РАСЧЁТ АДАПТИВНЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ В БЛИЖНЕЙ ЧАСТОТНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ

Давыдочкин В.М.

ООО «Предприятие Контакт-1»

Современные требования к точности измерения расстояния R и состава зондируемого материала в ближней частотной радиолокации заставляют искать нетрадиционные методы (пути) обработки сигналов.

В работах [1] установлена связь погрешности измерения относительных частот и расстояний с параметрами весовой функции (ВФ) и условие точного измерения расстояния независимо от фаз коэффициентов отражения волн от зондируемых объектов, которое позволяет ставить задачу оптимизации этих параметров для уменьшения погрешности измерения расстояния. Это условие можно дополнить условием точного измерения максимума модуля СП $\left|S(jx)\right|_{\max}$. В таком случае, для нахождения ВФ, которая допускает одновременное точное вычисление частоты и амплитуды сигнала необходимо решить систему уравнений относительно $S(jx)$ при $x_{\max} = x_R$ $\left.\frac{d}{dx}\left|S(jx)\right|^2\right|_{x_{\max}=x_R} = 0$, $\left.\left|S(jx)\right|\right|_{x_{\max}=x_R} = 1$. (1)

где $S(jx) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} w(t)u(t)\exp(-j2\pi xt)dt$ - спектральная плотность взвешенной выборки сигнала $u(t) = U\cos(2\pi x_R t + \varphi)$, полученного на симметричном нормированном временном интервале $[-0.5...0.5]$; $w(t)$ - ВФ, симметричная относительно середины временного интервала и ограниченная по длительности этим интервалом; U, φ, $x_R = \omega_R T(2\pi)^{-1} = R\Delta\omega/c\pi$ амплитуда, фаза сигнала и нормированная частота сигнала или нормированное расстояние; $x = \omega T(2\pi)^{-1}$; $t = t_{абс}/T$;

Множество видов ВФ, используемых при гармоническом анализе, могут быть представлены ограниченным рядом косинусоидальных базисных функций с периодами, кратными интервалу T. Для оценки возможностей точного измерения будем рассматривать ВФ вида $w(t) = 1 + \sum\limits_{n=1}^{N} a_n(b)\cos(2\pi nt)$ (2)

где b – заданная нормированная частота, на которой минимизируется погрешность измерений

СП функции (2) может быть представлена в виде $S(x,b) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}\left[1 + \sum\limits_{n=1}^{N} a_n(b)\frac{x^2}{x^2 - n^2}\right]$ (3)

Учитывая, что СП ВФ конечной длительности непрерывна и многократно дифференцируема минимум погрешности измерения в конечном интервале в окрестности заданной точки может быть получен, если в этой точке нулю равна СП и её N начальных производных. При этом (1) преобразуется к системе уравнений

$$S[x, a_1(b)...a_N(b)]\Big|_{x=b} = 0,\ \left.\frac{d}{dx}S[x, a_1(b)...a_N(b)]\right|_{x=b} = 0,\ \ldots\ldots\ldots\ \left.\frac{d^{(N)}}{dx^{(N)}}S[x, a_1(b)...a_N(b)]\right|_{x=b} = 0 \quad (4)$$

Из множества решений системы (4) приведём ряд наиболее простых

$$S(x,b,N) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}\left[1 + \sum_{n=1}^{N}(-1)^n A_n\left(\frac{b^2 - n^2}{b^2}\right)^N \frac{x^2}{x^2 - n^2}\right] \quad (5)$$

Следовательно $a_n(b) = (-1)^n A_n\left(\frac{b^2 - n^2}{b^2}\right)^N$ (6)

где A_n определено таблицей

n	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
2	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0	0	0	0	0
3	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	0	0	0	0	0	0	0

