ВЛИЯНИЕ ПОМЕХ НА ПОГРЕШНОСТЬ ЧАСТОТНОГО ДАЛЬНОМЕРА ПРИ СПЕКТРАЛЬНОЙ И КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ОБРАБОТКАХ СИГНАЛА БИЕНИЙ

Давыдочкин В.М.

ООО «Предприятие Контакт-1»

В последние десятилетия радарные и, в частности, частотные дальномеры находят широкое применение в качестве резервуарных уровнемеров повышенной точности. В дальномерах с периодической частотной модуляцией (ЧМ) погрешность измерения расстояния до одиночного зондируемого объекта, в основном, определяется погрешностью измерения частоты $\Omega_R = 2\pi F_R$ сигнала биений (СБ), которая при симметричном треугольном законе ЧМ с периодом T связана с измеряемым расстоянием R выражением [1]

$$R = cTF_R / 4\Delta_f , \qquad (1)$$

где - Δ_f - диапазон модуляции, c - скорость распространения электромагнитных волн.

В реальной ситуации на результаты измерений оказывает влияние ограниченность диапазона модуляции, периодичность закона, присутствие в сигнале разностной частоты (СРЧ) шумов и множества помеховых составляющих, вызванных отражениями от конструктивных элементов резервуаров, неоднородностей антенно–волноводного тракта, взаимодействия эхо–сигналов в преобразователе с образованием “виртуальных отражателей” [2]. Строгого аналитического решения этой задачи в литературе нет. Обычно анализируются результаты, полученные путём численного моделирования на ЭВМ.

Наличие помеховых сигналов предопределяет переход в спектральную область и применение двухэтапной процедуры измерения разностной частоты для снижения погрешности из-за влияния помех. На первом этапе за оценку $\widehat{\Omega}_R$ чаще всего принимают частоту, соответствующую максимуму спектра СБ. Известно, что при цифровом спектральном анализе эффективными способами снижения погрешности измерения частот разрешаемых сигналов является применение сглаживающих весовых функций (ВФ) [3] и искусственное увеличение длительности периода повторения коротких выборок сигналов путём добавления нулевых отсчётов к исходной выборке. На втором этапе возможно, в частности, использование корреляционной оценки. Ниже будем использовать оба способа.

Уровень шумов промышленных уровнемеров не превышает минус 30 децибел. Используя результаты [4] несложно показать, что при известной фазе коэффициента отражения от зондируемой поверхности применение корреляционной оценки в отсутствии помех и искажений сигнала при таком уровне шума позволяет снизить дисперсию оценки частоты по сравнению с дисперсией оценки частоты по положению максимальной спектральной составляющей на несколько порядков. В таком случае погрешность, обусловленная шумами, практически не влияет на результаты измерений, и основными источниками погрешности можно считать помехи.

Учитывая, что СРЧ содержит множество помеховых компонент, при использовании корреляционной оценки минимальную погрешность задержки эхо-сигнала можно получить, если в ожидаемом сигнале будут найдены параметры полезной и всех мешающих компонент. Процедуры поиска предполагают применение численных методов. Ограничение числа компонент ожидаемого сигнала в общем случае приводит к увеличению погрешности. Однако реализация численных методов оптимизации большого количества параметров ожидаемого сигнала затруднена, т.к. частоты, фазы, амплитуды полезной и помеховых компонент СРЧ неизвестны и могут изменяться при изменении дальности до полезной компоненты (обычно с максимальной амплитудой). В этой связи целесообразно рассмотреть корреляционную оценку задержки эхо-сигнала, когда в качестве ожидаемого используется однокомпонентный сигнал.

Целью настоящей работы является анализ погрешности измерения расстояния при наличии помех на основе оценки положения максимума СП, получение соотношений, связывающих погрешность измерения с параметрами применяемой ВФ, определение условий быстрого уточнения результатов при корреляционной оценке.

