ТОЧНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ, ОПРЕДЕЛЕННЫХ ГОСТ 11515-91

Савыгин П.Е.

НПРУП “Агат-Систем”, e-mail: agat-system@inbox.ru

Современное состояние развития мировых технологий цифровой техники позволяет выпускать переносную цифровую технику с высококачественными характеристиками точности. В связи с этим перед нашим предприятием была поставлена задача разработки переносного комплекса измерения телевизионных трактов. Данная задача нами успешно решена и на текущем этапе происходит внедрение комплекса на узлы связи.

В данном докладе рассматривается часть алгоритмов комплекса касательно измерения параметров звукового тракта. ГОСТ 11515-91 определяет следующие необходимые для измерений параметры звуковых трактов [1]:

1) отклонение относительного уровня на выходе тракта;
2) неравномерность амплитудно-частотной характеристики (АЧХ);
3) коэффициент гармоник;
4) измерение взвешенного шума;
5) защищенность максимального сигнала от внятных переходных помех;
6) разность уровней;
7) разность фаз;
8) защищенность от продуктов внутриполосной и внеполосной перекрестной модуляции;

Согласно [1] все измерительные сигналы, подаваемые в испытуемую аппаратуру, являются синусоидальными сигналами постоянной частоты. Поэтому, несмотря на существенную разность в названиях параметров, они могут быть определены с использованием всего лишь трех алгоритмов:

1) алгоритм определения частоты синусоиды, совмещенный с расчетом энергии сигнала;
2) алгоритм определения разности фаз;
3) цифровая фильтрация;

Тема цифровой фильтрации широко раскрыта в современной литературе [2,3] и не рассматривается в данном докладе. Однако, точные методы измерения частоты синусоидального сигнала и измерения разности фаз двух сигналов одинаковой частоты практически не освещены в существующих изданиях. О них и пойдет речь в данном докладе.

Основой предлагаемых алгоритмов определения основной частоты, фазы и амплитуды сигналов является комплексное преобразование Фурье [2], дающее полное представление о спектре исследуемого сигнала f(t), представленного на участке [a,b]:

$$H(w) = \int_a^b f(t) e^{-iwt} dt \qquad (1)$$

При измерениях параметров цифрового сигнала, как правило, операции обработки проводятся над сигналом конечной длины N. В нашем случае сигнал представлен в цифровом дискретизированном виде и соответственно к нему применимо дискретное преобразование Фурье[2]:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-ik2\pi n/N} \qquad (2)$$

В основном в литературе данная формула приводится в смысле расчета гармонического ряда, где k выступает в роли номера гармоники. Однако формула (2) не содержит условия на целое значение для аргумента k, хотя, как правило, делаются ссылки только на целые значения, т.е. гармоники. Тем не менее, возможен гармонический анализ и при дробных k.

Ряд $e^{ik2\pi n/N}$ представляет собой отсчеты комплексного согласованного КИХ фильтра. Центральная частота фильтра в таком случае равна $k2\pi / N$. Частотная характеристика данного фильтра, представленного на участке [0,τ] равна:

$$H_f(w) = \int_0^{\tau} e^{i2\pi kt} \cdot e^{-iwt} dt = \frac{2\sin(\frac{2\pi k - \omega}{2}\tau)}{2\pi k - \omega} \qquad (3)$$

где $2\pi k$ – центральная частота фильтра.

Фильтры такого вида называют фильтрами Гоэртцеля [2,3]. Пример частотной характеристики представлен на рис. 1.

