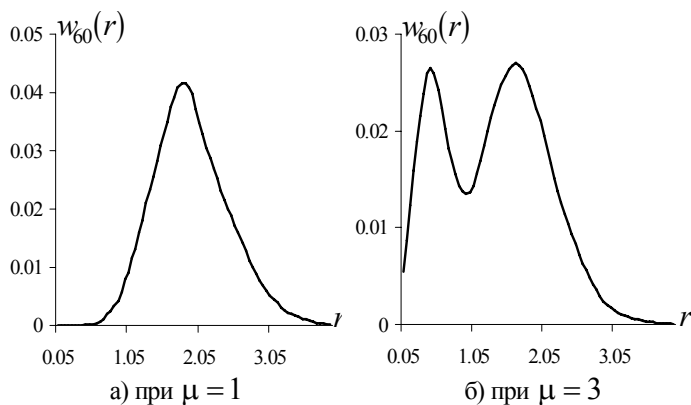


Рис. 1. ПРВ ЕРО на 60 итерации

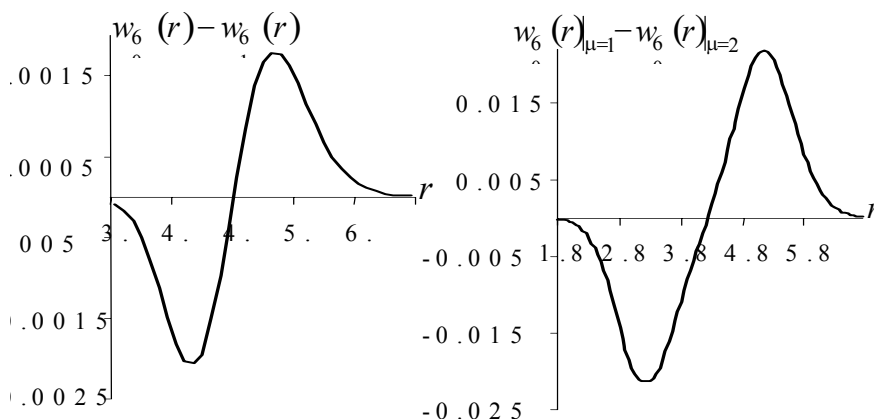
соответствует свое распределение ЕРО, а совокупности всех точек – суммарное распределение ЕРО. Это распределение можно использовать для критериев оптимизации ОЛВ. Пример рассчитанной ПРВ ЕРО для приведенного выше плана локальной выборки, алгоритма и начальных условий, идентичных примеру рис. 1,а, приведен на рис. 1,б. Анализ результатов показывает, что при увеличении ОЛВ распределение не нормализуется. Отсутствие эффекта нормализуемости ПРВ ЕРО связано с нелинейной зависимостью ЕРО от параметров МГДИ, в результате чего разные точки плана локальной выборки дают различные друг от друга математические

ожидания и дисперсии ЕРО.

Отметим также, что в ряде случаев ЕРО целесообразно использовать и при оценивании одного параметра, например в ситуации, когда требуется сравнить результаты, полученные для параметров ИГДИ разной размерности, в частности, масштаба и угла поворота.

Найдем с его помощью численные величины, характеризующие скорость сходимости ЕРО к нулю на конкретной t -й итерации. Для этого сравним ПРВ ЕРО на $(t-1)$ -й и t -й итерациях. Математическое ожидание изменения оценки при ОЛВ μ , равном m , составит

$$M[\Delta r]_{\mu=m} = \int_0^\infty r(w_{t-1}(r) - w_t(r))dr \Big|_{\mu=m}. \quad (3)$$



Р и 2, . З а в и с и м о с т ь Р и 2, . З а в и с и м о с т ь

Положительное значение $M[\Delta r]$ будет означать улучшение вектора $\hat{\alpha}$ оценок параметров, отрицательная – ухудшение.

На рис. 2,а для примера приведена зависимость разности вероятностей $w_{60}(r) - w_{60}(r)$ от ЕРО на 60 итерации при $\mu = 1$. Условия расчета аналогичны рассмотренным выше примерам. Видно, что при больших ЕРО разности

вероятностей отрицательны, а при малых – положительны, что дает отрицательную величину математического ожидания $M[\Delta r]$ изменения ЕРО, равную в соответствии с соотношением (3) – 0.014. Аналогично может быть рассчитано и математическое ожидание $M[\Delta r(+k)]$ улучшения вектора оценок параметров при увеличении ОЛВ μ на k . Так, например, при увеличении ОЛВ μ на 1 улучшение составит величину

$$M[\Delta r(+k)] = \int_{-\infty}^{\infty} r(w_t(r)|_{\mu=m+1} - w_t(r)|_{\mu=m}) dr. (4)$$

Пример зависимости разности вероятностей $w_{60}(r)|_{\mu=2} - w_{60}(r)|_{\mu=1}$ от ЕРО на 60 итерации при ОЛВ μ , равном 1 и 2, приведен на рис. 2,б. При больших ЕРО разности вероятностей отрицательны, а при малых – положительны, что в соответствии с (4) дает положительную величину математического ожидания $M[\Delta r(+k)]$ улучшения вектора оценок параметров, равную 0,021.

Рассмотрим использование в качестве меры скорости сходимости ЕРО условия превышения ею с заданной доверительной вероятностью P_{Π} некоторого порогового значения $v_{r\Pi}$. Для нахождения доверительной вероятности необходимо знать ПРВ $w_t(v_r)$ скорости сходимости, тогда вероятность того, что скорость сходимости ЕРО превысит $v_{r\Pi}$ составит величину $P = \int_{v_{r\Pi}}^{\infty} w_t(v_r) dv_r$.