4	$\frac{8}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{1}{35}$	0	0	0	0	0	0
5	$\frac{5}{3}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{5}{63}$	$\frac{1}{126}$	0	0	0	0	0
6	$\frac{12}{7}$	$\frac{15}{14}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{77}$	$\frac{1}{462}$	0	0	0	0
7	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{7}{33}$	$\frac{7}{132}$	$\frac{7}{858}$	$\frac{1}{1716}$	0	0	0
8	$\frac{16}{9}$	$\frac{56}{45}$	$\frac{112}{165}$	$\frac{28}{99}$	$\frac{112}{1287}$	$\frac{8}{429}$	$\frac{16}{6435}$	$\frac{1}{6435}$	0	0
9	$\frac{9}{5}$	$\frac{72}{55}$	$\frac{42}{55}$	$\frac{252}{715}$	$\frac{18}{143}$	$\frac{24}{715}$	$\frac{9}{1430}$	$\frac{9}{12155}$	$\frac{1}{24310}$	0
10	$\frac{20}{11}$	$\frac{15}{11}$	$\frac{120}{143}$	$\frac{60}{143}$	$\frac{24}{143}$	$\frac{15}{286}$	$\frac{30}{2431}$	$\frac{5}{2431}$	$\frac{10}{46189}$	$\frac{1}{92378}$

Дополнительное расширение полосы частот минимальной погрешности возможно если ВФ будет удовлетворять приведённым условиям в нескольких заданных точках заданного частотного интервала. В этом случае размерность системы уравнений увеличивается пропорционально количеству заданных точек нулевой погрешности. Например, для двух точек интервала $(b, b+\Delta b)$ система уравнений будет иметь вид

$$S[x, a_1(b)...a_N(b)]\big|_{x=b} = 0$$

$$S[x, a_1(b)...a_N(b)]\big|_{x=b+\Delta b} = 0$$

$$\frac{d}{dx} S[x, a_1(b)...a_N(b)]\bigg|_{x=b} = 0$$

$$\frac{d}{dx} S[x, a_1(b)...a_N(b)]\bigg|_{x=b+\Delta b} = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \qquad (7)$$

$$\frac{d^{(N)}}{dx^{(N)}} S[x, a_1(b)...a_N(b)]\bigg|_{x=b} = 0$$

$$\frac{d^{(N)}}{dx^{(N)}} S[x, a_1(b)...a_N(b)]\bigg|_{x=b+\Delta b} = 0$$

Тогда

$$a_n(b) = (-1)^n A_n \frac{b^2 - n^2}{b^2} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{(b+a_i)^2 - n^2}{(b+a_i)^2} \qquad (8)$$

A_n определено приведённой таблицей

Традиционные весовые функции [2] с ограниченным тригонометрическим рядом могут быть получены заданием N, b, a_i. Однако, ВФ, полученные по предложенному методу расчёта, имеют преимущество перед традиционными, в первую очередь, при адаптивном изменении их характеристик для точной оценки частоты и амплитуды сигналов.

Установленная в [1] связь методической погрешности измерения расстояния, а также погрешности, вызванной влиянием помех с параметрами ВФ позволяет ставить задачу оптимизации этих параметров для минимизации погрешности измерения расстояния. Оптимизация возможна благодаря тому, что для систем уравнений (1), (4), (6) получены точные решения для ВФ конечной длительности. Поэтому можно утверждать, что для любого расстояния можно найти такую ВФ, при использовании которой не будет погрешности измерения независимо от отражающих свойств зондируемого материала.

Для минимизации методической погрешности процедура оптимизации должна учитывать тот факт, что при измерении мы не знаем измеряемого расстояния. Поэтому она должна быть итерационной. Сразу после включения дальномера измерение следует начинать с такими параметрами ВФ $b_{\min}$, N, при которых на минимальном измеряемом расстоянии не происходит перекрытие основных лепестков слагаемых СП положительной и отрицательной областей частот и уровень боковых лепестков не превышает заданного. Отсчёты выделенного сигнала разностной частоты (СРЧ) записывают в память и по ним для заданных $b_{\min}$, N вычисляется СП, находится положение максимума модуля спектра, вычисляются измеряемое расстояние и нулевое приближение для $\hat{x}_R^{(0)}$. Далее определяется допустимое значение N из условия $N < \hat{x}_R^{(0)}$ и принимается значение дальности, на которой минимизируется погрешность измерений $b = \hat{x}_R^{(0)}$. Затем по записанным в память отсчётам сигнала вычисляются следующие приближения $\hat{x}_R^{(k)}$ при уточнённых значениях параметров ВФ до снижения ниже контрольного уровня разницы вычисленных результатов для k и $k+1$ приближений.

Отметим важный для практической реализации метода факт, что для оптимизации на каждом измеряемом расстоянии необходимо в каждом цикле итераций полностью пересчитывать все отсчёты ВФ, используемые при вычислении СП. Для этого необходимо иметь вычислительное устройство с достаточным запасом производительности.