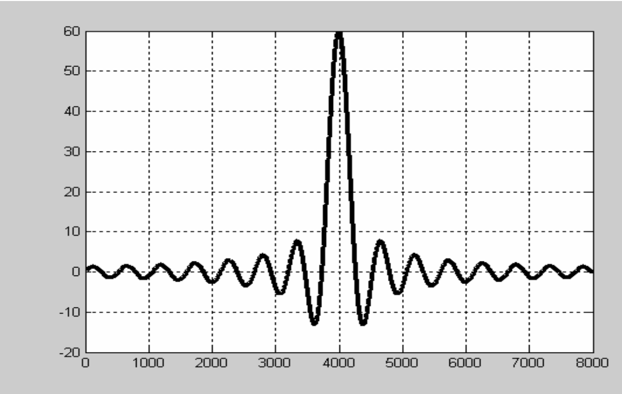

Рис. 1. АЧХ фильтра Гоэртцеля для частоты дискретизации 16000 Гц и центральной частотой фильтра 4000 Гц, τ=30.

Очевидно, что полоса пропускания фильтра тем уже, чем больше значение τ. Следовательно, чем больший отрезок сигнала мы возьмем, тем большее разрешение по частоте мы получим. Полоса пропускания в Герцах фильтра с привязкой к частоте дискретизации $F\partial$ рассчитывается точно так же, как и расстояние между гармониками Фурье преобразования [2]: $\Delta F = \frac{F\partial}{N}$ (4)

где N – количество отсчетов в анализируемой выборке.

Так как фильтр имеет единственный глобальный экстремум, то для расчёта частоты входного синусоидального сигнала необходимо определить при каком значении k энергия с выхода фильтра будет максимальной. Энергия сигнала определяется, как квадрат модуля комплексного значения интеграла:

$$P_f = \left| \int_0^{\tau} e^{i2\pi kt} \cdot s(t)dt \right|^2 \qquad (5)$$

где s(t) – входной сигнал, 2πk – центральная частота фильтра;

Таким образом, значение энергии с выхода фильтра определяется квадратом модуля суммы скалярного произведения сигнала и отсчетов фильтра. Скалярное произведение имеет вычислительную сложность O(n) и, следовательно, не требует больших ресурсов для вычисления.

В связи с симметричностью АЧХ измерение частоты становится возможным путем поиска экстремума функции (3), где исходными данными являются значения энергии на выходах фильтров с разными центральными частотами. Однако, так как частотная характеристика включает периодическую компоненту, то анализ частоты представляется затруднительным без знания точной амплитуды входного процесса. Практическое значение имеет только главный лепесток характеристики, поэтому для устранения периодичности в некоторых пределах его можно аппроксимировать функцией косинуса в два раза большего периода:

$$H'_f(w) = A\cos((w - 2\pi k) \cdot \frac{\tau}{4}) \qquad (6)$$

где A – коэффициент усиления фильтра;

Данная аппроксимация также является периодической, но её ширина в два раза больше и при начальной оценке частоты в пределах $\pm 2\Delta F$ от точного значения (а, значит, можно применить любой неточный алгоритм) монотонность в пределах исследуемого участка сохраняется, а экстремум совпадает с экстремумом частотной характеристики. Причем, для расчета позиции экстремума функции достаточно знать значения функции в любых двух точках в интервале $\pm 2\Delta F$. Пример аппроксимации показан на рисунке 2.

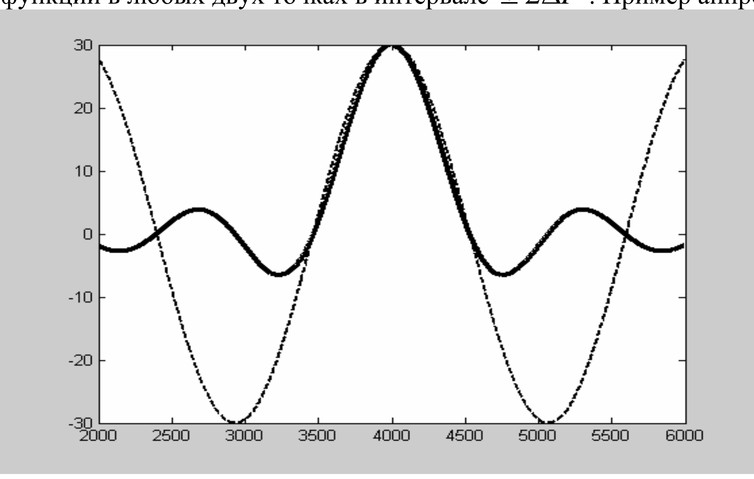

Рис. 2. Пример аппроксимации основного лепестка АЧХ фильтра Гоэртцеля. Штрихпунктиром обозначена аппроксимирующая косинусная функция.

