

АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ УРОВНЯМИ НА МНОГОЗОНАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ¹

Васильев К.К., Дементьев В.Е.

Ульяновский Государственный Технический Университет

В последнее десятилетие активно развиваются разнообразные системы спутникового мониторинга земной поверхности. В то же время, несмотря на обилие спутникового материала, в настоящее время практически отсутствуют решения ряда задач, связанных с автоматической обработкой последовательностей изображений. Среди них можно выделить задачу совместного обнаружения (различения) одновременно по нескольким различным изображениям одного и того же объекта. Такая задача возникает, например, когда требуется обнаружить аномалии различного вида на спутниковых снимках, сделанных в разных спектральных диапазонах. Особенностью обработки таких данных является, то, что изображения, в силу различной природы происхождения обрабатываемых кадров, могут существенно отличаться друг от друга. Количественно эти отличия могут быть описаны с помощью взаимных корреляционных функций. При этом точная форма и интенсивность обнаруживаемых аномалий, как правило, неизвестна. В многочисленной литературе по современным методам обработки изображений, рассматриваются задачи обнаружения сигналов на одном кадре или при известных уровнях сигналов на последовательностях многомерных изображений. Вместе с тем решение задачи оптимального обнаружения сигналов с неизвестными уровнями на нескольких кадрах многозонального изображения в литературе отсутствует. В настоящей работе синтезируются алгоритмы оптимального обнаружения протяженных сигналов произвольного вида с неизвестными уровнями на многозональных изображениях, и производится анализ их характеристик.

Для решения поставленной задачи представим многозональное изображение в виде N пространственных сеток [4,5,6], на которых заданы наблюдения $\{z_{ij}^k\}, (i, j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, N$, полученные в результате пространственной дискретизации сигналов, поступивших от различных систем датчиков. Представим модель наблюдений при отсутствии полезного сигнала (гипотеза H_0) как аддитивную смесь:

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, N, \tag{1}$$

однородного случайного поля x_{ij}^k с нулевым средним и заданной корреляционной функцией $B_{(m,n)}^t = M\{x_{(i,j)}^k; x_{(i+m,j+n)}^{k+t}\}$ и пространственного белого шума θ_{ij}^k с $M\{\theta_{ij}^k\} = 0, M\{(\theta_{ij}^k)^2\} = \sigma_\theta^2$.

При наличии полезного сигнала (гипотеза H_1) модель наблюдений запишется в виде:

$$z_{ij}^k = x_{ij}^k + s_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \in \Omega_0^k, k = 1, 2, \dots, N, \quad z_{ij}^k = x_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \notin \Omega_0^k, k = 1, 2, \dots, N, \tag{2}$$

где $s_{ij}^k = s^k f_{ij}^k$ - протяженный в пространстве полезный сигнал, $(i, j) \in \Omega_0^k, s^k, k = 1, 2, \dots, N$, - неизвестные уровни сигнала на отдельных кадрах изображения, f_{ij}^k - известные значения относительных уровней сигнала, расположенного в области Ω_0^k на k -м кадре.

Приведенные формулы (2) позволяют понять, почему индексы k записаны сверху. В соответствии с правилами тензорного исчисления [4,5] выражение вида $a_k b_k$ эквивалентно $\sum_{k=1}^N a_k b_k$, т.е. предполагается суммирование по одинаковым нижним индексам. Форма же $s^k f_{ij}^k$ здесь и далее будет означать перемножение элементов без суммирования.

