

## СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЧЕБЫШЕВСКОГО (GDCT) И ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО (DCT) ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

РАДЧЕНКО Ю.С., РАДЧЕНКО Т.А., БУЛЫГИН А.В.

Воронежский государственный университет  
394693, Воронеж, пл. Университетская, 1.

Телекоммуникационные системы нового поколения: мобильные и спутниковые системы связи, локальные и глобальные сети связи осуществляют передачу мультимедийной информации (речь, текст, видео, телевизионные изображения). При этом весьма актуальным становится вопрос об устранении информационной избыточности из сигналов и разработке эффективных вычислительных процедур для реализации алгоритмов сжатия потоков информации и ее восстановления на приемном конце. Особенно остро стоит эта проблема при передаче изображений, так как они обладают большой информационной емкостью.

В большинстве современных стандартов, например MPEG1-4, H.261-264, используется дискретное косинусное преобразование (DCT) для перехода из пространства изображения в более компактное спектральное пространство. Несмотря на высокую популярность этого дискретного преобразования, ведется активный поиск альтернативных методов сжатия. В настоящее время внимание исследователей привлекает способ разложения сигналов по базису классических ортогональных полиномов Чебышева, Эрмита и др. [1,2,3]. Он позволяет добиться, как показывают расчеты, значительного сжатия, обладает рядом новых сервисных функций, допускает реализацию в виде “быстрых” алгоритмов преобразования и совместим с существующими стандартами на основе DCT. Для выявления преимуществ этого алгоритма и определения области его возможного применения возникает необходимость объективного сравнения различных дискретных преобразований. В данной работе приведены результаты исследования алгоритмов сжатия на основе чебышевского (GDCT) и дискретного косинусного (DCT) преобразований с помощью нескольких критериев качества изображения.

### 1. Алгоритм преобразования GDCT.

Пусть в подобласти  $\{x,y\} \in \Omega$  наблюдается поле  $s(x,y)$ , представляющее собой фрагмент изображения в блоке. Базисные функции, используемые для дискретного представления сигнала, имеют вид  $\varphi_{mk}(x,y) = \varphi_m(x) \cdot \varphi_k(y)$ , где  $\varphi_m(x)$ ,  $\varphi_k(y)$  – одномерные функции, основанные на ортогональных полиномах. Тогда для полезного сигнала  $s(x,y)$  имеет место пара преобразований

$$s(x, y) = \sum_{m,k} C_{mk} p_m(x/a_x) p_k(y/a_y),$$

$$C_{mk} = \alpha \iint_{\Omega^*} s(a_x z_1, a_y z_2) \rho(z_1) p_m(z_1) \rho(z_2) p_k(z_2) dz_1 dz_2 =$$

$$= \alpha \int \rho(z_1) p_m(z_1) dz_1 \int s(a_x z_1, a_y z_2) \rho(z_2) p_k(z_2) dz_2. \quad (1)$$

В (1)  $\alpha=1/(d_x d_k)$ ,  $d_m$  – норма ортогонального с весом  $\rho(z)$  полинома  $p_m(z)$ ,  $a_x, a_y$  – характерные размеры подобласти  $\Omega$ ,  $z_1=x/a_x$ ,  $z_2=y/a_y$ . Для последовательного вычисления интегралов в (1) целесообразно

использовать квадратурную формулу гауссовского типа  $\int s(z) \rho(z) dz = \sum_{i=1}^N \lambda_i s(z_i)$ . Здесь  $z_i$  – нули

полиномов  $p_N(z)$ , ортогональных с весом  $\rho(z)$ ;  $\lambda_i$  – числа Кристоффеля. Узлы и веса  $\{z_i\}$ ,  $\{\lambda_i\}$  однозначно определяются видом полинома  $p_m(z)$ . Выражения для прямого и обратного преобразований для полиномов Чебышева имеют вид

$$C_m = g_m \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{i=0}^{N-1} s(z_i) \cos(\pi m \frac{i+0.5}{N}), \quad S_M(z) = g_m \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^M C_m \cos(m \cdot \arccos(z)), \quad (2)$$