Минимизация погрешности из-за влияния помех аналогична рассмотренной. Отличие заключается в нормированных значениях дальности не существенные для описания процедуры оптимизации.

Проведённые исследования ВФ позволили установить, что по сравнению с ВФ Дольфа-Чебышева и Кайзера-Бесселя, которые обеспечивают лучшие результаты из традиционных ВФ, приведённые ВФ позволяют ускорить итерационный процесс поиска точных значений частоты и амплитуды и снизить на 1…4 порядка методическую погрешность измерений параметров фрагмента гармонического сигнала, содержащего единицы периодов.

Литература

1. Давыдочкин В. М., Езерский В. В. // Минимизация погрешности измерения расстояния при цифровой обработке сигналов в ближней частотной радиолокации.// Цифровая обработка сигналов, № 3, 2005 г., с. 25-29

2. Ф. Дж. Хэррис Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье.// ТИИР, т. 66, №1, 1978, с. 60-96.

MINIMIZATION OF THE MEASUREMENT ERROR IN SMALL DISTANCE RADAR MEASUREMENTS

Davydochkin V.

«Kontakt-1»

We propose a method to compute a class of the windowing functions (WF), which allows to adapt their parameters to obtain simultaneously the minimal measurement error for both frequency and amplitude. The set of WF is represented as truncated series of the cosines $w(t) = 1 + \sum_{n=1}^{N} a_n(b)\cos(2\pi nt)$ (1)

where b is the specific normalized frequency, at which the measurement error is to be minimized.

Coefficients $a_n(b)$ are obtained by solving the system of equations

$$S[x, a_1(b)...a_N(b)]_{x=b} = 0$$
$$\frac{d}{dx} S[x, a_1(b)...a_N(b)]\Big|_{x=b} = 0$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (2)$$
$$\frac{d^{(N)}}{dx^{(N)}} S[x, a_1(b)...a_N(b)]\Big|_{x=b} = 0$$

where $S(*)$ - spectral density of WF (1), $a_n(b) = (-1)^n A_n \left(\frac{b^2 - n^2}{b^2}\right)^N$, (3)

if the error at one specified frequency point is minimized, and $a_n(b) = (-1)^n A_n \frac{b^2 - n^2}{b^2} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{(b + a_i)^2 - n^2}{(b + a_i)^2}$ (4)

if the error at several specified frequency points is minimized.

Let us give the example values of A_n for a few WF. At $N = 2$, $A_1 = 4/3$, $A_2 = 1/3$; at $N = 3$,

$A_1 = 3/2$, $A_2 = 1/5$, $A_3 = 1/10$; at $N = 4$, $A_1 = 8/5$, $A_2 = 4/5$, $A_3 = 8/35$, $A_4 = 1/35$; at $N = 5$, $A_1 = 5/3$, $A_2 = 20/21$, $A_3 = 5/14$, $A_4 = 5/63$, $A_4 = 1/126$.

The obtained WF allow to minimize the systematic error of measuring the distance and amplitude, as well as the error due to the influence of the obstacles. Minimizing the obstacles implies the iterative procedure of refining the WF's parameters. The samples of the obtained beat signal (SB) are written to memory, and on their basis and for the specified $b_{\min}$, N the spectral density is computed, the position of the maximum absolute value of the spectrum is determined, the measured distance is computed together with the zero-order approximation for $\hat{x}_R^{(0)}$. After that, the acceptable value of N, satisfying the condition $N < \hat{x}_R^{(0)}$, is found and the value of the distance, at which the measurement error is minimized, is chosen as $b = \hat{x}_R^{(0)}$. Then, based on the written to memory signal's samples, we compute the consecutive approximations $\hat{x}_R^{(k)}$ at refined values of the WF's parameters, until the difference between the successive approximations k and $k+1$ falls below the threshold value.

Our research of such WF showed, that compared to the Dolph-Chebychev and Keiser-Bessel WFs, which provide the best performance among the traditional WFs, the discussed WF allow to speed up the iterative search for precise values of the frequency and amplitude, and reduce by 1 to 4 orders of magnitude the systematic error of measuring the parameters of the harmonic signal, containing only a few periods.