Для проверки гипотезы H_1 при неизвестных уровнях сигналов s^k воспользуемся модифицированным отношением правдоподобия [3]:

$$L = \max_{s^1, \dots, s^N} (\omega(\{z_{ij}^k\} / H_1, s^1, \dots, s^N) / \omega(\{z_{ij}^k\} / H_0)) \tag{3}$$

При этом решение в пользу гипотезы H_1 принимается, если $L > L_0$, где L_0 - пороговое значение. Во многих реальных аэрокосмических системах искомые условные вероятности $\omega(\{z_{ij}^k\} / H_1, s^1, \dots, s^N)$ и $\omega(\{z_{ij}^k\} / H_0)$ часто можно аппроксимировать гауссовскими [4,5]:

¹ Поддержано грантом РФФИ 05-08-33712А

$$\omega(\{z_{ij}^k, (i, j, k) \in \Omega_0\} / Z_0, H_{0,1}) \cong \left(\frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{\det V}} \right) \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z_{lvk} - m_{0,lvk}) V_{lvkij}^{-1} (z_{ijt} - m_{0,lijt}) \right\}, \quad (4)$$

где $m_{1ijt} = M\{z_{ij}^t / Z_0, H_1, s^t\} = s^t f_{ij}^t + \hat{x}_{\Delta ij}^t$, $m_{0,lvk} = M\{z_{ij}^t / Z_0, H_0\} = \hat{x}_{\Delta ij}^t$, $\hat{x}_{\Delta ij}^t = M\{x_{ij}^t / Z_0\}$ - оптимальный (в смысле минимума дисперсии ошибки) прогноз случайного поля в t -м кадре, сделанный на основе всех наблюдений Z_0 , в которых полезный сигнал заведомо отсутствует.

Подставляя (4) в (3), можно получить следующее правило оптимального обнаружения сигнала по совокупности наблюдений на N кадрах:

$$L = \sum_{k=1}^N \hat{s}^k f_{lv}^k V_{lvkij}^{-1} (z_{ijt} - \hat{x}_{ijt}^t) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases} \quad (5)$$

где $V_{lvkij} = M\{(z_{lvk} - m_{0,lvk})(z_{ijt} - m_{0,lijt})\} = P_{\Delta lvkij} + \sigma_\theta^2 E_{lvkij}$; $P_{\Delta lvkij} = M\{(x_{lvk} - \hat{x}_{\Delta lvk})(x_{ijt} - \hat{x}_{\Delta ij}^t)\}$ - ковариационная матрица ошибок при оптимальном прогнозировании; E_{lvkij} - единичная пространственная матрица; \hat{s}^t , $t = 1, 2, \dots, N$, оценки неизвестных уровней полезного сигнала.

Из условия максимума $\omega(\{z_{ij}^k, (i, j, k) \in \Omega_0\} / Z_0, H_1)$ неизвестные оценки \hat{s}^t можно определить как решения следующей системы линейных уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial s^k} (z_{lvk} - m_{1lvk}) V_{lvkij}^{-1} (z_{ijt} - m_{1ijt}) = 0.$$

После дифференцирования получаем:

$$\sum_{t=1}^N (f_{lv}^k a_{lvij}^{kt} f_{ij}^t) s^t = \sum_{t=1}^N f_{lv}^k a_{lvij}^{kt} \tilde{z}_{ij}^t, \quad k = 1..N, \quad (6)$$

$$\text{где } \tilde{z}_{ij}^t = z_{ij}^t - \hat{x}_{ij}^t, \quad a = V^{-1}.$$

Рассмотрим теперь ряд важных случаев обнаружения сигналов:

$$1. \text{ Для точечного сигнала система (6) принимает вид: } \sum_{t=1}^N a^{kt} (s^t - \tilde{z}_{ij}^t) = 0, \quad k = 1..N.$$

Решениями этой системы будут известные оценки $\hat{s}^k = \tilde{z}_{ij}^k = z_{ij}^k - \hat{x}_{ij}^k$, где $k = 1..N$, \hat{x}_{ij}^k - прогноз в точку k -ого кадра с координатами (i, j) по всем точкам \hat{x}_{lv}^t , $t = 1..N$, $(l, v) \in \Omega$, $l \ll i$, $v \ll j$. Подставляя найденные оценки в (5), можно получить следующее известное решающее правило [4]:

$$L = \tilde{z}_{ij}^k V_{kt}^{-1} \tilde{z}_{ij}^k \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (7)$$

Выигрыш при совместном использовании последовательности коррелированных изображений по сравнению с обработкой отдельных кадров, составляющих многозональное изображение, достигается в этом случае вследствие более точного (за счет использования информации с других кадров) оценивания элементов изображения.