где  $g_m = 1$  при  $m>0$  и  $g_m = 0.5$  при  $m=0$ . Согласно (2), точки отсчета  $z_i = \cos(\pi(i+0.5)/N)$  сигнала  $s(z)$  берутся неравномерно. Синтез сигнала  $S_M(z)$  выполняется в произвольной точке  $z \in [-1,1]$ , а не в дискретном наборе точек отсчета, как в DCT. При восстановлении может использоваться сетка отсчетов  $z_n = 2n/(L-1) - 1 + \delta$ , где  $\delta$  - субпиксельный сдвиг,  $n=0, \dots, L-1$ . Если  $L \neq N$  то восстановленное изображение подвергается геометрическому масштабированию. Алгоритм преобразования (2), назван обобщенным дискретным косинусным преобразованием (GDCT) [1,2].

В двумерном преобразовании GDCT в пределах блока из  $N_1 \times N_1$  точек берутся  $N \times N$  отсчетов сигнала по закону

$$\begin{aligned} x_i &= \text{ROUND}(0.5 \cdot (N1 - 1) \cdot (1 - \cos(\pi(i + 0.5) / N))), \\ y_j &= \text{ROUND}(0.5 \cdot (N1 - 1) \cdot (1 - \cos(\pi(j + 0.5) / N))) \end{aligned} \quad (3)$$

При равномерной дискретизации исходного изображения неравномерность отсчетов для вычисления GDCT достигается отбором пикселей по закону (3). Для более точного отображения отсчетов  $(X_i, Y_j)$  в массив нулей полиномов Чебышева  $(Z_i, Z_j)$  может использоваться линейная межпиксельная интерполяция [3,4]. Отсчеты сигнала образуют матрицу  $\mathbf{S} = \|s_{ij}\| = \|s(x_i, y_j)\|$ . Эта матрица преобразуется в матрицу спектральных коэффициентов  $\mathbf{C}$  размером  $M \times M$ . При обратном преобразовании может использоваться прямоугольная матрица размером  $L \times M$ . То есть восстановленный блок имеет размеры  $L \times L$ . Прямое и обратное преобразование Чебышева (GDCT) в матричном виде определяются операциями

$$\mathbf{C} = \Phi \mathbf{S} \Phi^T, \quad \mathbf{S} = \Psi^T \mathbf{C} \Psi. \quad (4)$$

Матрицы прямого и обратного преобразования GDCT имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi = \|\phi_m(i)\|_{NM} &= \sqrt{\frac{2}{N}} \begin{bmatrix} \sqrt{0.5} \\ \cos(\pi m \frac{(i+0.5)}{N}) \end{bmatrix}, \\ \Psi = \|\cos(m \cdot \arccos(z_n))\|_{LM} &= \left\| \cos\left(m \cdot \arccos\left(\frac{2n}{L-1} - 1 + \delta\right)\right) \right\|. \end{aligned} \quad (5)$$

При использовании DCT  $\Psi^T = \Phi$ , матрицы преобразований квадратные, пропусков отсчетов нет. На основе преобразований GDCT и DCT были построены два кодека изображения. Элементы матриц квантования для Y, U, V- компонент в этих кодеках были одинаковы и формировались соответственно по законам

$$Q_{m,k}^Y = 1 + (m+k)q, \quad Q_{m,k}^{U,V} = 1 + (m*k)q \quad (6)$$

Здесь  $q$  – регулируемый параметр сжатия.

## 2. Сравнение алгоритмов.

Для сравнения алгоритмов сжатия изображения GDCT и DCT было исследовано качество восстановленного изображения в зависимости от степени сжатия. В настоящее время существует множество критериев сравнения двух изображений, отражающих те или иные стороны восприятия изображения [5]. Из множества критериев были отобраны наиболее характерные, основанные на разнице значений пикселей (например, среднеквадратическая ошибка), на корреляции изображений, на анализе искажений границ, на спектральных отличиях, на различии функционалов от контекстных многомерных вероятностей. Как показали исследования алгоритмов GDCT и DCT по различным критериям, имеется ряд общих закономерностей поведения качества восстановленного изображения в зависимости от параметра сжатия  $q$  в матрице квантования (6). В качестве примера приведем поведение а) среднего квадрата отклонения (СКО)-D, б) фактора F, характеризующего искажения высококонтрастных границ на изображении. Эти характеристики определяются соотношениями