Для определения точной частоты применим любой метод поиска экстремума функции. В качестве такого алгоритма нами был выбрано градиентное приближение. Шаги алгоритма выглядят следующим образом:

1)Грубая оценка частоты $F_{БПФ}$ входного сигнала определяется максимумом результата БПФ:

$F_{БПФ} = \arg\max ПФ(s(t))$, где ПФ(s(t)) – Дискретное Фурье-преобразование входного сигнала s(t).

2)На основании грубой оценки $F_{БПФ}$ и формулы (4) определяется участок [f_1, f_2] в пределах которого находится точное значение частоты сигнала: $f_1 = F_{БПФ} - \frac{\Delta F}{2}$ $\quad f_2 = F_{БПФ} + \frac{\Delta F}{2}$

3)Рассчитывается энергия P_{f1}, P_{f2} на выходе фильтра Гоэртцеля по формуле (5) для центральных частот f_1, f_2 соответственно;

4)На основе P_{f1}, P_{f2} и f_1, f_2, определяется вид аппроксимирующей функции (6) решением системы уравнений относительно параметра k: $\begin{cases} \sqrt{P_{f1}} = A\cos((2\pi f_1 - 2\pi k)\cdot\frac{\tau}{4}) \\ \sqrt{P_{f2}} = A\cos((2\pi f_2 - 2\pi k)\cdot\frac{\tau}{4}) \end{cases}$; (7)

5)Пересчёт граничных частот f_1, f_2: $f_1^{'} = k - \frac{f_2 - f_1}{5}$ $\quad f_2^{'} = k + \frac{f_2 - f_1}{5}$

6)Если нужная точность $f_1 - f_2$ не достигнута, то переход к шагу 3);

7)За результирующую частоту сигнала принимается значение $Fc = \frac{f_1 + f_2}{2}$, и соответственно энергия сигнала на данной частоте равна $\frac{P_{f1} + P_{f2}}{2}$;

Решение системы уравнений (7) для случая, когда точки f_1, f_2 находятся на противоположных “полудугах” АЧХ, приведем без промежуточных вычислений:

$$A = \sqrt{P_{f1}}\cos((2\pi f_1 - 2\pi f_2)\cdot\frac{\tau}{4}) - \sqrt{P_{f2}}, \quad B = \sqrt{P_{f1}}\sin((2\pi f_1 - 2\pi f_2)\cdot\frac{\tau}{4}),$$

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{A}{B}\right), \; k = \frac{2\alpha}{\pi\tau} + f_1$$

Таким образом, после завершения работы алгоритма мы получаем точное значение частоты Fc и энергии входного синусоидального сигнала. Погрешность определения частоты определяется видом спектральной плотности шумов в тракте.

Разность фаз согласно [1] является сдвигом фаз между двумя синусоидальными сигналами. Видоизменив формулу (5) рассчитаем комплексное значение на выходе фильтра на основании точного значения частоты:

$$H = \int_0^{\tau} e^{i2\pi Fct}\cdot s(t)dt \qquad (8)$$

Таким образом, сдвиг фаз $\Delta\varphi$ между двумя входными синусоидальными сигналами одинаковой частоты $s_1(t), s_2(t)$ определяется как: $\Delta\varphi = arctg(\mathrm{Im}(H_1)/\mathrm{Re}(H_1)) - arctg(\mathrm{Im}(H_2)/\mathrm{Re}(H_2))$, где H_1, H_2 – результат фильтрации (8) для сигнала $s_1(t), s_2(t)$ соответственно.