2. Если протяженный сигнал имеет произвольную форму, расположен на нескольких кадрах многозонального изображения, но межкадровая корреляция внутри этого многозонального изображения равна нулю, то $V_{ijlvk}^{-1} = 0$, если $t \ll k$, и оценки (6) можно записать следующим образом:

$$s^k = \frac{f_{lv}^k a_{lvij}^k \tilde{z}_{ij}^k}{(f_{lv}^k a_{lvij}^k f_{ij}^k)},$$

$k = 1..N$. При этом решающее правило (5) принимает вид:

$$L = \sum_{k=1}^N \frac{(f_{lv}^k a_{lvij}^k \tilde{z}_{ij}^k)^2}{(f_{lv}^k a_{lvij}^k f_{ij}^k)} \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть} \\ < L_0 - \text{сигнала нет} \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим теперь СВ $w^k = \frac{(f_{lv}^k a_{lvij}^k \tilde{z}_{ij}^k)}{\sqrt{(f_{lv}^k a_{lvij}^k f_{ij}^k)}}$. Поскольку они представляет собой взвешенную сумму

нормальных величин, то сами будут являться нормальными случайными величинами с математическими

ождениями $m^k_w = \frac{(f_{lv}^k a_{lvij}^k \tilde{m}_{ij}^k)}{\sqrt{(f_{lv}^k a_{lvij}^k f_{ij}^k)}}$ и СКО $\sigma^k_w = \sqrt{\sum_{l,v} \sum_{i,j} \frac{(f_{lv}^k a_{lvij}^k)^2}{(f_{lv}^k a_{lvij}^k f_{ij}^k)} (\sigma^k_{ij})^2}$, где m^k_{ij} и σ^k_{ij} соот-

ветственно, математическое ожидание и СКО результатов компенсации в точке (i, j) на k -м кадре изображения. Тогда распределение решающей статистики (8) будет известным χ^2 распределением с N степенями свободы [2].

Зная теперь распределение и параметры решающей статистики (8) можно определить пороговое значение L_0 по заданным вероятностям ложной тревоги и оценить эффективность обнаружения [2,6].

Если внутрикадровая корреляция также пренебрежительно мала, то, продолжая подобные выкладки, получим следующее известное решающее правило:

$$L = \sum_{i=1}^M (f_i \tilde{z}_i)(f_i f_i)^{-1} (f_i \tilde{z}_i) = \sum_{i=1}^M z_i^2 \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases}$$

где M - общее число точек в области сигнала на всех кадрах изображения.

3. Если, наоборот, внутрикадровая и межкадровая корреляции в многозональном изображении будут стремиться к 1, то элементы обратной к ковариационной матрицы будут соответственно возрастать. Поэтому сумма в правой части решающего правила будет также увеличиваться. Следствием этого будет рост эффективности обнаружения. Если же в исследуемой области имеются хотя бы два полностью коррелированных элемента, то корреляционная матрица V будет вырожденной и не будет иметь обратной. Действительно, добавление в область возможного положения сигнала точки, значение в которой полностью коррелировано со значениями точек уже имеющихся там, не дает никакой дополнительной информации для системы обнаружения. Хотя такие точки могут, конечно, использоваться на этапах предварительной обработки или оценивания для усреднения шумов.