При этом численное значение v_r можно найти, например, как разность между математическим ожиданием ЕРО $M_{t-1}[r]$ на предыдущей итерации и значением ЕРО r на текущей итерации: $v_r = M_{t-1}[r] - r$, где $M_{t-1}[r] = \int_0^{\infty} r w_{t-1}(r) dr$, $w_{t-1}(r)$ - ПРВ ЕРО на $(t-1)$ -й итерации. Тогда задача сводится к нахождению условия $P > P_{\Pi}$.

Для примера на рис. 3,а приведена ПРВ $w_t(v_r)$ скорости сходимости v_r на 60 итерации оценивания, рассчитанная при $\mu = 1$, плане локальной выборки и других условиях оценивания, аналогичных условиям, рассмотренных выше примеров. Здесь же приведено пороговое значение $v_{r\Pi} = 0.2$, вероятность превышения которого составляет 0.68. На рис. 3,б показана зависимость вероятности P превышения скоростью сходимости указанного порогового значения от объема локальной выборки μ . Видно, что с ростом μ вероятность P растет, достигая значения 0.99 при $\mu = 5$.

Если в качестве меры скорости сходимости вектора оценок использовать доверительный интервал (ДИ) при заданной доверительной вероятности, то как численное значение этой меры может быть использовано изменение границ доверительного интервала на $(t+1)$ -й итерации по сравнению с t -й итерацией

$$\Delta r_{ДИ} = r_{лt} - r_{л(t+1)} + r_{пт} - r_{пт(t+1)}, (5)$$

где индексы «л» и «п» означают соответственно левые ($r_{лт}, r_{л(t+1)}$) и правые ($r_{пт}, r_{пт(t+1)}$) границы доверительных интервалов.

Математическое ожидание $M[\Delta r(+k)]$ улучшения оценки при увеличении ОЛВ μ также может быть характеризовано границами доверительных интервалов. Так, при увеличении ОЛВ μ на 1

$$\Delta r_{ДИ} (+k) = r_{лт}|_{\mu=m} - r_{лт}|_{\mu=m+1} + r_{пт}|_{\mu=m} - r_{пт}|_{\mu=m+1}. (6)$$

Необходимо также отметить, что приведенные формулы (5) и (6) справедливы только при использовании ЕРО, поскольку этот параметр не может принимать отрицательных значений, а, следовательно, $\varepsilon = \hat{r} - 0 = \hat{r}$ всегда положительно. Однако проведенные исследования показали, что для рассматриваемой задачи доверительный интервал является менее информативным параметром по

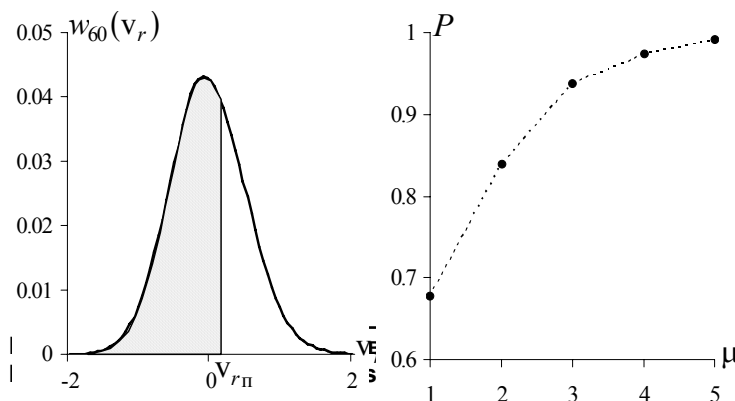


Рис. 3,а. ПРВ v_r на 60 итерации Рис. 3,б. Зависимость P от ОЛВ

сравнению со средним значением и вероятность превышения порогового значения. Связано это с тем, что вид распределения ЕРО изменяется от итерации к итерации и существенно зависит как от плана локальной выборки, так и от набора оцениваемых параметров МГДИ. Поэтому на смежных итерациях изменение границ ЕРО не всегда характеризует улучшение вектора оценок в целом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 05-08-65472-а)

Литература

1. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учеб. пособие – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002.
2. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации - М.: Наука. Физматлит, 1995.
3. Tashlinskii Alexandr. Computational Expenditure Reduction in Pseudo-Gradient Image Parameter Estimation / Computational Science – ICCS 2003. Vol. 2658. Proceeding, Part II. - Berlin: Springer, 2003. – Pp. 456-462
4. Tashlinskii A.G. Pseudogradient estimation of image sequence spatial deformations / Automation, Control and Information Technology // A Publication of The International Association of Science and Technology for Development – IASTED. – Anaheim-Calgary-Zurich: ACTA Press, 2002. - Pp. 382-385.
5. Tashlinskii A.G. The Efficiency of Pseudogradient Procedures for the Estimation of Image Parameters with a Finite Number of Iterations / Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.8, 1998. - Pp. 260-261.
6. Ташлинский А.Г., Тихонов В.О. Методика анализа погрешности псевдоградиентного измерения параметров многомерных процессов / Известия вузов: Радиоэлектроника, Т. 44, № 9, 2001. – С. 75-80.
7. Ташлинский А.Г. Псевдоградиентное оценивание пространственных деформаций последовательности изображений. Научные технологии Т. 3, № 3, 2002. – С. 32-43.