Коэффициент гармоник $К_Г$ согласно [1] рассчитывается согласно формуле: $К_Г = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2}}{U_1}$, где U_1, U_2, U_3 – соответственно величины напряжения основного сигнала и его второй и третьей гармоник.

Данную формулу можно переписать через энергию сигнала: $К_Г = \frac{\sqrt{P_2 + P_3}}{\sqrt{P_1}}$, где P_1, P_2, P_3 – соответственно величины энергии сигнала на частотах $Fc, 2Fc, 3Fc$.

Литература

1. ГОСТ 11515-91. Каналы и тракты звукового вещания.
2. Айфичер, Эммануил С., Джервис, Барри У. Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е издание. : Пер. с англ. – М: Издательский дом “Вильямс”, 2004.
3. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко – СПб.: Питер, 2003.

EXACT MEASUREMENT METHODS OF SOUND SIGNALS PARAMETERS, LISTED IN ALL-UNION STATE STANDARD 11515-91

Savygin P.
Research-and-production Republican Unitary Enterprise "Agat-System"

The offered paper examines the measurement algorithms of sound channel parameters:
1) frequency of sinusoidal signal;
2) harmonic content;
3) phase difference.

The base for offered algorithms is Fourier discrete complex transform, that allows to have complete representation of signal’s x(nT) spectrum in the segment [0,(N-1)T]: $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-ik2\pi n/N}$

The sequence $e^{ik2\pi n/N}$ represents complex matched FIR filter samples, that has the central frequency equal to $k2\pi/N$. Frequency response of this filter, presented in the section [0,τ], is determined as:

$H_f(w) = \int_0^\tau e^{i2\pi kt} \cdot e^{-iwt}\,dt = \dfrac{2\sin\left(\dfrac{2\pi k-\omega}{2}\tau\right)}{2\pi k-\omega}$, where $2\pi k$ is the central frequency of the filter.

Complex value of the filter output based on the exact value of the central frequency is:

$$H = \int_0^\tau e^{i2\pi kt} \cdot s(t)dt \qquad (1)$$

As the filter has single global extremum, for calculation the frequency of input sinusoidal signal it’s necessary to find such value of k that represents the maximum energy of filter output. Practical importance has only the main lobe of the gain-frequency characteristic, approximable by the cosine function of two times longer period:

$$H_f^{'}(w) = A\cos((w-2\pi k)\cdot\frac{\tau}{4}) \qquad (2)$$

Steps of signal frequency determination algorithm are following:

1) Rough estimation of the input signal frequency F_{FFT} is determined by the FFT maximum result;
2) After rough estimation of F_{FFT}, the section [f_1, f_2], that includes exact value of signal frequency, is determined;
3) The energy in filter output for central frequencies f_1, f_2 is calculated;
4) Using the information of the step 3), parameters of approximation function (2) are found;
5) Cutoff frequencies f_1, f_2 are gradiently moved to extremum of function (2);
6) If the necessary precision $f_1 - f_2$ is not reached, go to the step 3);
7) The value $Fc = 0.5(f_1 + f_2)$ is estimated to be the resultant signal frequency.

Lagging between two input sinusoidal signals $s_1(t), s_2(t)$ is calculated as:

$$\Delta\varphi = arctg(\mathrm{Im}(H_1)/\mathrm{Re}(H_1)) - arctg(\mathrm{Im}(H_2)/\mathrm{Re}(H_2))$$

where H_1, H_2 are the filtration result (1) at frequency Fc for the signals $s_1(t), s_2(t)$ correspondingly.

Harmonic content $K_Г$ according to GOST is calculated as: $K_Г = \dfrac{\sqrt{|H_2|+|H_3|}}{|H_1|}$, where H_1, H_2, H_3 are the values of filtration result (1) at the frequencies $Fc, 2Fc, 3Fc$ correspondingly.