4. Если дисперсия шума, поражающего фоновое изображение, мала или стремится к нулю, то оценки неизвестных уровней сигнала будут совпадать со своими фактическими значениями. Тогда решающее правило (5) будет стремиться к известному решающему правилу для известных уровней сигнала [5]

$$L = \sum_{k=1}^N s^k f_{lv}^k V_{lvkijt}^{-1} (z_{ijt} - \hat{x}_{ijt}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases} \text{ где } s^k - \text{заранее известные уровни.}$$

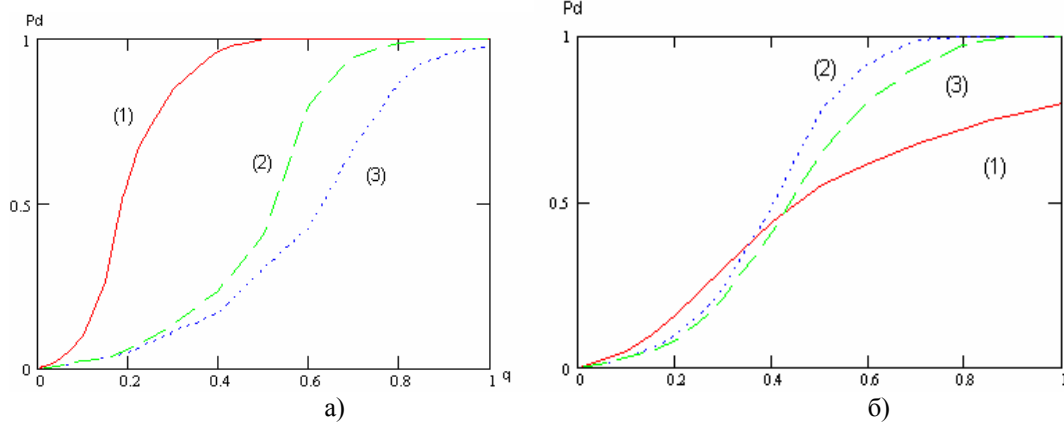


Рис. 1. Характеристики обнаружения протяженного сигнала алгоритмами ОАИ (1), ОАН (2), КАН (3)

Анализ синтезированного обнаружителя проведем с помощью статистического моделирования. Для этого сформируем многозональное изображение с заданными корреляционными характеристиками с помощью модели с кратными корнями характеристических уравнений [7]. Важным свойством этой модели является ее квазиизотропность, обеспечивающая адекватность построенных моделей реальным изображениям. Далее поместим на это изображение протяженный полезный сигнал и проведем сравнительный анализ оптимального алгоритма с известными уровнями сигнала (ОАИ), оптимального алгоритма с неизвестными уровнями сигнала (ОАН) и квазиоптимального алгоритма с неизвестными уровнями (КАН), построенного на основе ОАН так, что при оценивании неизвестных уровней не учитывалась межкадровая корреляция многозонального изображения. При известных уровнях сигнала наиболее предпочтительным будет 1 алгоритм (рис 1а). Синтезированные решения существенно ему проигрывают. Однако, в реальности уровни сигнала нам обычно неизвестны. Приведем следующий простой пример: пусть обнаруживаемый сигнал размером 2*2 расположен на 3 кадрах изображения. Известно точное значение уровней на всех 3 кадрах, однако по каким либо причинам на 3 кадре сигнал не появился. Анализ кривых на рис 1б показывает, что, несмотря

на незначительный проигрыш найденного решения при малых значениях отношения сигнал/шум, оптимальный алгоритм с известными уровнями значительно проигрывает остальным обнаружителям при более явно выраженном сигнале. На практике, когда априорная неопределенность параметров сигнала выражена более явно, преимущество синтезированного обнаружителя может оказаться еще больше.

Таким образом, описанные алгоритмы позволяют проектировать разнообразные системы обработки многозональных изображений, которые в зависимости от задачи могут обнаруживать сигналы произвольной формы на спутниковых снимках

Литература

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. – М. Мир, 1982, т.1, 312 с.
2. Крамер Математические методы статистики. - М. Мир, 1975, 648 с.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники - М.:Сов.радио, 1966, 686 с.
4. Васильев К.К., Крашенников В.Р. Адаптивные алгоритмы обнаружения аномалий на последовательности многомерных изображений.– Компьютерная оптика. – 1995.- Вып. 14-15, ч.1. С 125-132
5. Васильев К.К., Крашенников В.Р., Сеницын И.Н, Сеницын В.И. Представление и быстрая обработка многомерных изображений. - Научное издание, 2002, т.3, № 3. с. 4-24
6. Прикладная теория случайных процессов и полей./ Под ред. Васильева К.К., Омельченко В.А. – Ульяновск: УлГТУ, 1995. - 256 с.
7. Vasilew K.K., Dementew V.E. The Analysis of correlation properties of autoregression casual fields. - Pattern recognition and image analysis, 2004, v. 2, p. 415-417.