Погрешность частотного дальномера при спектральной оценке разностной частоты

Для вычисления расстояния по (1) необходимо найти оценку разностной частоты $\widehat{\Omega}_R$, решив уравнение

$$\frac{d}{d\Omega}\left|S(j\Omega)\right|^2 = \frac{d}{d\Omega}\left|\sum_{i=1}^{m} S_i(j\Omega)\right|^2 = 0 , \qquad (2)$$

где $S_i(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t) u_i(t) \exp(-j\Omega t) dt$ - спектральная плотность i-й компоненты взвешенной выборки СБ $u_i(t) = U_i \cos(\Phi_i + \Omega_{Ri} t)$, полученного на симметричном временном интервале $\lfloor -0{,}25T ... 0{,}25T \rfloor$; $w(t)$ - ВФ, симметричная относительно середины выборки сигнала; U_i – амплитуда

$i-й$ компоненты СБ; $\Phi_i = \omega_0 \tau_i + \varphi_i$; ω_0 - несущая частота излучаемого радиосигнала; $\tau_i = 2R_i/c$ - задержка $i-й$ компоненты эхо сигнала; φ_i - фаза коэффициента отражения от i -го объекта.

Рассмотрим случай когда влиянием слагаемых спектра от отрицательной области частот можно пренебречь. Введём нормировки разностной частоты i- компоненты СРЧ $x_i = 0.25\Omega_i T/\pi = R_i/2\delta_R$ и текущей частоты $x = 0.25\Omega T/\pi$. Будем считать, что СБ содержит полезную компоненту (цель с индексом s) и мешающую компоненту (помеха с индексом p). С учётом симметрии временного интервала анализа СБ и ВФ представим развёрнутую запись уравнения (2)

$$\left[S(x_{ps}) + AS(x_{pp})\cos(\Delta\Phi)\right]\frac{d}{dx}S(x_{ps}) + A\left[AS(x_{pp}) + S(x_{ps})\cos(\Delta\Phi)\right]\frac{d}{dx}S(x_{pp}) = 0\,, \tag{3}$$

где $S(x)$ - спектр ВФ; $A = U_p/U_s$; $x_{ps} = x - x_s$; $x_{pp} = x - x_p$; $\Delta\Phi = \Phi_p - \Phi_s$.

Получить общее решение уравнения (3) не представляется возможным. Однако, чаще всего не требуется знать точную зависимость погрешности измерения от измеряемого расстояния. Обычно бывает достаточно определить условия снижения погрешности и оценить максимальные и минимальные значения этой погрешности и их положения на шкале дальности, т.к. именно эти величины определяют метрологические характеристики измерительного прибора. В этой связи из общего уравнения (3) выделим ряд частных уравнений. Во-первых интерес представляют решения, получаемые при одновременном равенстве нулю каждого из слагаемых:

$$\left[S(x_{ps}) + AS(x_{pp})\cos(\Delta\Phi)\right]\frac{d}{dx}S(x_{ps}) = 0\,, \tag{4}$$

$$\left[AS(x_{pp}) + S(x_{ps})\cos(2\Phi)\right]\frac{d}{dx}S(x_{pp}) = 0\,. \tag{5}$$

Уравнение (4) выполняется при всех дальностях. Поэтому уравнение (5) позволяет найти те точки дальности, в которых уравнение (3) даёт точные решения при одновременном выполнении (4) и (5) . Отсюда следует вывод, что выражение (5) является уравнением относительно частоты, соответствующей точно измеряемым расстояниям с параметром φ, который зависит от свойств зондируемого объекта. Это уравнение приводит к двум другим, соответствующим равенству нулю каждого из сомножителей:

$$\left.\frac{d}{dx}S(x_{pp})\right|_{x_{\max}=x_R} = 0\,, \tag{6}$$

$$\cos(\Delta\Phi) = \left.-\frac{AS(x_{ps})}{S(0)}\right|_{x_{\max}=x_R}\,. \tag{7}$$

Совокупность решений, определяемых уравнением (6), соответствует последовательности значений частот и соответствующих этим частотам расстояний, в которых совпадают положения максимума основного лепестка спектра $S(x_{ps})$ с положениями экстремумов боковых лепестков спектра $S(x_{pp})$. Следует отметить важный факт, что в этом случае расстояние измеряется без погрешности независимо от фаз коэффициентов отражения волн от зондируемых объектов.

Совокупность точных решений (7) в настоящей работе не рассматривается.