$$D = (1/v) \sum_{u=1}^v \sum_{n,r} (s_{nr} - R_{nr})^2 \quad F = (1/\mu) \sum_{n,r} f_4(n,r) \quad (7)$$

$$f_4(n,r) = |s_{nr} - R_{nr}| (S_h(n,r) + S_v(n,r)) \Pi_g(n,r) \quad T_h(n,r) = 0.5 |s(n,r-1) - s(n,r+1)|$$

$$T_v(n,r) = 0.5 |s(n-1,r) - s(n+1,r)|, \quad S_{(h)(v)}(n,r) = \exp(-0.04 T_{(h)(v)}(n,r))$$

В (7)  $s_{nr}$  и  $R_{nr}$  исходное и восстановленное изображения в каждом блоке,  $T_{(h)(v)}(n,r)$  значения горизонтального и вертикального градиентов в точке  $(n,r)$ ,  $I_g(n,r)$ - пороговая функция, фиксирующая наличие границы в точке  $(n,r)$ ,  $\mu$ -количество пикселей, удовлетворяющих граничным условиям,  $v$ -число блоков изображения. Эти критерии дополняют друг друга. На рис 1,2 представлено поведение СКО - D и фактора F в зависимости от параметра  $q$  для DCT (кружки) и GDCT (крестики). При этом необходимо отметить, фактическая степень сжатия в алгоритме GDCT в 2-3 раза больше за счет прореживания отсчетов по закону (3). Как видно из графиков, при увеличении степени сжатия деградация изображения при использовании DCT происходит более быстрыми темпами, чем для GDCT. На восстановленных изображениях внутриблочная структура сигнала при больших  $q$  полностью разрушается в случае применения DCT, но в целом сохраняется в случае GDCT.

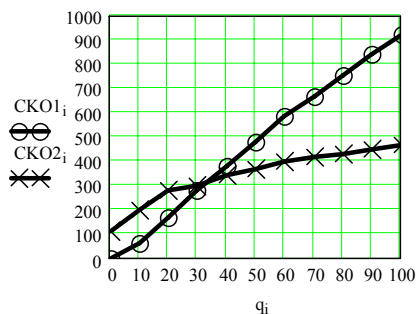


Рис 1.

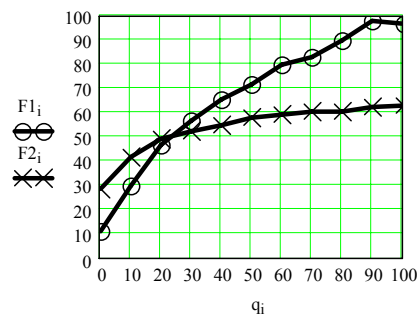


Рис 2.

### Литература

1. Yu. S. Radchenko , M.Yu. Radchenko . Optimal Fast Algorithms for Image Representation in Orthogonal Polynomials Basis.. The 1 International Conference «Digital Signal Processing and its Applications » DSPA'98, 1998, Moscow , Russia, v-IIIЕ, pp. 104-107 .
2. Радченко Ю.С. Алгоритм сжатия изображений на основе полиномиальных преобразований / Ю.С. Радченко // Цифровая обработка сигналов. - 2002. - № 1. - С. 2-6.
3. Радченко Ю.С. Метод сжатия и восстановления изображений на основе быстрых чебышевских преобразований / Ю.С. Радченко // Автометрия. - 2002. - № 4. - С. 32-40.
4. Yuri Radchenko. RESEARCH OF SIGNAL RECOVERY, SUPPRESSION AND PROCESSING ALGORITHMS BASED ON POLYNOMIAL TRANSFORMATIONS. The 6<sup>th</sup> World Multiconference of Systemics, Cybernetics and Informatics. July 14-18 2002, Orlando, Florida, USA. Proceedings, v. VIX, Image, Acoustic, Speech and Signal Processing III, p.262-266.
5. M. Miyahara, K. Kotani, V.R. Algazi Objective Picture Quality Scale (PQS) for Image codong. IEEE Trans. On Comm. 1998, v.46, № 9.