THE OPTIMUM DETECTION OF SIGNALS ALGORITHMS WITH UNKNOWN LEVELS AT POLYZONAL IMAGES

Vasiljev K., Dementjev V.

The Ulyanovsk State Technical University

During the last decade various satellite monitoring systems, terrestrial surface, are actively developed. Nowadays there are a lot of satellite made images, but there aren't many methods for solving various problems that are based on automatic processing of satellite images. Among such problems we can allocate the problem of signals detection in several different images of the same object at same time. Such problem appears when, for example, it is required to find out anomalies of a various type in the satellite images, which are appear different spectral ranges. In this work algorithms, of optimum detection of any type extended signals with unknown levels on polyzonal images are presented, and the analysis of their characteristics is done.

To solve of this problem the polyzonal image is represented as N spatial grids on which supervision $\{z_{ij}^k\}, (i, j) \in \Omega, k = 1, 2, \dots, N$ are set. Then, the model of supervision in the presence of a signal (hypothesis H_1) can be presented as: $z_{ij}^k = x_{ij}^k + s_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \in \Omega_0^k, k = 1, 2, \dots, N$, and at its absence (hypothesis H_0): $z_{ij}^k = x_{ij}^k + \theta_{ij}^k, (i, j) \notin \Omega_0^k, k = 1, 2, \dots, N$, where $s_{ij}^k = s^k f_{ij}^k$ - extended in space a useful signal $(i, j) \in \Omega_0^k, k = 1, 2, \dots, N$, s^k - unknown signal levels on the separate staff of the image, f_{ij}^k - known values of relative signal levels located in Ω_0^k area on the k staff.

It is possible to use the modified plausibility relation:

$$L = \max_{s^1, \dots, s^N} (\omega(\{z_{ij}^k\} / H_1, s^1, \dots, s^N) / \omega(\{z_{ij}^k\} / H_0))$$

$L > L_0$, where L_0 - threshold value. Then the solving rule of optimum detection of extended signals on set of supervision on N the staff can be written as:

$$L = \sum_{k=1}^N \hat{s}^k f_{lv}^k V_{lvkijt}^{-1} (z_{ijt} - \hat{x}_{ijt}) \begin{cases} > L_0 \\ < L_0 \end{cases}, \text{ where}$$

$V_{lvkijt} = M\{(z_{lvk} - m_{0,lvk})(z_{ijt} - m_{0,ljt})\} = P_{\Delta lvkijt} + \sigma_{\theta}^2 E_{lvkijt}$; $P_{\Delta lvkijt} = M\{(x_{lvk} - \hat{x}_{lvk})(x_{ijt} - \hat{x}_{ijt})\}$ - a covariation matrix of mistakes at optimum forecasting, E_{lvkijt} - an individual spatial matrix $\hat{s}^t, t = 1, 2, \dots, N$, estimations of unknown signal levels. These estimations can be found from the following system of the linear equations:

$$\sum_{t=1}^N (f_{lv}^k a_{lvij}^{kt} f_{ij}^t) s^t = \sum_{t=1}^N f_{lv}^k a_{lvij}^{kt} \tilde{z}_{ij}^t, k = 1..N, \text{ where } \tilde{z}_{ij}^t = z_{ij}^t - \hat{x}_{ij}^t, a = V^{-1}.$$

The probability characteristics analysis and statistical modelling of the synthesized algorithm show, that the found detector has the significant advantages at detection of extended anomalies before the known procedures and allows to design various systems of polyzonal images processing through which we can find the signals of any form at satellite images depending on a problem.