Как было отмечено выше наибольший интерес представляют максимальные значения погрешности, уравнения огибающих для которых получаются из (3) при $|\cos(\Delta\Phi)| = 1$

$$\frac{d}{dx}S(x_{ps}) \pm A\frac{d}{dx}S(x_{pp}) = 0 \tag{8}$$

Уравнение (8) должно иметь совокупность точных решений, совпадающих с (6). Кроме того широко известно, что без заметных погрешностей за истинное значение частоты можно принимать частоту непрерывной гармоники, из которой “вырезана” эта выборка прямоугольным окном длительностью $0.5T$. В таком случае получаем, что уравнение (8) должно иметь точные решения

$$x_{\max} = Ax_p \pm x_s/A \pm 1 \text{ при } x_p \to x_s\,. \tag{9}$$

Для получения приближённого решения используем разложение функций $S(x_{ps})$ и $S(x_{pp})$ в окрестности точки x_s в ряды Тейлора. Ограничиваясь разным числом слагаемых получим решения с различной степенью приближения к точному решению. Их анализ позволит определить допустимые границы отклонения разложений от функций $S(x_{ps})$ и $S(x_{pp})$. При сохранении трёх слагаемых в разложении функций $S(x_{ps})$ и $S(x_{pp})$ в ряды Тейлора получим приближённые решения для огибающих погрешности

$$x_{\max} - x_s \approx \frac{\mp A S'(x_s - x_p)}{S''(0) \pm A S''(x_s - x_p)}, \tag{10}$$

При сохранении четырёх слагаемых получим приближённые решения

$$x_{\max} - x_s \approx \frac{S''(0) \pm A S''(x_s - x_p)}{AS'''(x_s - x_p)} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{\pm 2A^2 S'(x_s - x_p) S'''(x_s - x_p)}{[S''(0) \pm A S''(x_s - x_p)]^2}} \right\} \tag{11}$$

Сопоставление решений (10) и (11) с результатами моделирования и найденными точными решениями (6), (9) показывают, что для любых ВФ огибающие точных решений уравнения (3) практически на всех дальностях заключены между решениями (10) и (11), которые монотонно сближаются как при уменьшении A, так и при увеличении расстояния между целью и помехой и при уменьшении УБЛ. Максимальное значение ошибки в определении x_s при использовании решения (11) не превышает 15% от величины погрешности в области взаимодействия основных лепестков спектров цели и помехи. В области взаимодействия основного лепестка спектра цели с боковыми лепестками спектра помехи ошибки в определении x_s стремятся к нулю. При $A < 0.5...0.2$ на любых расстояниях между целью и помехой можно использовать для анализа выражение (10). При $A \approx 1$ в области взаимодействия основных лепестков спектров достаточную точность даёт приближённое решение (11), а в области взаимодействия основного лепестка спектра цели с боковыми лепестками спектра помехи - оба решения.

Погрешность частотного дальномера при корреляционнонной оценке разностной частоты

Для снижения влияния разрешаемых помех будем использовать взвешенную выборку сигнала. Аналогично [4] корреляционная оценка будет $C(\tau) = \int_{-nT}^{nT} u(t) w(t) a(t) dt$ (12)

где $a(t) = \cos[\omega_0 \tau + 2\Delta\omega\tau(t/T - i) - \varphi]$ при $\nu T \le t \le (\nu + 0.5)T$, $a(t) = \cos[\omega_0 \tau - 2\Delta\omega\tau(t/T - \nu) - \varphi]$ при $(\nu - 0.5)T \le t \le \nu T$, $(2n+1)T$ - длительность анализируемой выборки.

С учётом (1) и введённых нормировок можно получить (для положительной временной оси)

$$C(x) = (2n+1)\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{m} S(x - x_i)\cos\left[\frac{2\pi\omega_{cp}}{\Delta\omega}(x - x_i) - \varphi + \varphi_i\right] \tag{13}$$

Зависимость $C(x)$ носит осциллирующий характер с огибающей

$$C_{ог}(x) = (2n+1)\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{m} S(x - x_i), \tag{14}$$

которая по форме совпадает со спектральной плотностью выделенного многокомпонентного взвешенного СРЧ. Многоэкстремальный (в пределах основного лепестка СП) характер зависимости $C(x)$ обусловливает целесообразность применения на первом этапе спектральной оценки частоты СБ. В таком случае оценка задержки будет определена максимумом $C(x)$

$$\frac{d}{dx}C(x) = \frac{d}{dx}\sum_{i=1}^{m} S(x - x_i)\cos\left[\frac{2\pi\omega_{cp}}{\Delta\omega}(x - x_i) - \varphi + \varphi_i\right] = 0, \tag{15}$$

ближайшим к максимуму определённому уравнением (2).

Выше было сказано, что особый интерес представляют условия достижения минимальных погрешностей. Анализ показывает, что для приближённого решения (15) можно ограничиться квадратичным разложением $C(x)$ в ряд Тейлора. При влиянии одной помехи и пренебрежении в полученном решении слагаемыми высших степеней малости, приближённое решение для погрешности будет иметь вид

$$x_{\max} - x_s = -\frac{\Delta\omega}{2\pi\omega_0}\frac{Q + AR}{P + AG} \tag{16}$$

где $Q = \sin\left(-2x_s\pi\frac{\delta\omega_{cp}}{\Delta\omega} - \varphi + \varphi_s\right) S\left(-\pi x_s\frac{\delta\Delta\omega}{\Delta\omega}\right)$; $P = \cos\left(-2x_s\pi\frac{\delta\omega_{cp}}{\Delta\omega} - \varphi + \varphi_s\right) S\left(-\pi x_s\frac{\delta\Delta\omega}{\Delta\omega}\right)$;

$\delta\Delta\omega$ - ошибка в определении величины диапазона модуляции $\Delta\omega$; $\delta\omega_{cp} = \delta\omega + 0.5\delta\Delta\omega$ - ошибка в определении центральной частоты диапазона модуляции ω_{cp}; $S(.)$ - значение спектральной плотности весового окна при величине аргумента, заключённого в скобках;

$$R = \sin\left[2\frac{\omega_{cp}}{\Delta\omega}\pi\left(x_s - x_p\right) - 2\frac{\delta\omega_{cp}}{\Delta\omega}\pi x_p - \left(\varphi - \varphi_p\right)\right] S\left(\pi\left(x_s - x_p\right) - \frac{\delta\Delta\omega}{\Delta\omega}\pi x_p\right);$$

$$G = \cos\left[2\frac{\omega_{cp}}{\Delta\omega}\pi\left(x_s - x_p\right) - 2\frac{\delta\omega_{cp}}{\Delta\omega}\pi x_p - \left(\varphi - \varphi_p\right)\right] S\left(\pi\left(x_s - x_p\right) - \frac{\delta\Delta\omega}{\Delta\omega}\pi x_p\right);$$

Из (10) с учётом (14) допустимый уровень помех для однозначного определения дальности не должен превышать

$$A \le \Delta x_{ms}\frac{S''(0)}{S'\left(x_c - x_p\right) + \Delta x_{ms}\, S''\left(x_c - x_p\right)} \approx \Delta x_{ms}\frac{S''(0)}{S'\left(x_c - x_p\right)}, \tag{17}$$

где Δx_{ms} - предельно допустимое смещение максимума спектральной плотности из-за влияния помех; $\Delta x_{ms} = \Delta\omega / 4\omega_{cp}$, если анализируется модуль $C(\tau)$ и $\Delta x_{ms} = \Delta\omega / 2\omega_{cp}$ если учитывается знак $C(\tau)$.

При выполнении условия (17) и точном определении φ_c , ω_{cp} и $\Delta\omega$ максимальное значение

$$\Delta x_{mm} = \left(x_{\max} - x_c\right)_{\max} = \pm\frac{\Delta\omega}{2\pi\omega_0}\frac{A}{1 - A} \tag{18}$$

на один – два порядка меньше, чем при спектральной обработке СРЧ.

Выражение (17) позволяет оценить допустимый уровень ошибок определения φ, ω_{cp} и $\Delta\omega$ при заданных параметрах модуляции, диапазона измеряемых дальностей и допустимой погрешности. Следует отметить, что полученные результаты практически совпадают с результатами моделирования.

Литература

1. Komarov I.V., Smolskiy S.M., Fundamentals of Short-Range FM Radar. Artech House Publishers; Norwood, MA. 2003. 289 p.
2. Атаянц Б. А., Давыдочкин В. М., Езерский В. В. Учёт влияния эффектов рассогласования антенны в частотных дальномерах.// Антенны. Вып. 12 (79), 2003 г.
3. Ф. Дж. Хэррис Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье.// ТИИР, т. 66, №1, 1978, с. 60-96.
4. Радиотехнические системы/ Ю. П. Гришин, В. П. Ипатов, Ю. М. Казаринов и др.; Под ред. Ю.М. Казаринова – М.: Высш. шк., 1990.